

Міністерство освіти і науки України  
Чернігівський промислово-економічний коледж  
Київсько-національного університету технологій та дизайну

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Заступник директора з НР  
\_\_\_\_\_ С.В. Бондаренко  
\_\_\_\_\_ 2014 р.

Методичне забезпечення самостійної роботи з  
дисципліни «Технічна механіка» для студентів спеціальності  
5.05070104 «Монтаж і експлуатація електроустаткування підприємств і  
цивільних споруд»

Уклав

А.М. Савчук

Розглянуто на засіданні  
циклової комісії природничо-  
наукової підготовки  
Протокол №\_\_ від \_\_\_\_\_ 2014 року

Голова циклової комісії

А.М. Савчук

## Методичні рекомендації щодо самостійної роботи з навчальною літературою

Самостійне опрацювання теоретичного матеріалу потрібно починати з прочитання всього тексту. Після прочитання тексту необхідно:

- 1 Виділити основне;
- 2 Усвідомити зв'язок між теоретичними положеннями і практикою;
- 3 Закріпити прочитане у свідомості;
- 4 Пов'язати нові знання з попередніми у даній галузі;
- 5 Перейти до заключного етапу засвоєння і опрацювання - записам.

У процесі роботи над темою з'ясування спеціальних термінів і понять, необхідно знаходити в словнику іншомовних слів, словниках технічних термінів та у додатку до самостійної роботи. Незрозумілі місця, фрази, вирази перечитувати декілька раз, щоб зрозуміти їхній смисл. У тексті зустрічаються окремі слова, фрази, або цілі речення, що виділені курсивом, жирним шрифтом, це свідчить про акцент автора на основному. Записи необхідно вести розбірливо і чітко. Вони можуть бути короткі або розгорнуті, повинні носити тезисний характер і бути логічно послідовними.

Для зручності користування записами необхідно залишати поля для заміток і вільні рядки для доповнень. Записи не повинні бути одноманітними. В них необхідно виділяти важливі місця, головні слова, які акцентуються різним шрифтом або різним кольором шрифтів, підкреслюванням, замітками на полях, рамками, стовпчиками тощо.

Опрацювання матеріалу потрібно починати з прочитання всього тексту, параграфу, дотримуючись таких правил:

- 1 Зосередитись на тім, що читаєш;
- 2 Виділити саму суттєвість прочитаного, відкидаючи дрібниці;
- 3 Зрозуміти думку автора чітко і ясно, це допоможе виробити чіткою і власну думку;
- 4 Мислити послідовно і обережно;
- 5 Уявити ясно те, про що читаєш.

Записи можуть бути у вигляді конспекту, простих або розгорнутих тез, цитат, виписок.

**Конспект** (лат. огляд) - це коротка, стисла, послідовно викладена за текстом універсальна форма запису основного змісту прочитаного, яка може супроводжуватись різними вищезгаданими записами.

Складання конспекту зводиться до коротких записів змісту кожного заголовку плану. Виділяючи основні думки, положення, підтвердження прикладами. Всі питання плану повинні бути пов'язані між собою.

**Виписки** використовуються за необхідності викладання найбільш важливих місць, фактів, цифрових даних, точного формулювання правил та законів.

**Цитата** (лат. визнавати) - це послідовний вислів, яким підкреслюється положення тексту. Вона зберігає гостроту висловлювання автора, виписується послідовно, грамотно і вказується джерело цитати.

Навички конспектування виробляють уміння студента до написання рефератів.

**Реферат** (лат. докладувати, повідомляти) - це короткий виклад суттєвості змісту якої-небудь книги, теми, чи окремого питання прочитаного джерела.

Реферат викладають у вигляді вільного запису своїми словами, дотримуючись послідовності фактів згідно з джерелами і супроводжуючі текст виписками, цитатами, ілюстративними матеріалами. Необхідно привчити студентів користуватись великою кількістю джерел для написання реферату. Це дає можливість повноцінно висвітлювати тему і навчитись зіставляти вислови, думки, що є рушійним фактором до навичок елементів дослідницького мислення.

## Короткий словник термінів

- Сила** - векторна величина, що описує взаємодію матеріальних точок.
- Абсолютно тверде тіло** - тіло, яке не піддається деформації, з постійними розмірами.
- Рівномірно розподілене навантаження або вага** – сила, що припадає на одиницю площі або лінії, з якою гравітація, повітря, вода або що-небудь подібне діють такі об'єкти, як машина, човен або літак.
- Рівнодіюча двох або більше сил** - надає таку ж дію на тіло, як і дані сили.
- Урівноважуюча сила** - сила, рівна за модулем рівнодіючій і спрямована по лінії її дії в протилежний бік.
- Кінематика** - розділ механіки, в якому вивчається рух матеріальних тіл у просторі з геометричної точки зору, поза зв'язку з силами, що визначають цей рух.
- Механічний рух** - зміна відстані між тілами.
- Швидкість** - векторна величина, що характеризує бистроту і напрямок руху точки в даній системі відліку.
- Прискорення точки** - характеризує "швидкість" зміни модуля та напрямки швидкості точки.
- Поступальний рух твердого тіла** - рух, при якому пряма, проведена в тілі залишається паралельною самій собі.
- Обертальний рух тіла** - рух, при якому принаймні дві точки, незмінно пов'язані з тілом, залишаються нерухомими.
- Плоско-паралельне або плоский рух твердого тіла** - рух, при якому траєкторії всіх точок тіла залишаються паралельними деякої нерухомої площині.
- Перший закон динаміки (закон інерції Галілея)** - у просторі існує система координат  $S$ , щодо якої будь-яка ізольована матеріальна точка знаходиться у спокої або в стані рівномірного прямолінійного руху.
- Пружні деформації** – такі, що зникають після зняття деформації.
- Метод перерізів** – дозволяє визначати кількість и види внутрішніх силових факторів, які виникають у поперечних перерізах елементів конструкцій під дією зовнішніх сил.
- Механічна напруга** – відношення внутрішньої сили до площини перерізу.
- Епюра** – наочне зображення ( у вигляді діаграми) змінення внутрішньої сили вздовж довжини конструкції.
- Перевірка на міцність** – визначення робочої механічної напруги і порівняння її з допустимою напругою для заданого матеріалу.
- Проектний розрахунок** – визначення розміру поперечного перерізу конструкції з умови міцності.
- Машина** – пристрій, який виконує механічний рух для перетворення енергії, матеріалів, інформації з метою полегшення фізичної або розумової праці людини.
- Деталь машини** – складова частина машини, яка виконана з суцільного матеріалу без застосування складальних операцій.

## Самостійне заняття №1

**Тема:** Аксиоми статички

**Мета:** ознайомитися з основними аксіомами статички та їх значенням при розв'язанні типових задач.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1 Аксиоми статички.

### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.

2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990

3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: - Высшая школа, 1977

В основі механіки, зокрема, статички, лежать аксіоми - вихідні положення, прийняті в силу своєї очевидності без доказів, встановлені на підставі численних дослідів і спостережень над рухом і рівновагою.

Пристаюючи до вивчення статички абсолютно твердого тіла, обмежимося розглядом аксіом, які є достатніми для обґрунтування статички. У число аксіом статички увійде один із законів Ньютона - закон рівності дії і протидії (тобто третій закон Ньютона). З точки зору логічної строгості необхідно, щоб число аксіом було мінімальним, щоб вони були несуперечливі і незалежні. Таким чином, в основі статички лежить кілька аксіом, або істин, приймаються без математичних доказів і засвідчуваних досвідом. **Всі інші положення статички виводять і суворо доводять, виходячи з цих аксіом.**

**Аксиома I** (про абсолютно тверде тіло). Дві сили, прикладені до вільного абсолютно твердого тіла, взаємно врівноважуються тоді і тільки тоді, коли вони рівні за модулем ( $F_1 = F_2$ ) і спрямовані вздовж загальної лінії дії в протилежні сторони (рис. 1):

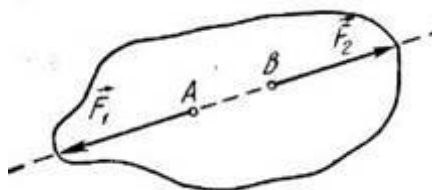


Рис.1

Ця аксіома справедлива тільки для абсолютно твердого тіла. Вона визначає найпростішу врівноважену систему сил, оскільки досвід показує, що вільне тіло, на яке діє тільки одна сила, перебувати в рівновазі не може.

**Аксиома II.** (Про приєднання і відкидання зрівноважених сил). Дія даної системи сил на тіло не зміниться, якщо до неї додати або від неї відняти врівноважену систему сил. Друга аксіома є логічним наслідком першої. На самій справі, якщо дві взаємно врівноважені сили не надають ніякої дії на тіло, то ми маємо право стверджувати, що будь-яка врівноважена система сил не впливає на тверде тіло, незалежні - цтва від того, чи знаходилася тіло в спокої або в русі перед тим, як ми відкинули від нього або додали до нього урівноважену систему сил.

Оскільки дана система сил, що діє на тверде тіло, і нова система, отримана з даної шляхом відкидання від неї (або приєднання до неї) взаємно врівноважених сил, надають на тіло однакову дію, то обидві ці системи еквівалентні.

Грунтуючись на першій і другій аксіомах, доведемо наступну теорему.

**Теорема.** Дія сили на тверде тіло не зміниться, якщо перенести силу вздовж лінії її дії в будь-яку точку тіла.

Нехай у точці А до тіла прикладена сила (рис. 2, а). Необхідно цю силу перенести в точку В по лінії її дії. Докладемо в точці В дві сили:  $F_1 = F_2 = F$  (рис. 2, б). Внаслідок цього дія сили на тіло не зміниться. Але сили  $F_1$  і  $F_2$  згідно з першою аксіомою утворюють врівноважену систему сил, яка може бути відкинута. У результаті на тіло буде діяти тільки одна сила  $F_1$  дорівнює  $F$ , але прикладена в точці В (рис. 2, в). На підставі доведеної теореми приходимо до висновку, що сила, прикладена до абсолютно твердого тіла, може бути перенесена в будь-яку точку по лінії її дії, тобто є ковзним вектором.

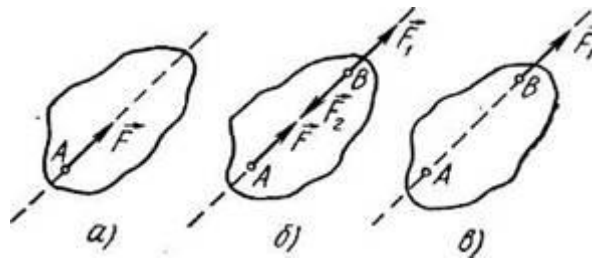


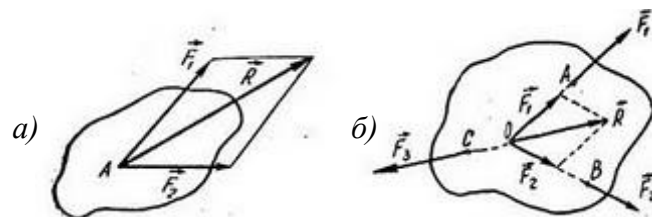
Рис.2

Цей висновок справедливий тільки для сил, що діють на абсолютно тверде тіло. При технічних розрахунках їм можна користуватися лише тоді, коли визначаються умови рівноваги тієї або іншої конструкції і не розглядаються внутрішні зусилля її частинах. Перенесення сили по лінії її дії у випадку деформівного тіла істотно змінює його стан, а тому сила, прикладена до деформується тілу, не є ковзним вектором. Отже, при визначенні внутрішніх зусиль переносити точку прикладання сили вздовж лінії дії не можна.

**Аксіома III** (аксіома паралелограма сил). Рівнодійна двох сил у прикладених до твердого тіла в одній точці і направлених під кутом один до одного, прикладена в тій же точці і зображується за величиною і напрямком діагоналлю паралелограма, побудованого на даних силах як на двох сторонах вектор R, рівний діагоналі паралелограма, побудованого на векторах  $F_1$  і  $F_2$  (рис. 3,а), називається геометричною сумою векторів  $F_1$  і  $F_2$ :

$$R = F_1 + F_2$$

Рис. 3



У третій аксіомі йдеться про складання сил, прикладених в одній точці тіла. Але складати сили за правилом паралелограма можна також і в тому випадку, коли сили прикладені до твердого тіла в різних точках, а їх лінії дії перетинаються.

Тоді відповідно до теореми про перенесення сили уздовж її лінії дії обидві сили треба перенести в точку перетину ліній дії і скласти за правилом паралелограма.

Грунтуючись на першій і третій аксіомах, доведемо теорему про три сили, тобто введемо необхідну умову рівноваги трьох непаралельних сил, що лежать в одній площині.

**Теорема про три сили.** Якщо прикладені до твердого тіла три непаралельних сили, що

лежать в одній площині, знаходяться в рівновазі, то лінії дії цих сил перетинаються в одній точці. Припустимо, що тіло перебуває в рівновазі під дією трьох сил  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  прикладених в точках А, В, С (рис. 3,б). За третьою аксіомі статички рівнодіюча перших двох сил може бути знайдена за правилом паралелограма, побудованого на силах  $F_1$  і  $F_2$ , перенесених вздовж лінії їх дії в точку перетину останніх, тобто

$$R = F_1 + F_2$$

Згідно з першою аксіомою статички для рівноваги тіла необхідно і достатньо, щоб сила  $R$  була рівнодіючою двох перших сил. Це можливо тільки в тому випадку, коли сили  $R$  і  $F_3$  лежать на одній прямій і мають протилежні напрямки. Але тоді лінії дії сил  $F_1, F_2, F_3$  перетнуться в одній точці О. Легко довести, що будь-яка з трьох даних сил врівноважує дві інші

Слід зауважити, що виведене умова рівноваги трьох непаралельних сил є необхідною, але не достатньою, тобто ми можемо стверджувати, що якщо три непаралельних сили знаходяться в рівновазі, то їх лінії дії перетинаються в одній точці, але ми не вправі зробити зворотного укладання. Якщо лінії дії трьох сил перетинаються в одній точці, то звідси зовсім не випливає, що ці три сили представляють собою врівноважену систему сил.

Розглянута теорема має велике методичне значення при вирішенні задач статички.

**Аксіома IV.** Сили, що виникають при дії двох тіл один на одного, завжди равнимежду собою за модулем і діють по одній прямій в протилежні сторони (III закон Ньютона або закон рівності дії і протидії).

З самого визначення сили випливає, що якщо деякий тіло А діє на тіло В з силою, то одночасно тіло В діє на тіло А з такою ж за модулем, спрямованою вздовж тієї ж прямій, але в протилежний бік силою  $F' = -F$  (рис. 4) (Сила  $F$  умовно називається дією, а  $F'$  - протидією).

Наприклад, відсіч підстави (грунту) дорівнює тиску фундаменту на основу і спрямований у протилежний бік. Таким чином, строго кажучи, в природі не існує одностороннього дії сил, а є тільки взаємодія тіл.

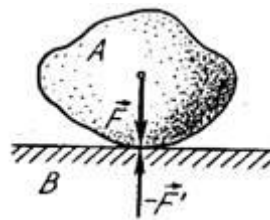


Рис. 4

Дія і протидія - дві сили, завжди додані до різних тіл. Отже, не можна говорити, що ці дві сили врівноважуються, так як це має місце тільки у випадку двох рівних сил, прикладених до одного й того ж твердого тіла і спрямованих по одній прямій в протилежні сторони (перша аксіома).

У зв'язку з тим, що при вивченні умов рівноваги тіло розглядають як абсолютно тверде, то згідно з першою аксіомі всі внутрішні сили утворюють врівноважену систему, яку можна викинути (по другій аксіомі). Отже, при вивченні умов рівноваги тіла необхідно враховувати тільки зовнішні сили, що діють на це тіло. Надалі, кажучи про діючі силах, ми будемо мати на увазі тільки зовнішні сили, якщо, не зроблено спеціальної застереження.

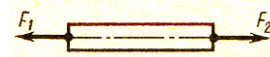
**Аксіома V** (принцип твердіння). Рівновага змінюваного (деформівного) тіла, що знаходиться під дією даної системи сил, не порушиться, якщо тіло затвердіє (стане абсолютно твердим).

Принцип твердіння широко використовується в інженерних розрахунках. Він дозволяє при складанні умов рівноваги розглядати будь-яке змінюване тіло (ремінь, трос,

ланцюг) або будь-яку змінну конструкцію як абсолютно жорсткі і застосовувати до них методи статички твердого тіла. Проте цих умов виявляється недостатньо. Решта рівняння рівноваги отримують з додаткових умов, що враховують умови рівноваги окремих частин конструкції.

#### Питання для самоконтролю:

1. Які сили називають врівноваженими?
2. Чи зміниться вид навантаження тіла, якщо дві сили, що утворюють врівноважену систему сил, поміняти місцями?



3. Чому при додаванні системи врівноважених сил не змінюється механічний стан тіла?
4. Чи можуть врівноважуватись сили дії та протидії?

### Самостійне заняття №2 )

**Тема:** Проекція сили на ось

**Мета:** закріплення навиків визначення проекцій сил на координатні осі.

#### Питання, що виносяться на самостійне вивчення:

1. Правила визначення проекції сили на ось на площині..
2. Визначення проекції сили на просторові осі.

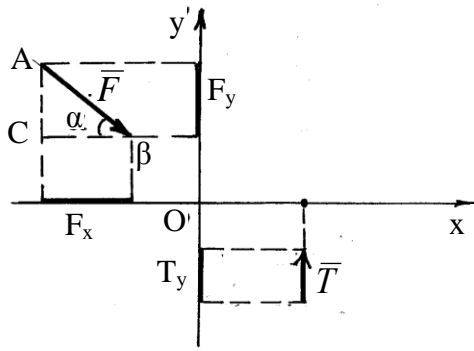
#### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.: -Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С. , Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

**1. Проекція сили на ось** - алгебраїчна величина, що дорівнює довжині відрізка між проекціями початку і кінця сили на цю вісь.

Проекція має знак «+», якщо вектор сили нахилений у бік додатного напрямку осі, і знак «-» - якщо в бік від'ємного напрямку.

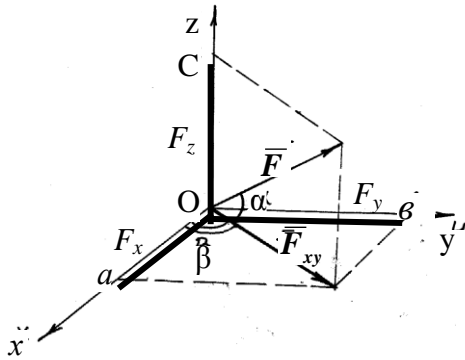
Величина проекції сили визначається розв'язанням трикутника  $ABC$ , який утворюється початковою силою і лініями, паралельними осям координат.



Якщо сила перпендикулярна до осі, то її проекція на цю вісь дорівнює нулю.

Тому  $F_x = F \cdot \cos \alpha$ ,  $F_y = -F \cdot \sin \alpha$ ,  
 $T_x = 0$ ,  $T_y = T$ .

2. Якщо сила знаходиться у просторі, то її проекції визначаються так:



$$F_x = F_{xy} \cdot \cos \beta = F \cos \alpha \cos \beta,$$

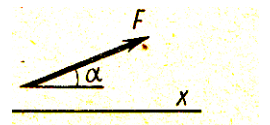
$$F_y = F_{xy} \cdot \sin \beta = F \cos \alpha \sin \beta,$$

$$F_z = F \sin \alpha.$$

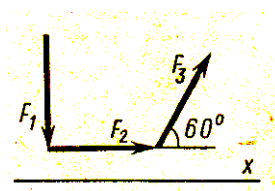
### Практичне завдання:

1. При якому значенні кута  $\alpha$  проекція сили  $F$  на вказану вісь буде дорівнювати  $F$ :

- а/  $\alpha = 0^\circ$ ;
- б/  $\alpha = 90^\circ$ ;
- в/  $\alpha = 180^\circ$



2. Визначити проекцію рівнодіючої на ось  $X$  для системи, якщо  $F_1=F_2=F_3=10$  Н.



Питання для самоконтролю:



1. Проекція сили на ось – векторна чи скалярна величина?
2. Назвіть одиниці вимірювання проекції сили на ось.
3. При якому куті між напрямом дії сили та позитивним напрямом осі, проекція сили буде від'ємною? Позитивною?

### Самостійне заняття №3

**Тема:** Розв'язання задач на рівновагу плоскої системи збіжних сил

**Мета:** набуття навичок розрахунків типових задач на рівновагу плоскої системи збіжних сил.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Алгоритм розв'язання задачі на рівновагу плоскої системи збіжних сил.
2. Визначення реакцій у стрижневій плоскій системі тіл.

**Література**

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.: -Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

#### 1. Послідовність складання розрахункової схеми.

1. Визначити точку, рівновагу якої слід розглянути. Звільнити її від в'язів, замінивши їх відповідними реакціями. Побудувати розрахункову схему у довільному масштабі.
2. Обрати систему координатних осей. Скласти два рівняння рівноваги і визначити реакції у стрижнях.
3. Перевірку виконати з застосуванням геометричної умови рівноваги (геометричним способом).

#### 2. Визначення реакцій у стрижневій плоскій системі тіл

Визначити сили, що навантажують стрижні АВ і АС кронштейну. Кронштейн утримають у рівновазі вантажі  $F_1 = 70$  кН і  $F_2 = 100$  кН (рис.1) Вагою частин конструкції і тертям у блоці знехтувати. Виконати перевірку графічним способом.

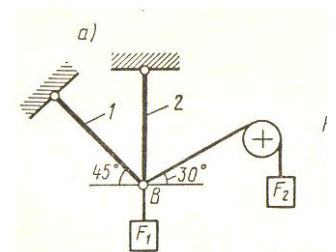


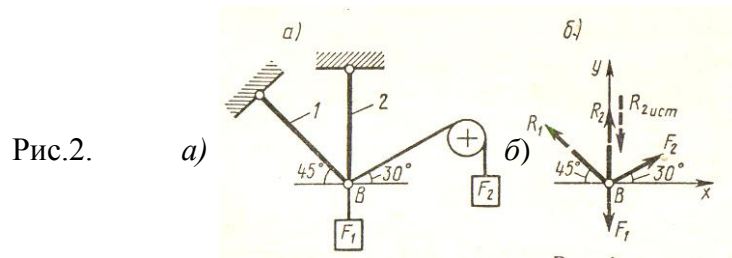
Рис. 1

Аналітичний метод.

1. Розглядаємо рівновагу точки В. До неї проложені активні сили – сили натягу тросів з вантажами  $F_2$ , і  $F_1$ . Розглядаємо точку В як вільну, відкидаємо зв'язки (стрижні 1 і 2), і замінив їх дію реакціями  $R_1$  і  $R_2$ . Напрямок реакції стрижнів невідомий, тому направляємо

їх від точки В, вважаючи, що стрижні розтягнуті (рис.2, б). Якщо припущення вірне, то реакція, що визначається матиме позитивний знак, а якщо отриманий знак реакції – від'ємний, то це вказує що стрижень стиснутий і істинний напрям реакції – до точки В.

2. Обираємо традиційне положення системи координат і складаємо рівняння рівноваги:



$$\begin{aligned} \Sigma F_x = 0: & - R_1 \cos 45^\circ + F_2 \cos 30^\circ = 0; \\ \Sigma F_y = 0: & R_1 \sin 45^\circ + R_2 \sin 30^\circ - F_1 = 0. \end{aligned}$$

3. Із рівнянь рівноваги визначаємо, що  $R_1 = 122 \text{ кН}$ ;  $R_2 = - 66,6 \text{ кН}$ .

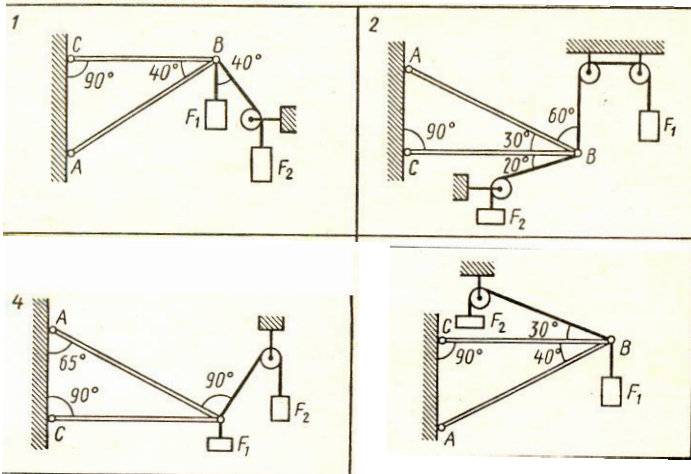
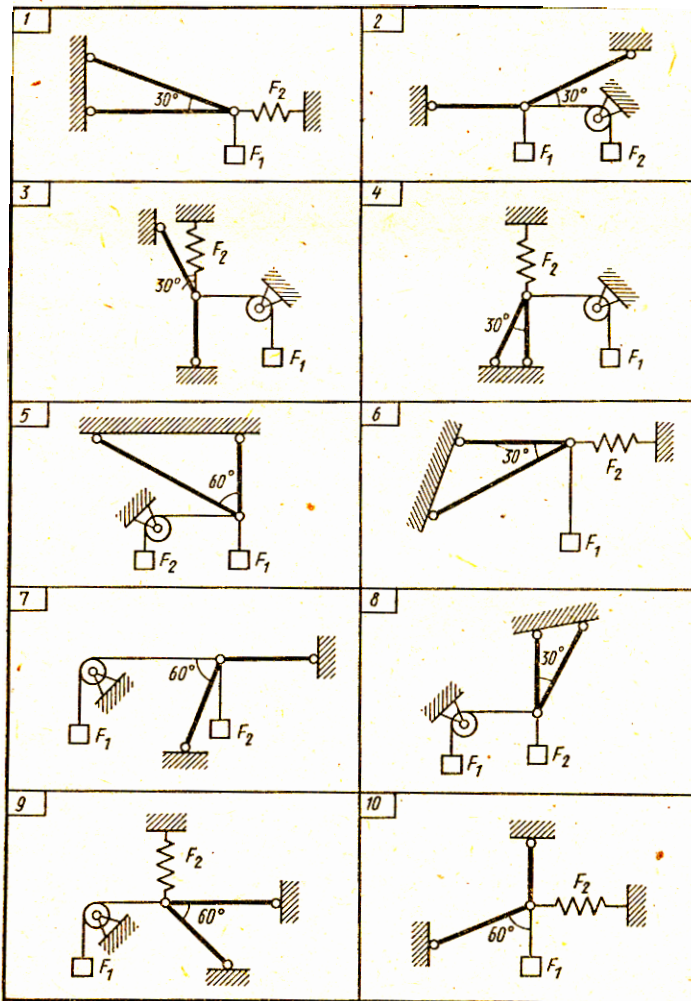
Знак мінус перед значенням реакції  $R_2$  вказує на те, що попереднє обраний напрямок цієї реакції невірне – її слід спрямувати у протилежний бік, до шарніра В.

4. Перевірку правильності розв'язання задачі виконують графічним способом. Для цього треба обрати масштаб, у який перевести модулі відомих сил:  $F_1$  та  $F_2$ :  $\mu = 2 \text{ кН/мм}$ . У обраному масштабі  $l_{F1} = 35 \text{ мм}$ ;  $l_{F2} = 50 \text{ мм}$ ; починаємо будувати силовий багатокутник з відомих сил. Зберігаючи заданий напрям і довжину в масштабі, відкладаємо перший вектор сили  $F_1$ ; у кінець вектора  $F_1$  добудовуємо другий відомий вектор  $F_2$ , також зберігаючи його заданий напрям і довжину (рис.3.) Для отримання чотирикутника (врівноважена система сил складається з чотирьох сил), необхідно через точку початку першого вектора  $F_1$  і точку кінця другого вектора  $F_2$  провести дві прямі  $a$  і  $b$ , які паралельні невідомим реакціям у стрижнях 1 і 2, тобто  $a \parallel R_2$ ;  $b \parallel R_1$ . Прямі  $a$  і  $b$  перетинаються, утворюють замкнений багатокутник. Послідовно йдемо здовж векторів, надаючи їм напрям. Реакція  $R_2$  відразу має дійсний напрям.

### Практичне завдання:

Визначити сили, що навантажують стрижні кронштейну. Кронштейн утримають у рівновазі вантажі  $F_1$  і  $F_2$ , або вантаж  $F_1$  і розтягнуту пружину, сила пружності якої  $F_2$ . Вагою частин конструкції і тертям у блоці знехтувати. Виконати перевірку графічним способом. Варіант завдання – порядковий номер у списку журналу.

№ схеми	Непарний варіант		Парний варіант		№ схеми	Непарний варіант		Парний варіант	
	$F_1$	$F_2$	$F_1$	$F_2$		$F_1$	$F_2$	$F_1$	$F_2$
	кН		кН			кН		кН	
1	15	5	20	6	8	15	3	18	4
2	5	9	4	10	9	3	9	4	12
3	11	7	12	6	10	3	9	6	16
4	13	7	16	8	11	4	5	3	8
5	7	3	10	4	12	4	16	5	3
6	11	5	14	4	13	12	4	8	2
7	3	7	2	8	14	6	8	5	12



## Самостійне заняття №4

**Тема:** Властивості пар сил.

**Мета:** вивчити основні властивості пар сил, що діють на тіло.

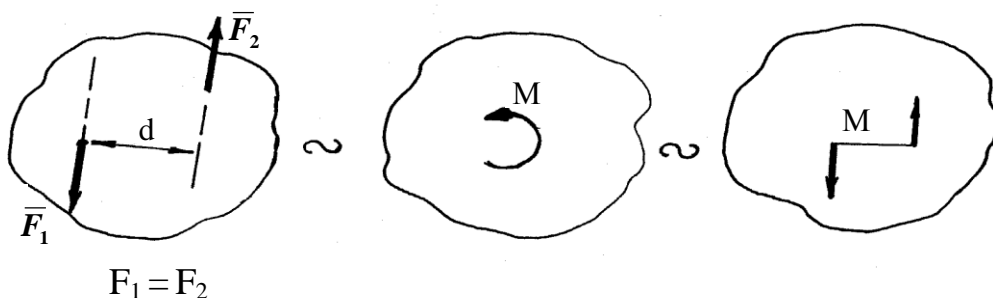
**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Пара сил.
2. Властивості пар сил.

### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.: -Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

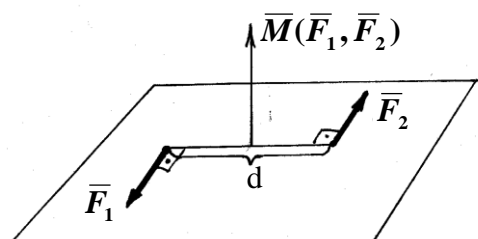
**1. Парою сил** називається система двох розташованих в одній площині сил, які рівні за величиною, протилежно напрямлені і не лежать на одній лінії дії.



**Плече пари**  $d$  - найкоротший відрізок між лініями дії сил, що складають пару.

**Моментом пари сил** називається вектор  $\vec{M}(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ , модуль якого

дорівнює добутку однієї з сил пари на плече пари, напрямлений перпендикулярно до площини дії пари у той бік, звідки обертання пари сил видно проти ходу стрілки годинника.



Модуль моменту пари  $M(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = F_1 \cdot d = F_2 \cdot d$ .

### 2. Властивості пари сил:

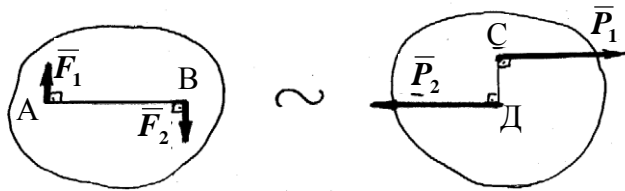
1. Пара сил не має рівнодійної. Тому пару сил не можна замінити або зрівноважити однією силою; її можна зрівноважити тільки іншою парою.

2. Геометрична сума моментів сил, які складають пару, відносно будь-якої точки  $O$  не залежить від вибору цієї точки і дорівнює моменту пари сил:

$$\overline{M}_O(\overline{F}_1) + \overline{M}_O(\overline{F}_2) = \overline{M}(\overline{F}_1, \overline{F}_2)$$

3. Дві пари еквівалентні, якщо їх моменти геометрично рівні.

Наслідком цієї властивості є те, що пару сил, яка діє на абсолютно тверде тіло, можна переміщати у площині її дії, або у паралельну площину, при цьому можна змінювати модулі сил або плече пари, але зберігати величину моменту і напрям обертання:



$$\text{якщо } F_1 \cdot AB = P_1 \cdot CD.$$

4. Система кількох пар, як завгодно розташованих у просторі, еквівалентна одній парі, момент якої дорівнює геометричній сумі моментів складових пар:

$$\overline{M} = \sum_{i=1}^n \overline{M}_i.$$

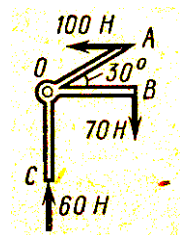
**Умова рівноваги системи пар сил:**

Пари сил, як завгодно розташовані у просторі, перебувають у рівновазі, якщо геометрична сума їх моментів дорівнює нулю:

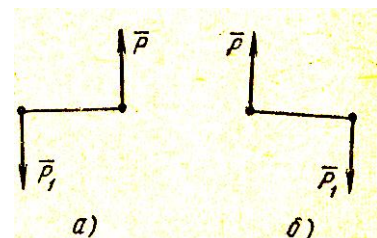
$$\sum_{i=1}^n \overline{M}_i = 0.$$

**Практичне завдання:**

1. Визначити суму моментів сил відносно точки  $O$ , якщо  $OA=OB=OC=0,5$  м:



2. Який з вказаних напрямів моментів пари сил прийняти вважати позитивним?



**Питання для самоконтролю:**

1. Чи можуть сили, що складають пару сил, врівноважувати одне друге? Чому?
2. Назвіть одиниці вимірювання моменту пари сил.
3. Які ознаки еквівалентних пар сил?

## Самостійне заняття №5

**Тема:** Теорема о моменті рівнодіючої системи довільних сил.

**Мета:** ознайомитись з принципом застосування теореми про момент рівнодіючої системи довільних сил при розв'язання типових задач.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Теорема Варіньона о моменті рівнодіючої системи довільних сил

### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.: -Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

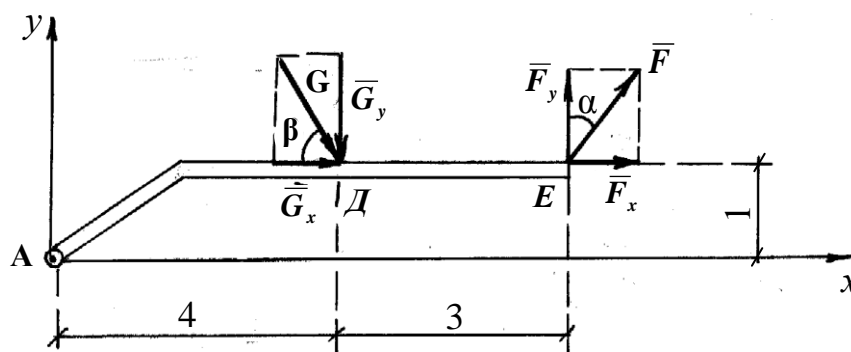
**1. Теорема Варіньона для плоскої системи сил:** Якщо плоска система сил зводиться до рівнодійної, то її момент відносно будь-якої точки площини дорівнює алгебраїчній сумі моментів усіх сил системи відносно тієї ж точки:

$$M_O(\bar{R}) = \sum_{i=1}^n M_O(\bar{F}_i).$$

Цю теорему зручно використовувати для знаходження алгебраїчного моменту сили відносно точки, розкладаючи силу на складові, паралельні осям координат:

$$M_A(\bar{G}) = M_A(\bar{G}_x) + M_A(\bar{G}_y) = -G_x \cdot 1 - G_y \cdot 4,$$

$$M_A(\bar{F}) = M_A(\bar{F}_x) + M_A(\bar{F}_y) = -F_x \cdot 1 + F_y \cdot 7,$$



де модулі складових

$$G_x = G \cdot \cos \beta,$$

$$G_y = G \cdot \sin \beta,$$

$$F_x = F \cdot \sin \alpha,$$

$$F_y = F \cdot \cos \alpha.$$

**Питання для самоконтролю:**

1. У якому випадку момент сили відносно точки вважають позитивним?
2. Як визначити плече для сили відносно точки?
3. Назвіть одиниці вимірювання моменту сили відносно точки.

## Самостійне заняття №6

**Тема:** Розв'язання задач на рівновагу плоскої системи довільних сил

**Мета:** набуття навичок розрахунків типових задач на рівновагу плоскої системи довільних сил.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Алгоритм розв'язання задачі на рівновагу плоскої системи довільних сил.
2. Визначення реакцій опор двохопornoї балки.

### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.: -Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

### 1 Алгоритм розв'язання задачі на рівновагу плоскої системи довільних сил.

1. Звільнити балку від в'язів, замінив їх відповідними реакціями.
2. Обрати систему координатних осей X і Y.
3. Силу F замінити її складовими  $F_x$  і  $F_y$ ; Рівномірно-розташоване навантаження замінити відповідної рівнодіючою Q.
4. Скласти три рівняння рівноваги і визначити з них реакції опор балки.
5. Для перевірки скласти рівняння рівноваги, що не було використано при розв'язання задачі.

### 2. Визначити опорні реакції балки (рис.1, а)

1. Обираємо систему координатних осей X і Y.
2. Силу F заміняємо її складовими  $F_x = F \cos \alpha$ ,  $F_y = F \sin \alpha$ . Рівнодіюча  $Q = q \cdot CD$  рівномірно розташованого навантаження прикладена у середині відрізка CD.
3. Звільняємо балку від опор, замінив їх реакціями (рис.1, б, в)
4. Складаємо рівняння рівноваги і визначаємо невідомі реакції:

$\Sigma M_A = 0: -F_y \cdot AB - M - Q \cdot AK + R_D = 0$ ; з цього рівняння визначаємо реакцію  $R_D = 6,5$  кН.

$\Sigma M_D = 0: F_y \cdot BD - M + Q \cdot KD - R_{Ay} \cdot AD = 0$ ; з цього рівняння визначаємо реакцію  $R_{Ay} = 5,5$  кН.

$\Sigma F_x = 0: R_{Ax} - F_x = 0$ ;  $R_{Ax} = F_x = 17,3$  кН.

5. Перевірку правильності рішення підтверджує таке рівняння:

$\Sigma F_y = 0: R_{Ay} - F_y - Q + R_D = 0$ .

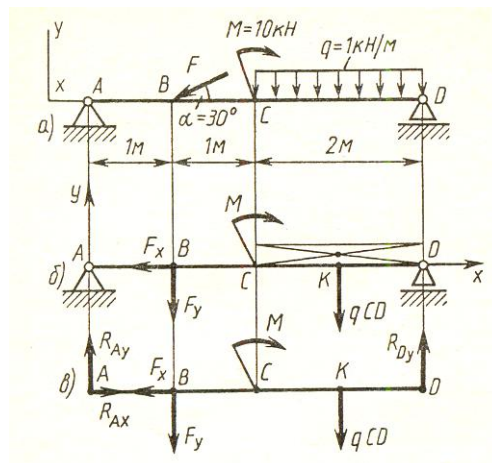


Рис.1

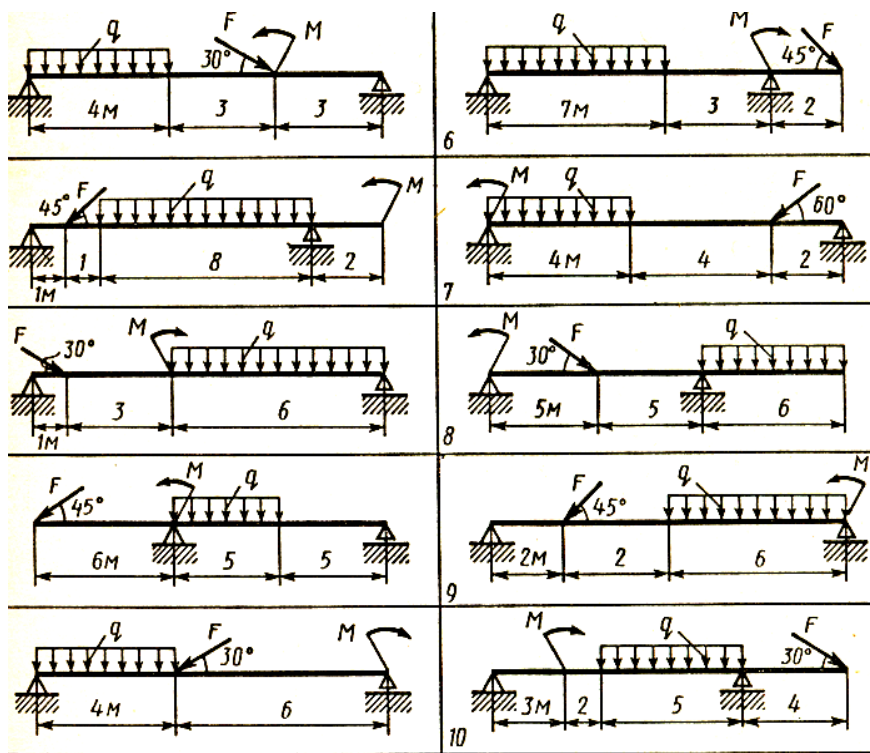


$5,5 - 10 - 2 + 6,5 = 0$ . Умова рівноваги виконується, значить задача розв'язана вірно.

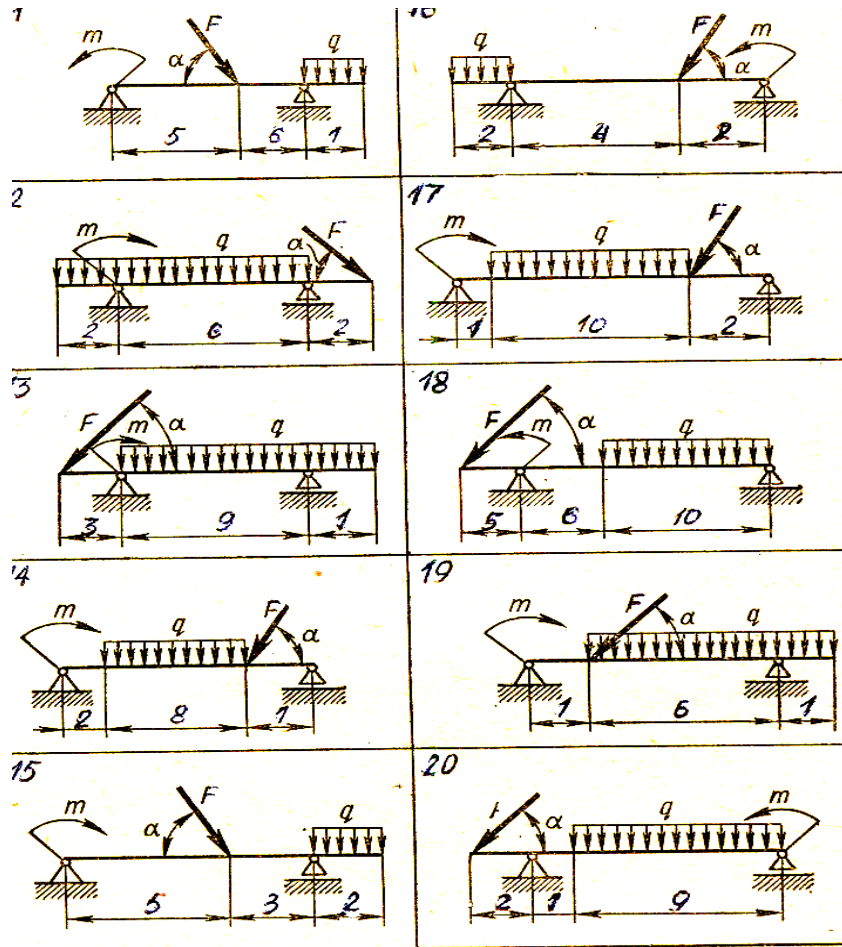
**Практичне завдання:**

Визначити реакції опор двохопорної балки. Варіант завдання – порядковий номер у списку журналу.

№ схе ми	Парний варіант			Непарний варіант			№ схе ми	Парний варіант			Непарний варіант		
	q, кН/ м	F, к Н	M, кН м	q, кН/ м	F, кН	M, кН м		q, кН/ м	F, кН	M, кН м	q, кН/м	F, к Н	M, кН м
1	5	40	10	2	25	20	11	6	8	12	2	8	20
2	1	60	54	2	15	40	12	8	6	11	10	10	14
3	5	80	25	4	30	20	13	5	7	10	3	12	11
4	4	10	8	8	20	12	14	4	4	10	6	15	15
5	5	50	35	8	25	20	15	4	5	12	4	9	16
6	10	15	50	4,5	20	15	16	6	4	11	10	4	10
7	2	50	35	6	12	8	17	5	8	13	8	18	22
8	4	18	15	10	16	12	18	8	5	15	3	24	9
9	4	15	2	5	18	14	19	5	7	20	7	10	16
10	6	65	8	8	2	40	20	6	10	15	4	14	12







### Питання для самоконтролю:

1. Яку кількість реакцій має шарнірно-нерухома реакція?
2. Який напрям призначають реакціям шарнірно-нерухомої опори?
3. Скільки невідомих реакцій має шарнірно-рухома реакція?
4. Скільки рівнянь рівноваги складають для плоскої системи довільних сил?

### Самостійне заняття №7

**Тема:** Полярний і осьовий моменти інерції.

**Мета:** ознайомитися з областю застосування інших геометричних характеристик перерізів

### Питання, що виносяться на самостійне вивчення:

- 1 Полярний і осьовий моменти інерції тіла.

### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.

2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990

3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: - Высшая школа, 1977

На додаток до статичних моментів в системі координат ХОУ (рис. 1) розглянемо три інтегральних вирази:

$$I_x = \int_F y^2 dF; \quad I_y = \int_F x^2 dF;$$

$$I_{xy} = \int_F y \cdot x dF.$$

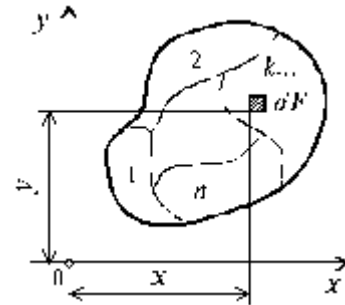


Рис. 1.

Перші два інтегральних вираження **називаються осьовими моментами інерції** відносно осей x і y, а третє - відцентровим моментом інерції перерізу відносно осей x, y.

Визначимо осьові моменти інерції прямокутника відносно осей x і y, що проходять через його центр ваги (рис. 2). За елементарну площадку dF візьмемо смужку шириною b і висотою dy (рис. 2). Тоді будемо мати:

$$I_x = \int_F y^2 dF = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 dF b dy =$$

$$= \frac{b}{3} \left( \frac{h^3}{8} + \frac{h^3}{8} \right) = \frac{bh^3}{12}.$$

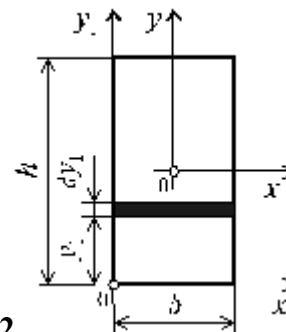


Рис. 2.

Значення осьового моменту інерції служить характеристикою здатності перерізу опиратися згину. Осьові моменти інерції, так же, як і полярні, завжди позитивні і вимірюються у одиницях довжини 4 ступеню (см<sup>4</sup>, мм<sup>4</sup>, м<sup>4</sup>).

Для систем, що розглядаються в полярній системі координат (рис. 3, а), вводиться також **полярний момент інерції**:

$$I_p = \int_F \rho^2 dF$$

де ρ - радіус-вектор точки тіла у заданій полярній системі координат.

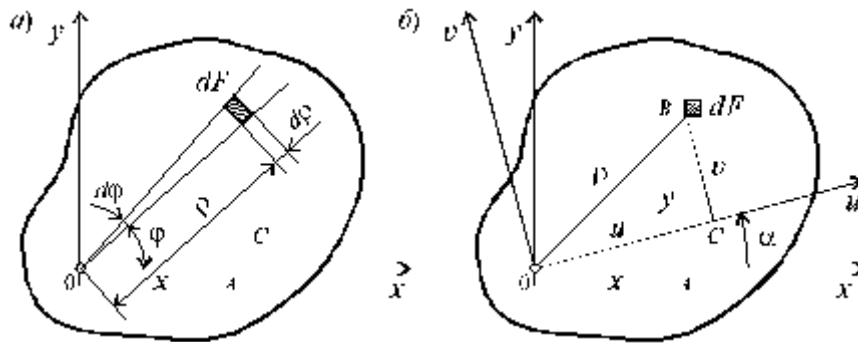


Рис. 3.

Для поперечних перерізів у формі круга, або кругового кільця, полярний момент інерції характеризує здатність перерізу опиратися крученню, і використовується як геометрична характеристика поперечного перерізу при крученні.

Так як, осі  $X$  і  $Y$  для круга ррвнозначні, то  $I_x = I_y = \frac{\pi R^4}{4}$ , мм<sup>4</sup>.

Полярний момент інерції кільця можна розрахувати как разность моментів інерції двох кругів: зовнішнього (радіусом  $R$ ) і внутрішнього(радіусом  $r$ ):

$$I_p^k = \frac{\pi R^4}{2} - \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi}{2} (R^4 - r^4)$$

#### Практичне завдання:

1. Розрахувати значення осьового моменту інерції квадратної форми, якщо сторона квадрату  $a=20$  см.

#### Питання для самоконтролю:

1. Характеристикою опору якій деформації є полярний момент інерції?
2. Назвіть одиниці вимірювання осьового моменту інерції?
3. Чи можуть моменти інерції перерізів приймати від'ємний знак?

#### Самостійне заняття №8

**Тема:** Відносний характер понять спокою та руху.

**Мета:** переконати у відносності понять спокою та руху.

#### Питання, що виносяться на самостійне вивчення:

1. Тлумачення понять спокою і руху.

#### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.

2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990

3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: - Высшая школа, 1977

Рух тіл можна описувати в різних системах відліку. З точки зору кінематики всі системи відліку рівноправні. Однак кінематичні характеристики руху, такі як траєкторія, переміщення, швидкість, в різних системах виявляються різними. Величини, що залежать від вибору системи відліку, в якій проводиться їх вимір, називають відносними.

**Абсолютно-відносний рух-спокій** представляє фізично об'єктивно-суб'єктивну грань руху-спокою. У самому справі, абсолютність руху об'єктивна, і не може залежати від спостерігачів, але в той же час взаємне рух абсолютних рухів відносно, і відносність носить фізично суб'єктивний характер. Якщо оцінка відносного руху людиною збігається з фізичною картиною відносного руху, обидві картини об'єктивного і суб'єктивного збігаються.

У загальному випадку, якщо розглядати рух багатьох підпросторів, абсолютні рухи в них утворюють складне багатовимірне абсолютний рух, а взаємні руху - багатовимірні відносні руху.

Можна сказати, відносний рух є форма прояву абсолютного руху - одне без іншого неможливо.

При абсолютному русі мотора фронт хвилі обміну в напрямку його переміщення рухається по відношенню до мотору з відносною швидкість  $u$ , рівній різниці абсолютних швидкостей базисної швидкості  $c$  і швидкості мотора:  $u = c - v$ , в напрямку протилежному руху фронт рухається з відносною швидкістю, в результаті чого концентричність порушується.

**Наприклад:** у тиху погоду по водній гладі пливе качка, залишаючи за собою конічний слід. Її швидкість  $v$  у воді абсолютна, і не залежить від будь-яких спостерігачів, якщо мати на увазі її абсолютну швидкість, як об'єктивну реальність.

Ця швидкість лише перша складова абсолютної швидкості качки, друга складова швидкості качки є швидкість течії річки, яка також абсолютна і не може залежати від будь-якого спостерігача. Далі, качка бере участь в обертанні Землі навколо своєї осі, і швидкість обертання ділянки Землі, де знаходиться наша качка, також абсолютна. Але й це не все, Земля обертається навколо Сонця з деякої середньої абсолютної швидкістю, яка не може залежати від будь-якого спостерігача і т.д.

Таким чином, повна абсолютна швидкість качки є фізично багатовимірне рух, який характеризується багатовимірним вектором швидкості  $V_u$

$$V_u = (v, v_r, v_z, \dots)$$

де лише перша компонента абсолютної швидкості качки є її власна абсолютна швидкість, а інші складові руху є невластні абсолютні швидкості качки.

Взаємна швидкість руху двох качок визначає їх відносну швидкість. Ця швидкість, будучи відносною, одночасно абсолютна, тому що також не залежить від ейнштейнівської спостерігачів.

Ще приклад абсолютно-відносного руху.

Уявімо собі, пасажирський вагон довжиною (рис.1), в центрі якого знаходиться джерело звуку, що випромінює звукові сигнали в обидва кінці вагона з абсолютною швидкістю  $c$ . Питається, одночасно чи звукові хвилі будуть досягати протилежних сторін вагона А і В у даній системі координат? Будь-який мало мальки мислячий пасажир відповідь позитивно, тобто Да, одночасно, і буде правий, причому час руху сигналу до А і В дорівнює відношенню шляху до абсолютної хвильової швидкості звуку:

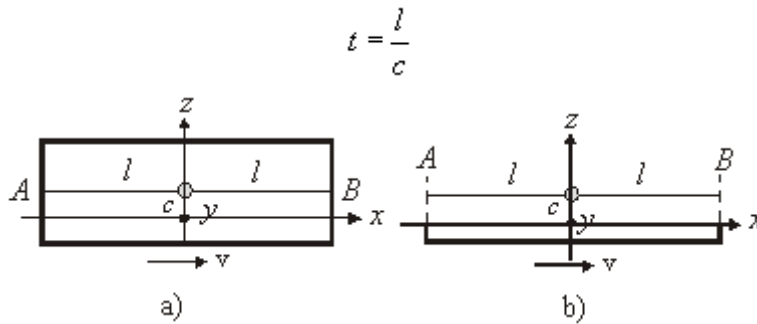


Рис. 1. а) Фізичне простір з осями координат хуz і б) пусте математичне простір з осями координат хуz, пов'язане з рухомою платформою без свого повітряного простору.

Тепер уявімо собі відкриту платформу залізничного вагона. Заради простоти нехтуємо обуренням повітряного простору Землі, яке породжується рухом поїзда.

Нехай на відкритій платформі в її центрі знаходиться джерело звуку. Подумки зв'яжемо з платформою прямокутні осі координат довжиною, обмеженою розмірами платформи. Прямокутні осі символізують пусте математичне простір, в якому нічого не відбувається, і ніяких звукових хвиль бути не може, бо це простір перебуває тільки в нашій свідомості.

У цій ситуації звуковий сигнал, що поширюється в повітряному просторі Землі з абсолютною швидкістю  $c$ , досягне протилежних країв платформи А і В неодноразомно (рис.1,б), бо тепер його швидкість відносно краю платформи В, тікає від звукової хвилі, буде визначатися відносною швидкістю звуку в порожньому просторі, що дорівнює різниці абсолютної швидкості звуку і вагону з відкритою платформою:

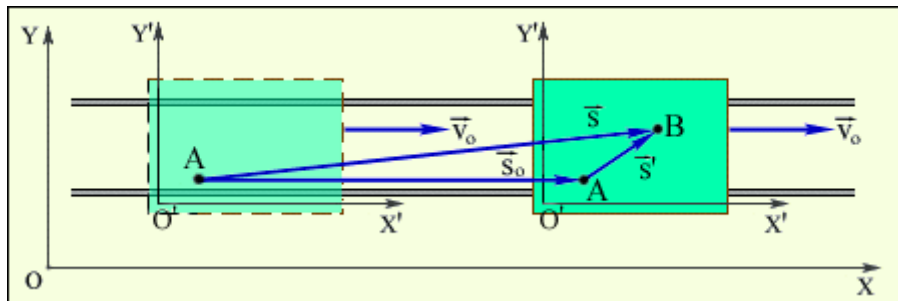
$$c_B = c - v$$

Відносна ж швидкість руху звукового сигналу до краю платформи А, що наближається до звукового сигналу буде дорівнювати абсолютній швидкості вагону і звуку:

$$c_A = c + v$$

**Практичне завдання:** Розв'язати задачу:

Нехай є дві системи відліку. Система ХОУ умовно вважається нерухомою, а система Х'О'У' рухається поступово по відношенню до системи ХОУ зі швидкістю  $v_0$ . Система ХОУ може бути, наприклад, пов'язана з Землею, а система Х'О'У' - з платформою, що рухається по рейках.



Проаналізувати рух людини через платформу.

**Питання для самоконтролю:**

1. Яка система відліку вважається нерухомою?
2. У чому полягає відносність понять руху та покою?

## Самостійне заняття №9

**Тема:** Окремі випадки руху точки

**Мета:** повторити відомі з курсу фізики, окремі випадки руху точки; підготовка до виконання практичної роботи № 1.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Рівномірний рух точки.
2. Рівнозмінний рух точки

### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

Розглянемо деякі окремі випадки руху крапки.

**1) Прямолінійний рух.** Якщо траєкторією точки є пряма лінія, то  $\rho = \infty$ .

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = 0$$

Тоді й все прискорення точки дорівнює одному тільки дотичному прискоренню:

$$a = a_\tau = \frac{dv}{dt}$$

Так як в цьому випадку швидкість змінюється тільки чисельно, то звідси містимо, що дотичне прискорення характеризує зміну швидкості по чисельній величині.

**2) Рівномірний криволінійний рух.** Рівномірним називається такий криволінійний рух крапки, у якому чисельна величина швидкості увесь час залишається постійної:  $v = const$ .

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = 0$$

Тоді й все прискорення крапки дорівнює одному тільки нормальному:

$$a = a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

Вектор прискорення  $\vec{a}$  спрямований при цьому увесь час по нормалі до траєкторії крапки.

Тому що в цьому випадку прискорення з'являється тільки за рахунок зміни напрямку швидкості, то звідси містимо, що нормальне прискорення характеризує зміну швидкості по напрямку. Знайдемо закон рівномірного криволінійного руху.

$$\frac{ds}{dt} = v$$

З формули маємо  $ds = v dt$ .

Нехай у початковий момент ( $t = 0$ ) точка перебуває від початку відліку на відстані  $s_0$ . Тоді, беручи від лівої й правої частини рівності певні інтеграли у відповідних межах, одержимо

$$\int_{s_0}^s ds = \int_0^t v dt \quad \text{або} \quad s - s_0 = vt,$$

Так як  $v = \text{const}$ . Остаточно знаходимо закон рівномірного криволінійного руху у вигляді

$$s = s_0 + vt.$$

Якщо  $s_0 = 0$ , то  $s$  дасть шлях, пройдений крапкою за час  $t$ . Отже, при рівномірному русі шлях, пройдений крапкою, розрахунок пропорційного часу, а швидкість руху дорівнює відношенню шляху вчасно

$$s = vt, \quad v = \frac{s}{t}.$$

**3) Рівномірний прямолінійний рух.** У цьому випадку  $a_n = a_\tau = 0$ , а значить і  $a = 0$ . Помітимо, що єдиним рухом, у якому прискорення крапки увесь час дорівнює нулю, є рівномірний прямолінійний рух.

**4) Рівнозмінний криволінійний рух.** Рівнозмінним називається такий криволінійний рух крапки, при якому дотичне прискорення залишається увесь час величиною постійної:  $a_\tau = \text{const}$ . Знайдемо закон цього руху, вважаючи, що при  $t = 0$

$s = s_0$ , а  $v = v_0$ , де  $v_0$  - початкова швидкість крапки. Відповідно до формули  $\frac{dv}{dt} = w_\tau$  маємо  $dv = a_\tau dt$ .

Тому що  $a_\tau = \text{const}$ , те, беручи від обох частин останньої рівності інтеграли у відповідних межах, одержимо:

$$v = v_0 + a_\tau t.$$

Формулу представимо у вигляді

$$\frac{ds}{dt} = v_0 + a_\tau t \quad \text{або} \quad ds = v_0 dt + a_\tau t dt.$$

Удруге інтегруючи, знайдемо закон рівнопеременного криволінійного руху крапки у вигляді

$$s = s_0 + v_0 t + a_\tau \frac{t^2}{2}.$$

Якщо при криволінійному русі крапки модуль швидкості зростає, то рух називається прискореним, а якщо убуває - уповільненим.

**Практичне завдання:** Розв'язати задачі:

1. Визначити час руху точки з постійною швидкістю 4 м/с по прямолінійній траєкторії до положення  $S = 56$  м, якщо у початковий момент часу вона знаходилась у положенні  $S_0 = 24$  м.

2. При русі по криволінійній траєкторії з постійним дотичним прискоренням повне прискорення досягає  $6 \text{ м/с}^2$  через 200 м після початку руху. Яка величина дотичного прискорення, якщо радіус кривизни у точці, що розглядається дорівнює 80 м?

**Питання для самоконтролю:**

1. Який рух точки називається прямолінійним?
2. Які ознаки того, що точка рухається з прискоренням?
3. Назвіть рівняння рівноприскореного руху.

## Самостійне заняття №10

**Тема:** Окремі випадки обертального руху твердого тіла

**Мета:** ознайомити з методикою визначення кінематичних характеристик окремих випадків руху твердого тіла .

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Рівномірний обертальний рух тіла.
2. Рівнозмінний обертальний рух тіла

### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

### Рівномірне й рівнозмінне обертання

Якщо кутова швидкість тіла залишається в усі час руху постійною ( $\omega = \text{const}$ ), то **обертання тіла називається рівномірним**. Знайдемо закон рівномірного обертання. З

формули  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$  маємо  $d\varphi = \omega dt$ .

Звідси, уважаючи, що в початковий момент часу  $t=0$  кут  $\varphi = \varphi_0$ , і беручи інтеграл ліворуч від  $\varphi_0$  до  $\varphi$ , а праворуч від 0 до  $t$ , одержимо остаточно

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

З рівності треба, що при рівномірному обертанні, коли  $\varphi_0 = 0$

$$\varphi = \omega t \quad \text{и} \quad \omega = \varphi / t$$

У техніці швидкість рівномірного обертання часто визначають числом обертів у хвилинах, позначаючи цю величину через  $n$  об/хв. Знайдемо залежність між  $n$  об/хв і  $\omega$  1/с. При одному оберті тіло повернеться на кут  $2\pi$ , а при  $n$  обертах на  $2\pi n$ ; цей поворот робиться за час  $t = 1$  хв = 60 сек. З рівності треба тоді, що

$$\omega = \pi \cdot n / 30 \approx 0,1n$$

Якщо кутове прискорення тіла в усі час руху залишається постійним ( $\varepsilon = \text{const}$ ), то **обертання називається рівнозмінним**. Знайдемо закон рівнопеременного обертання, уважаючи, що в початковий момент часу  $t=0$  кут  $\varphi = \varphi_0$ , а кутова швидкість  $\omega = \omega_0$  ( $\omega_0$  - початкова кутова швидкість).

З формули  $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$  маємо  $d\omega = \varepsilon \cdot dt$ . Інтегруючи ліву частину в межах від  $\omega_0$  до  $\omega$ , а праву - у межах від 0 до  $t$ , знайдемо  $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ ,  
 $d\varphi/dt = \omega_0 + \varepsilon t$  або  $d\varphi = \omega_0 dt + \varepsilon t dt$ .

Удруге інтегруючи, знайдемо звідси закон рівнопеременного обертання

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \varepsilon^2 / 2$$



Якщо величини  $\omega$  й  $\varepsilon$  мають однакові знаки, то обертання буде рівноприскореним, а якщо різні - рівносповільненим.

**Практичне завдання:** Розв'язати задачі:

1. Визначити прискорення точки ободу маховика, який обертається з постійною кутовою швидкістю 3 рад/с. Діаметр маховика 1 м.
2. Визначити кутову швидкість шестерні діаметром 120 мм, якщо вона приводиться до руди колесом діаметру 600 мм, яке обертається з кутовою швидкістю 4 рад/с. Розглянути випадки, коли: а) маємо внутрішнє зачеплення; б) зовнішнє зачеплення.

**Питання для самоконтролю:**

1. Який рух тіла називається обертальним?
2. Як пов'язані між собою швидкості точок, що належать поверхні тіла, яке обертається?
3. Назвіть одиниці вимірювання кутової швидкості; прискорення.
4. Яка величина характеризує зміну положення точки, що належить тілу, яке обертається?
5. Як пов'язані кутова швидкість та чистота обертання?

## Самостійне заняття №11

**Тема:** Застосування теореми про складання швидкостей

**Мета:** ознайомити з методикою визначення кінематичних характеристик складного руху точки із застосуванням теореми про складання швидкостей.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Поняття про складний рух точки.
2. Застосування теореми про складання швидкостей на прикладі розв'язання задач.

**Література**

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: - Высшая школа, 1977

**1. Поняття про складний рух точки.**  
Розглянемо точку  $M$ , що рухається стосовно рухливо системи відліку  $Oxyz$ , що у свою чергу якось рухається щодо іншої системи відліку  $O_1x_1y_1z_1$ , що називаємо основний або умовно нерухливою (рис. 1). Кожна із цих систем відліку зв'язана, звичайно, з певним тілом, на кресленні не покажимо. Уведемо наступні визначення.

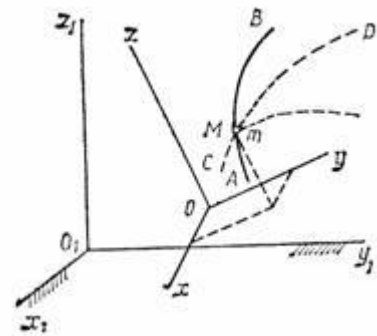


Рис.1.

1. Рух, що здійснює точка  $M$  стосовно рухливої системи відліку (до осей  $Oxyz$ ), називається **відносним рухом** (такий рух буде бачити спостерігач, пов'язаний із цими осями й переміщається разом з ними). Траєкторія  $AB$ , описувана крапкою у відносному русі, називається відносною траєкторією. Швидкість крапки  $M$  стосовно осей  $Oxyz$  називається відносною швидкістю (позначається  $\vec{v}_r$ ), а прискорення - відносним прискоренням (позначається  $\vec{a}_r$ ). З визначення треба, що при обчисленні  $\vec{v}_r$  й  $\vec{a}_r$  можна рух осей  $Oxyz$  в увагу не приймати (розглядати їх як нерухливі).

2. Рух, що здійснює рухлива система відліку  $Oxyz$  (і всіма незмінно пов'язаними з нею крапками простору) стосовно нерухливої системи  $O_1x_1y_1z_1$ , є для точки  $M$  **переносним рухом**.

Швидкість тієї незмінно пов'язаної з рухливими осями  $Oxyz$  точки  $m$ , з якої в цей момент часу збігається точка, що рухається,  $M$ , називається переносною швидкістю крапки  $M$  у цей момент ( $\vec{v}_s$  позначається), а прискорення цієї точки  $m$  - переносним прискоренням точки  $M$  ( $\vec{a}_s$  позначається). Таким чином,

$$\vec{v}_{пер} = \vec{v}_m, \quad \vec{a}_{пер} = \vec{a}_m.$$

Якщо уявити собі, що відносний рух точки відбувається по поверхні (або усередині) твердого тіла, з яким жорстко зв'язані рухливі осі  $Oxyz$ , то переносною швидкістю (або прискоренням) крапки  $M$  у даний момент часу буде швидкість (або прискорення) тої точки тіла, з якої в цей момент збігається точка  $M$ .

3. Рух, що здійснює точка стосовно нерухливої системи відліку  $O_1x_1y_1z_1$ , називається **абсолютним або складним**. Траєкторія  $CD$  цього руху називається абсолютною траєкторією, швидкість - абсолютною швидкістю (позначається  $\vec{v}_{аб}$ ) і прискорення - абсолютним прискоренням (позначається  $\vec{a}_{аб}$ ).

У наведеному вище прикладі рух кулі щодо палуби пароплава буде відносним, а швидкість - відносною швидкістю кулі; рух пароплава стосовно берега буде для кулі переносним рухом, а швидкість тої крапки палуби, який у цей момент часу стосується кулі буде в цей момент його переносною швидкістю; нарешті, рух кулі стосовно берега буде його абсолютним рухом, а швидкість - абсолютною швидкістю кулі.

## 2. Теорема про додавання швидкостей.

Нехай деяка крапка  $M$  виконує рух стосовно системи відліку  $Oxyz$ , що сама рухається довільним образом стосовно нерухливої системи відліку  $O_1x_1y_1z_1$ , (рис.2). Положення рухливої системи відліку може бути визначено, якщо задати положення крапки  $M$  Про радіус-вектором  $\vec{r}_0$ , проведеним з початку нерухливої системи відліку, і напрямку одиничних векторів  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  рухливих осей  $Ox, Oy, Oz$ .

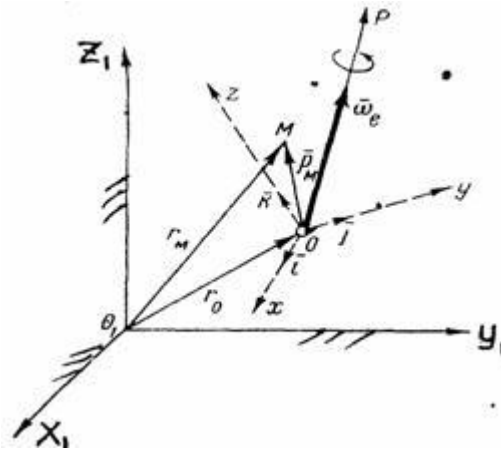


Рис.2

Довільний переносний рух рухливої системи відліку складається з поступального руху зі швидкістю  $v_0$  точки  $O$  і руху навколо миттєвої осі вращення  $OP$ , що походить через точку  $PRO$ , з миттєвою кутовою швидкістю  $\bar{\omega}_e$ . Внаслідок переносного руху рухливої системи відліку радіус-вектора  $\bar{r}_0$  й напрямку одиничних векторів  $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$  змінюються. Якщо вектори  $\bar{r}_0, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$  задані у функції часу, то переносний рух рухливої системи відліку цілком визначено.

Положення точки  $M$  стосовно рухливої системи відліку можна визначити радіусом-вектором  $\bar{\rho}_M$

$$\bar{\rho}_M = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k},$$

де координати  $x, y, z$  точки  $M$  змінюються із часом внаслідок руху точки  $M$  щодо рухливої системи відліку. Якщо радіус-вектор  $\bar{\rho}_M$  заданий у функції часу, то відносний рух точки  $M$ , тобто рух цієї точки щодо рухливої системи відліку, задано.

Положення точки  $M$  щодо нерухливої системи відліку  $O_1x_1y_1z_1$ , може бути визначено радіусом-вектором  $\bar{r}_M$ . З мал.30 видно, що

$$\bar{r}_M = \bar{r}_0 + \bar{\rho}_M = \bar{r}_0 + x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}.$$

Якщо відносні координати  $x, y, z$  точки  $M$  і вектори  $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$  визначені у функції часу, то складаючися з відносного й переносного рухів складений рух точки  $M$ , тобто рух цієї точки стосовно нерухливої системи відліку, також треба вважати заданим.

Швидкість складеного руху точки  $M$ , або абсолютна швидкість цієї точки, дорівнює, мабуть, похідній від радіуса-вектора  $\bar{r}_M$  точки  $M$  за часом  $t$

$$\bar{v}_a = \frac{d\bar{r}_M}{dt}.$$

Тому, диференціюючи рівність (1) за часом  $t$ , одержимо

$$\bar{v}_a = \frac{d\bar{r}_0}{dt} + x \frac{d\bar{i}}{dt} + y \frac{d\bar{j}}{dt} + z \frac{d\bar{k}}{dt} + x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$$

Розіб'ємо доданки в правій частині цієї рівності на дві групи по наступній ознаці. До першої групи віднесемо ті доданки, які містять похідні тільки від відносних координат  $x, y, z$ , а до другого - ті доданки, які містять похідні від векторів  $\bar{r}_0, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ , тобто від величин, що змінюються тільки внаслідок переносного руху рухливої системи відліку

$$\bar{v}_r = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k};$$

$$\vec{v}_e = \vec{v}_0 + x \frac{d\vec{i}}{dt} + y \frac{d\vec{j}}{dt} + z \frac{d\vec{k}}{dt}$$

Кожна із груп доданків, позначених через  $\vec{v}_r$  і  $\vec{v}_e$ , являє собою, принаймні, по розмірності деяку швидкість. З'ясуємо фізичний зміст швидкостей  $\vec{v}_r$  і  $\vec{v}_e$ .

Швидкість  $\vec{v}_r$ , як це треба з рівності (3), обчислюється в припущенні, що змінюються тільки відносні координати  $x, y, z$  точки  $M$ , але вектори  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  залишаються постійними, тобто рухлива система відліку  $Oxyz$  як би умовно вважається нерухливою. Отже, швидкість  $\vec{v}_r$  являє собою відносну швидкість точки  $M$ .

Швидкість  $\vec{v}_e$  обчислюється так, начебто б точка  $M$  не рухалася щодо рухливої системи відліку, тому що похідні  $x, y, z$  у рівність (4) не входять. Тому швидкість  $\vec{v}_e$  являє собою переносну швидкість точки  $M$ .

Отже,  $\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$ . Ця рівність виражає теорему додавання швидкостей у випадку, коли переносний рух є довільним: абсолютна швидкість точки  $M$  дорівнює геометричній сумі переносної й відносної швидкостей цієї точки.

#### **Практичне завдання:** Розв'язати задачу:

Розкласти дані руху точки на складові (відносний і переносний рух); показати нерухомі та рухомі осі координат і траєкторії кожного із складових руху:

- 1) рух пароходу по річці;
- 2) рух людини вздовж вагона поїзда, що рухається;
- 3) рух краплі дощової води по боковому склу автомобіля, який рухається;
- 4) рух точок обертаючого ся гвинта само льоту, який летить;
- 5) рух поїзду по поверхні землі.

#### **Питання для самоконтролю:**

1. Який рух точки називається складним?
2. Як геометрично визначити абсолютну швидкість точки, що рухається за складним законом
3. Як аналітично можна визначити абсолютну швидкість точки?

### **Самостійне заняття №12 (2год.)**

**Тема:** Основні закони динаміки

**Мета:** ознайомити зі змістом та застосуванням основних законів динаміки

#### **Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Основні закони динаміки

#### **Література**

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С. , Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

## Основні закони динаміки

В основі динаміки лежать закони, установлені шляхом узагальнення результатів цілого ряду досвідів і спостережень над рухом тіл і перевірені великою суспільно-історичною практикою людства. Систематично ці закони були вперше викладені І. Ньютоном.

**Перший закон (закон інерції)**, відкритий Галілеєм, говорить: *ізолювана від зовнішніх впливів матеріальна крапка зберігає свій стан спокою або рівномірного прямолінійного руху доти, поки прикладені сили не змусять неї змінити цей стан*. Рух, чинений крапкою при відсутності сил, називається рухом *по інерції*.

Закон інерції відбиває одне з основних властивостей матерії - перебувати незмінно в русі й установлює для матеріальних тіл еквівалентність станів спокою й руху по інерції. З нього треба, що якщо  $F=0$ , то крапка спочиває або рухається з постійної по модулі й напрямку швидкістю ( $\vec{v} = \text{const}$ ); прискорення крапки при цьому дорівнює нулю:  $\vec{a} = 0$ ); якщо ж рух крапки не є рівномірним і прямолінійним, то на крапку діє сила.

Система відліку, стосовно якої виконується закон інерції, називається *інерціальною системою відліку* (іноді її умовно називають нерухливою). За даними досвіду для нашої Сонячної системи інерціальною є система відліку, початок який перебуває в центрі Сонця, а осі спрямовані на так звані нерухливі зірки. При рішенні більшості технічних завдань інерціальною, з достатньою для практики точністю, можна вважати систему відліку, жорстко пов'язану із Землею.

**Другий закон (основний закон динаміки)** говорить: *добуток маси крапки на прискорення, що вона одержує під дією даної сили, дорівнює по модулі цій силі, а напрямком прискорення збігається з напрямком сили*.

Математично цей закон виражається векторною рівністю  $m\vec{a} = \vec{F}$ .

При цьому між модулями прискорення й сили має місце залежність  $ma = F$ .

Другий закон динаміки, як і перший, має місце тільки стосовно інерціальної системи відліку. Із цього закону безпосередньо видно, що мірою інертності матеріальної крапки є її маса, тому що дві різні крапки при дії однієї й тої ж сили одержують однакові прискорення тільки тоді, коли будуть рівні їхні маси; якщо ж маси будуть різні, то крапка, маса якої більше (тобто більше інертна), одержить менше прискорення, і навпаки.

Якщо на крапку діє одночасно кілька сил, то вони, як відомо, будуть еквівалентні одній силі, тобто рівнодіючій  $\vec{R}$ , рівній геометричній сумі цих сил. Рівняння, що виражає основний закон динаміки, приймає в цьому випадку вид

$$m\vec{a} = \vec{R} \quad \text{або} \quad m\vec{a} = \sum \vec{F}_k$$

**Третій закон (закон рівності дії й протидії)** установлює характер механічної взаємодії між матеріальними тілами. Для двох матеріальних крапок він говорить: *дві матеріальні крапки діють один на одного із силами, рівними по модулі й спрямованими уздовж прямиї, що з'єднує ці крапки, у протилежні сторони*.

Помітимо, що сили взаємодії між вільними матеріальними крапками (або тілами), як прикладені до різних об'єктів, не утворюють урівноваженої системи. Наприклад, якщо на гладкій горизонтальній площині помістити на деякій відстані друг від друга шматок заліза й магніт, то при взаємодії ці тіла будуть зближатися (а не перебувати в спокої). При цьому, тому що діючі на кожне з тіл сили будуть по модулі однакові, то прискорення тіл, відповідно до другого закону динаміки, будуть обернено пропорційні їхнім масам.

Третій закон динаміки, що як установлює характер взаємодії матеріальних часток, відіграє більшу роль у динаміку системи.

**Практичне завдання:** законспектувати основні закономірності динаміки.

**Питання для самоконтролю:**

1. Назвіть пряму задачу динаміки.

2. Основний закон динаміки, його застосування.
3. Що є мірою інертності тіла? Як пов'язані між собою ці міри при взаємодії двох тіл?
4. Чи може спостерігатися однобічна дія тіл між собою?

### Самостійне заняття №13

**Тема:** Застосування методу кінетостатики у динаміці

**Мета:** ознайомити з методикою використання методу кінетостатики при розв'язанні типових задач динаміки точки.

#### Питання, що виносяться на самостійне вивчення:

1. Поняття про метод кінетостатики.
2. Приклади розв'язання типових задач із застосуванням методу кінетостатики.

#### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: - Высшая школа, 1977

#### 1. Метод кінетостатики (Принцип Даламбера)

У кожний момент руху сума активних сил, реакцій зв'язків і сил інерції дорівнює нулю  $\sum (\vec{F}_k^e + \vec{F}_k^i + \vec{F}_k^и) = 0$  — метод кінетостатики (принцип Даламбера) для матеріальної точки.

$\vec{F}_k^e$  – зовнішня сила,  $\vec{F}_k^i$  – внутрішня сила.

Сила інерції:  $\vec{F}_k^и = -m_k \vec{w}_k$ , знак (-) показує, що сила інерції спрямована в протилежну сторону прискоренню.

Для системи додається рівняння моментів:  $\sum [\vec{m}_o(\vec{F}_k^e) + \vec{m}_o(\vec{F}_k^i) + \vec{m}_o(\vec{F}_k^и)] = 0$ .

Позначають:  $\vec{F}^и = \sum \vec{F}_k^и$  – головний вектор сил інерції,

$\sum \vec{m}_o(\vec{F}_k^и) = \vec{M}_o^и$  – головний момент сил інерції.

З огляду на то, що геометрична сума внутрішніх сил і сума їхніх моментів дорівнює нулю  $\sum \vec{F}_k^i = 0$ ,  $\sum \vec{m}_o(\vec{F}_k^i) = 0$ ,

одержуємо:  $\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^и = 0$ ,  $\sum \vec{m}_o(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_o^и = 0$  — рівняння кінетостатики.

Принцип Даламбера для системи - якщо в будь-який момент часу до кожної крапки системи прикласти, крім реально діючих сил, що відповідають сили інерції, те отримана

система сил буде перебувати в рівновазі й до неї можна застосовувати рівняння статки. Це спрощує процес рішення завдань.

**Приклад 1.** Припустимо, що матеріальна крапка  $M$  під дією системи сил  $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n$  рухається із прискоренням  $\vec{a}$  (рис.1)

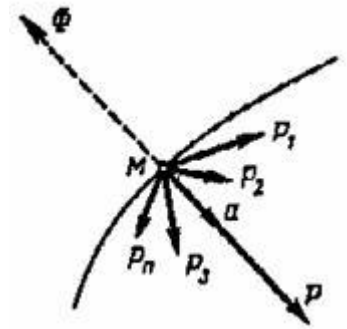


Рис.1

Основне рівняння динаміки має вигляд

$$m\vec{a} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \dots + \vec{P}_n = \sum_{i=1}^n \vec{P}_i$$

Перенесемо член  $m\vec{a}$  з лівої частини рівняння в праву

$$\sum \vec{P}_i - m\vec{a} = 0$$

Уведемо позначення  $\vec{\Phi} = -m\vec{a}$ . Сила  $\vec{\Phi}$  називається *силою інерції* матеріальної крапки й спрямована протилежно прискоренню крапки.

Тоді останнє рівняння прийме вид

$$\sum \vec{P}_i + \vec{\Phi} = 0$$

Останнє співвідношення формулюється так: геометрична сума всіх прикладених до крапки сил і сили інерції цієї крапки дорівнює нулю.

Як відомо, у дійсності, сила інерції матеріальної крапки прикладена не до неї, а до тіла, що повідомляє крапці прискорення. Додаток сили інерції до крапки є лише умовним прийомом, що зводить завдання динаміки за формою рішення до завдання статки.

При вивченні руху невідільної механічної системи, так само як і при вивченні руху однієї невідільної крапки, застосовується принцип освободженості від зв'язків. По цьому принципі наявні зв'язки відкидають, замінюючи їхню дію відповідними реакціями.

Розглянемо невідільну механічну систему, що складається з  $n$  матеріальних крапок.

Застосувавши до кожної крапки  $M_i$  цієї системи принцип Даламбера, одержимо

$$\vec{P}_i + \vec{R}_i + \vec{\Phi}_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

де  $\vec{P}_i$  - рівнодіюча сил, що задаються, прикладених до  $M_i$  крапки  $\vec{R}_i$ ; - рівнодіюча реакцій зв'язків, прикладених до цієї крапки  $\vec{\Phi}_i = -m_i \vec{a}_i$ ; - сила інерції матеріальної  $M_i$  крапки.

Складемо все  $n$  рівнянь

$$\sum \vec{P}_i + \sum \vec{R}_i + \sum \vec{\Phi}_i = 0$$

Тут  $\sum \vec{P}_i = \vec{P}^*$  - головний вектор сил, що задаються  $\sum \vec{R}_i = \vec{R}^*$ ; - головний вектор реакцій зв'язків  $\sum \vec{\Phi}_i = \vec{\Phi}^*$ ; - головний вектор сил інерції крапок системи.

Підставляючи ці значення в рівняння, будемо мати

$$\vec{P}^* + \vec{R}^* + \vec{\Phi}^* = 0$$

З рівняння треба, що в будь-який момент часу для всякої невідільної механічної системи геометрична сума головних векторів сил, що задаються, реакцій зв'язків і сил інерції матеріальних крапок системи дорівнює нулю.

Застосування рівняння, що випливає із принципу Даламбера, спрощує процес рішення завдань, тому що ці рівняння не містять внутрішніх сил.

У проекціях на координатні осі рівність дає рівняння, аналогічні рівнянням статички.

На закінчення необхідно підкреслити, що при вивченні руху стосовно інерціальної системи відліку, сили інерції вводяться тільки тоді, коли для рішення завдань застосовується принцип Даламбера.

**Практичне завдання:** Розв'язати задачі:

1. Матеріальна точка вагою 50 г рухається у поверхні землі прямолінійно по вертикалі, маючи постійне прискорення  $6 \text{ м/с}^2$ . Визначити величину сили опору, що прикладена до точки.

2. Вільна матеріальна точка М рухається під дією сили Р. Її швидкість у заданий момент часу 200 м/с, радіус кривизни траєкторії 2800 м. Вага точки 3 кг. Визначити величину сили Р.

**Питання для самоконтролю:**

1. Яка сила називається силою інерції?
2. Який напрям має сил інерції?
3. До якого тіла прикладена сили інерції: до того що рухається, чи до того, що визвало цій рух?
4. У чому полягає сутність методу кінетостатички?

## Самостійне заняття №14

**Тема:** Робота і потужність при прямолінійному русі тіла.

**Мета:** ознайомити з методикою визначення параметрів роботи і потужності при прямолінійному русі тіла

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Робота при прямолінійному русі тіла.
2. Потужність при прямолінійному русі тіла

**Література**

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

### 1. Робота при прямолінійному русі тіла

Робота сили на будь-якому переміщенні  $M_0M_1$  дорівнює взятому уздовж цього переміщення інтегралу від елементарної роботи. Межі інтеграла відповідають значенням змінні інтегрування в крапках  $M_0$  і  $M_1$ .

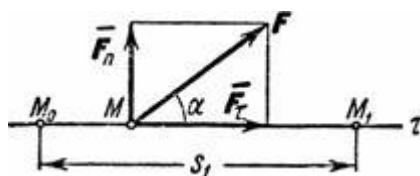




Рис.1

Якщо величина  $F_{\tau}$  постійна ( $F_{\tau} = \text{const}$ ), то й позначаючи переміщення  $M_0M_1$  через  $s_1$  одержимо:  $A_{(M_0M_1)} = F_{\tau}s_1$ .

Такий випадок може мати місце, коли діюча сила постійна по модулі й напрямку ( $F = \text{const}$ ), а крапка, до якої прикладена сила, рухається прямолінійно (рис.1). У цьому випадку  $F_{\tau} = F \cos \alpha = \text{const}$  й робота сили  $A_{(M_0M_1)} = F s_1 \cos \alpha$ .

Одиницею виміру роботи в системі СИ є джоуль (1 Дж = 1 Нм).

### Приклади обчислення роботи.

**1) Робота сили ваги.** Нехай крапка  $M$ , на яку діє сила ваги  $\vec{P}$ , переміщається з положення  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  у положення  $M_1(x_1, y_1, z_1)$ . Виберемо осі координат так, щоб вісь  $Oz$  була спрямована вертикально нагору (рис.2).

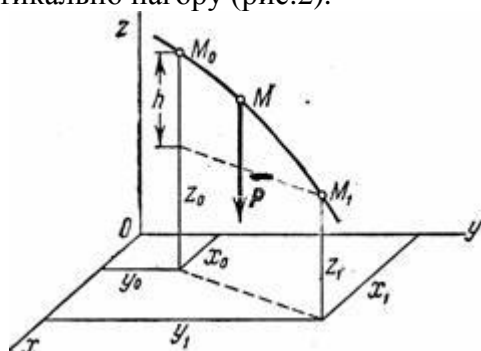


Рис.2

Тоді  $P_x=0, P_y=0, P_z=-P$ . Підставляючи ці значення й з огляду на змінну інтегрування  $z$ :

$$A_{(M_0M_1)} = \int_{M_0}^{M_1} (-P) dz = -P \int_{z_0}^{z_1} dz = P(z_0 - z_1)$$

Якщо крапка  $M_0$  вище  $M_1$ , то  $z_0 - z_1 = h$ , де  $h$ -величина вертикального переміщення крапки;

Якщо ж крапка  $M_0$  нижче крапки  $M_1$  то  $z_0 - z_1 = -(z_1 - z_0) = -h$ .

Остаточно одержуємо:  $A_{(M_0M_1)} = \pm Ph$

Отже, робота сили ваги дорівнює взятому зі знаком плюс або мінус добутку модуля сили на вертикальне переміщення крапки її додатка. Робота позитивна, якщо початкова крапка вище кінцевої, і негативна, якщо початкова крапка нижче кінцевої. З отриманого результату треба, що робота сили ваги не залежить від виду тої траєкторії, по якій переміщається крапка її додатка.

Сили, що володіють такою властивістю, називаються потенційними.

**2) Робота сили тертя.** Розглянемо крапку, що рухається по якій-небудь шорсткуватій поверхні (рис.3) або кривій. Діюча на крапку сила тертя дорівнює по модулю, де  $f$ -коефіцієнт тертя, а  $\vec{N}$  - нормальна реакція поверхні. Спрямовано силу тертя протилежно переміщенню крапки. Отже,  $F_{mp} = -f$  і по формулі

$$A_{(M_0M_1)} = - \int_{M_0}^{M_1} F_{mp} ds = - \int_{M_0}^{M_1} f N dx$$

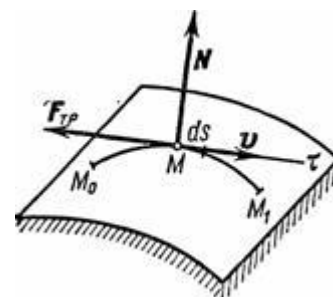


Рис.3.

Якщо величина сили тертя постійна, то  $A(M_0M_1) = -F_{\text{тр}}s$ , де  $s$ -довжина дуги кривій  $M_0M_1$  по якій переміщається крапка.

Таким чином, *робота сили тертя при ковзанні завжди негативна*. Величина цієї роботи залежить від довжини дуги  $M_0M_1$ . Отже, сила тертя є силою *непотенційною*.

## 2. Потужність.

*Потужністю* називається величина, що визначає роботу, чинену силоміць в одиницю часу. Якщо робота відбувається рівномірно, то потужність

$$W = \frac{A}{t},$$

де  $t$  - час, протягом якого зроблена робота  $A$ . У загальному випадку

$$W = \frac{dA}{dt} = \frac{F_{\tau}ds}{dt} = F_{\tau}V$$

Отже, потужність дорівнює добутку дотичній складовій сили на швидкість руху.

Одиницею виміру потужності в системі СІ є *ват* ( $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/сек}$ ). У техніці за одиницю потужності часто приймається 1 кінська сила, рівна  $75 \text{ кГм/сек}$  або  $736 \text{ Вт}$ .

Роботу, зроблену машиною, можна вимірювати добутком її потужності на час роботи. Звідси виникла вживана в техніці одиниця виміру роботи кіловат-година ( $1 \text{ кВт}\cdot\text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж} \approx 367100 \text{ кГм}$ ).

З рівності  $W = F_{\tau}V$  видно, що у двигуна, що має дану потужність  $W$ , сила тяги  $F_{\tau}$  буде тим більше, чим менше швидкість руху  $V$ . Тому, наприклад, на підйомі або на поганій ділянці дороги в автомобіля включають нижчі передачі, що дозволяють при повній потужності рухатися з меншою швидкістю й розвивати більшу силу тяги.

### Практичне завдання: Розв'язати задачі:

1. Під дією сили  $P = 10 \text{ Н}$ , тіло  $M$  пересувається по прямолінійній траєкторії на відстань  $6 \text{ м}$ . Визначити роботу, виконану силою  $P$ , якщо:

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| а) $\alpha = 0^\circ$ ;  | в) $\alpha = 45^\circ$ ; |
| б) $\alpha = 20^\circ$ ; | г) $\alpha = 90^\circ$ ; |

Визначити також роботу нормальної реакції зв'язку. Силою тертя знехтувати.

2. Визначити роботу сил опору при підйомі вантажу вагою  $400 \text{ кг}$  на відстань  $12 \text{ м}$  по нахиленій поверхні. Коефіцієнт ковзання  $0,15$ , кут нахилу поверхні  $30^\circ$ .

### Питання для самоконтролю:

1. Назвіть одиниці вимірювання роботи сили
2. У якому випадку робота сили на прямолінійній ділянці шляху матиме від'ємний знак?
3. У якому випадку робота сили буде дорівнювати нулю?
4. Яка величина характеризує роботу сили, виконану за проміжок часу?
5. Чи може потужність бути від'ємною?
6. Назвіть одиниці вимірювання потужності.

## Самостійне заняття №15

**Тема:** Застосування методу перерізів.

**Мета:** ознайомити з методикою визначення внутрішніх силових факторів за допомогою методу перерізів.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Поняття про метод перерізів. Внутрішні силові фактори (ВСФ).
2. Механічна напруга.

### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: - Высшая школа, 1977

1. Необхідним етапом оцінки міцності та жорсткості деталі є аналіз внутрішніх сил. Для визначення внутрішніх сил використовується **метод перерізів**. Суть цього методу визначається послідовністю таких операцій (рисунок 1):

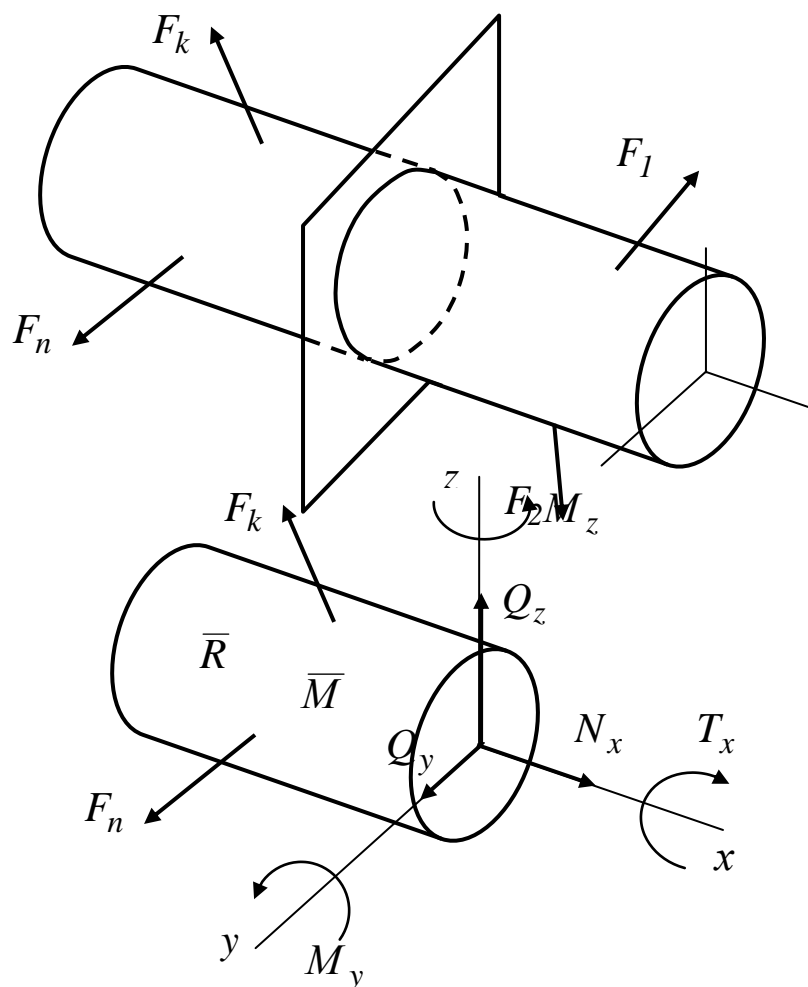


Рис. 1. Метод перерізів та внутрішні силові фактори.

- 1) умовно робимо переріз у місці визначення внутрішніх сил;
- 2) відкидаємо одну з двох частин перерізаної деталі;
- 3) дію відкинутої частини на залишену замінюємо внутрішніми силами. Ці сили зрівноважуються зовнішніми силами, що прикладені до залишеної частини;
- 4) визначаємо невідомі внутрішні сили з рівнянь рівноваги.

У загальному випадку просторової задачі система внутрішніх сил (рисунок 1. б) зводиться до головного вектора сил  $\bar{R}$ , прикладеного у центрі ваги перерізу, та головного моменту  $\bar{M}$ , які розкладаємо по осях координат

$$\bar{R} = \bar{N}_x + \bar{Q}_y + \bar{Q}_z; \quad \bar{M} = \bar{T}_x + \bar{M}_y + \bar{M}_z.$$

Шість *внутрішніх силових факторів*, що виникають у перерізі деталі в загальному випадку, мають такі назви:

$\bar{N}_x$  – *подовжня сила* (або нормальна);

$\bar{Q}_y, \bar{Q}_z$  – *поперечні сили*;

$\bar{T}_x$  – *крутний момент*;

$\bar{M}_y, \bar{M}_z$  – *згинальні моменти*.

Для визначення невідомих внутрішніх силових факторів (ВСФ) використовують шість рівнянь рівноваги статички:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; & \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; & \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0; \\ \sum_{i=1}^n M_{ix} = 0; & \sum_{i=1}^n M_{iy} = 0; & \sum_{i=1}^n M_{iz} = 0. \end{cases}$$

**2. Механічне напруження** є локальною мірою внутрішніх сил і характеризує їх інтенсивність на нескінченно малій площадці перерізу.

Одиницею вимірювання механічних напружень є **Паскаль** ( $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н} / \text{м}^2$ ). Ця одиниця дуже мала, тому часто використовують кратні одиниці *МегаПаскаль* ( $1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$ ) та *ГігаПаскаль* ( $1 \text{ ГПа} = 10^9 \text{ Па}$ ). Для доброї уяви про величину напружень, оскільки йдеться про нескінченно малу площадку, може бути корисним співвідношення  $1 \text{ МПа} = 1 \text{ Н} / \text{мм}^2$ .

Розглянемо переріз тіла (рисунок 2). Взагалі положення перерізу визначається напрямком зовнішньої нормалі до нього. На рисунку 1.2 маємо переріз з нормаллю  $X$  (поперечний переріз стержня).

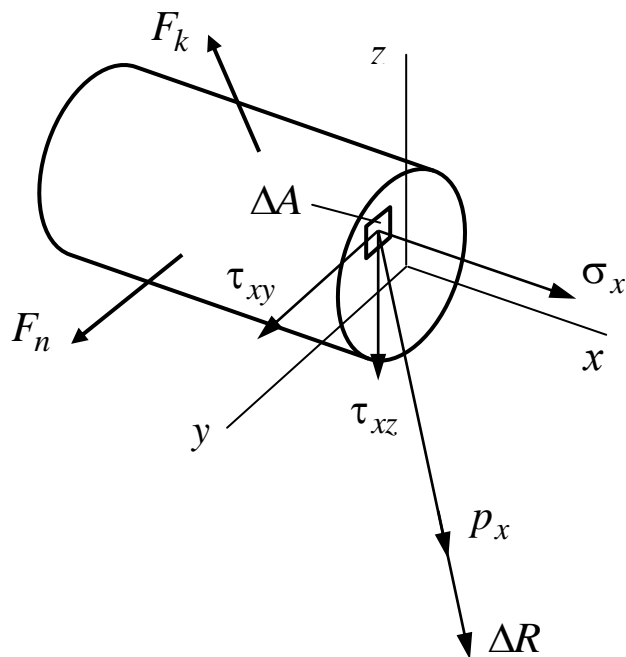


Рис. 2 – Повне механічне напруження та його складові

В околиці довільної точки виділимо елементарну площадку  $\Delta A$ , а рівнодіючу внутрішніх сил на цій площадці позначимо  $\Delta \bar{R}$ .

Тоді повним напруженням в точці на площадці з нормаллю  $x$  називають відношення

$$\bar{p}_x = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{R}}{\Delta A}$$

Складові повного напруження

$p_x$  мають такі позначення і назви:

$\sigma_x$  – нормальне напруження (по нормалі  $x$  до перерізу);

$\tau_{xy}, \tau_{xz}$  – дотичні напруження (лежать в площині перерізу).

Модуль повного напруження на площадці з нормаллю  $x$

$$p_x = \sqrt{\sigma_x^2 + \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2}$$

**Практичне завдання:** скласти конспект основних відомостей про метод перерізів та ВСФ.

#### Питання для самоконтролю:

1. Скільки внутрішніх силових факторів можна визначити за допомогою методу перерізів?
2. Який принцип розташування ВСФ по відношенню до координатних осей перерізу?
3. Що характеризує механічна напруга?
4. Назвіть одиниці вимірювання механічної напруги.
5. Як розташована нормальна напруга по відношенню до площини поперечного перерізу?

#### Самостійне заняття №16

**Тема:** Розрахунки на міцність при розтязі-стиску.

**Мета:** закріпити набуті навички розрахунків ВСФ при розтязі-стиску; підготовка до виконання практичної роботи № 2.

#### Питання, що виносяться на самостійне вивчення:

1. Поняття про розрахунок на міцність при розтязі-стиску.

### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: - Высшая школа, 1977

Осьовим (центральноим) розтягом або стиском бруса – називається такий простий вид навантаження, при якому єдиним внутрішнім силовим фактором у поперечному перерізі цього стержня є внутрішня подовжня сила  $N$ .

Простіше за все цей вид навантаження можна реалізувати, якщо прикласти до стержня зовнішні сили  $F_i$ , лінія дії котрих збігається з його віссю (рисунок 1, а).

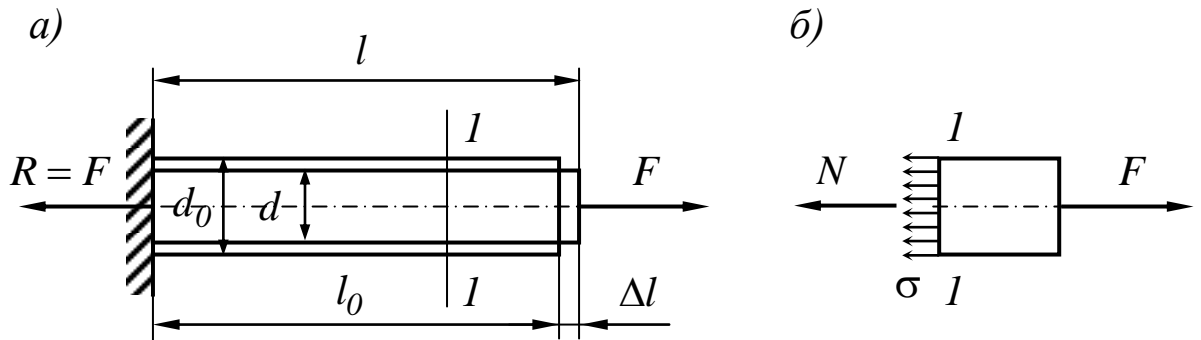


Рис. 1 – Модель розтягу бруса

Для визначення внутрішньої подовжньої сили  $N$  застосуємо метод перерізів (рис. 1, б).

З умов рівноваги уявно відрізаної частини стержня отримаємо:  $N = F$ .

Умову міцності при розтягу-стиску можна записати у вигляді

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \leq [\sigma].$$

**Задача:** Для заданного двоступеневого бруса побудувати епюри повздовжніх сил та нормальних напруг. Провести розрахунок на міцність, якщо  $[\sigma] = 160$  МПа.

**Дано:**

$$[\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

$$F_1 = 30 \text{ кН}$$

$$F_2 = 38 \text{ кН}$$

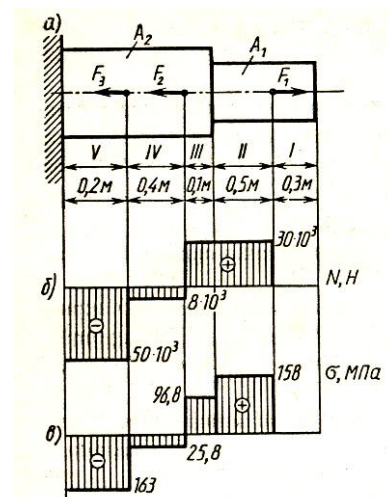
$$F_3 = 42 \text{ кН}$$

$$A_1 = 1,9 \text{ см}^2$$

$$A_2 = 3,1 \text{ см}^2$$

$$N - ?$$

$$\sigma - ?$$



## Розв'язання

1. Розбиваємо брус на ділянки і визначаємо повздовжню силу на кожній із ділянок:

$$N_1=0$$

$$N_2=F_1=30 \text{ кН}$$

$$N_3=F_1=30 \text{ кН}$$

$$N_4=F_1-F_2= - 8 \text{ кН}$$

$$N_5=F_1-F_2-F_3= - 50 \text{ кН}$$

Будуємо епюру повздовжніх сил не дотримуючись масштабу (рис.б).

2. Розраховуємо значення нормальних напруг:

$$\sigma_1= N_1/A_1=0$$

$$\sigma_2= N_2/A_1=158 \text{ Н/мм}^2=158 \text{ МПа}$$

$$\sigma_3= N_3/A_2=96,8 \text{ Н/мм}^2=96,8 \text{ МПа}$$

$$\sigma_4= N_4/A_2= - 25,8 \text{ Н/мм}^2= - 25,8 \text{ МПа}$$

$$\sigma_5= N_5/A_2= - 163 \text{ Н/мм}^2= - 163 \text{ МПа}$$

Будуємо епюри нормальних напруг (рис. в)

3. Умова міцності при розтязі-стиску має вид  $\sigma \leq [\sigma]$ . Отже, порівнюємо розрахункову нормальну напругу на кожній ділянці з заданим допустимим: лише на ділянці 5 маємо незначне перевищення розрахункової напруги над допустимою. Визначимо відсоток перевищення:  $(163-160)/160 = 1,87\%$ . За умови міцності перевантаження конструкції не може перевищувати 5%, у нашому випадку це 1,87%, **отже даний брус відповідає умові міцності.**

**Практичне завдання:** Проаналізувати принцип розв'язання задачі, що наведена вище.

**Питання для самоконтролю:**

1. Як розташовані нормальні напруги по поперечному перерізу бруса?
2. Назвіть допустимий % перевантаження конструкції.
3. Які міри слід застосувати у випадку, якщо конструкція суттєво перевантажена?

## Самостійне заняття №17

**Тема:** Механічні випробування матеріалів.

**Мета:** ознайомити з основними видами механічних випробувань матеріалів та характеристиками, яки при цьому отримують.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Поняття про розрахунок на міцність при розтязі-стиску.

**Література**

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С. , Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990

3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.:-Высшая школа, 1977

При розрахунках на жорсткість і міцність необхідно знати *механічні характеристики* матеріалів: модуль пружності, коефіцієнт Пуассона, границі текучості та міцності, твердість та інші. Для їх визначення проводять спеціальні випробування матеріалів.

Найбільш важливими і водночас простими є випробування на розтяг. Для цього використовують спеціальні зразки – циліндричні (рисунок 1 а) або плоскі (рисунок 1, б). Згідно з відповідним ГОСТом зразки можуть мати різні розміри та форму, але при цьому витримуються співвідношення подібності:

- для так званих *довгих* зразків  $l_0 = 11,3\sqrt{A_0}$ ; ( $l_0 = 10d_0$ );
- або для *коротких* зразків  $l_0 = 5,65\sqrt{A_0}$ ; ( $l_0 = 5d_0$ ).

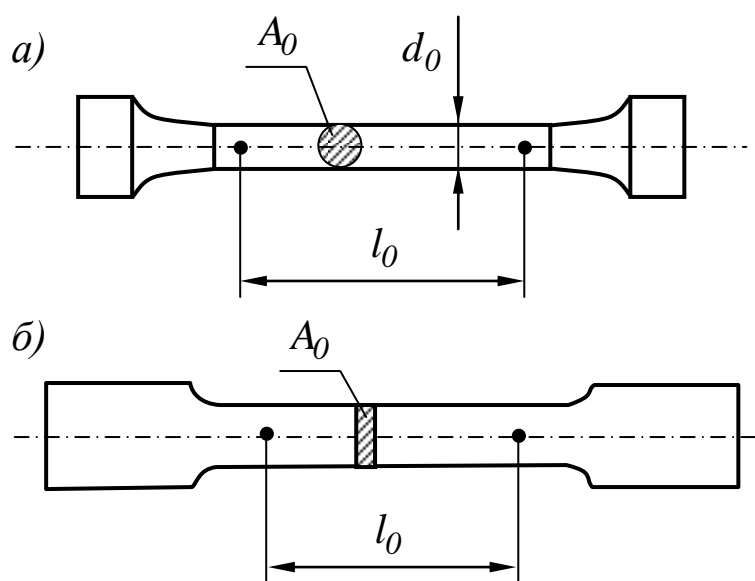


Рис.1. Зразки для випробувань матеріалів на розтяг

Вимоги геометричної подібності дозволяють для одних і тих же матеріалів отримувати схожі результати в різних лабораторіях, на різних зразках.

Зразок встановлюється у захватах та розтягується на спеціальній машині. Сучасні машини, зазвичай, автоматично вимірюють навантаження  $F$  і абсолютне подовження  $\Delta l$  і записують *діаграму розтягу*  $F = f(\Delta l)$ . Для подальших розрахунків отриману діаграму перебудовують в систему координат  $\sigma = F / A_0$ ,  $\varepsilon = \Delta l / l_0$ .

Для прикладу розглянемо детально діаграму розтягу маловуглецевої сталі (рис. 2). Наведемо назви ділянок і характерні точки діаграми. Позначення на рисунку відповідних механічних характеристик даються згідно з міжнародним стандартом. В тексті в дужках наведені також позначення з російськомовними індексами, бо такі позначення існують в переважній більшості технічної та навчальної літератури.

• Ділянка  $Oa$  – *зона пропорційності*, де виконуються пропорційні співвідношення між  $\Delta l$  та  $F = N$  або між  $\varepsilon$  та  $\sigma$ .



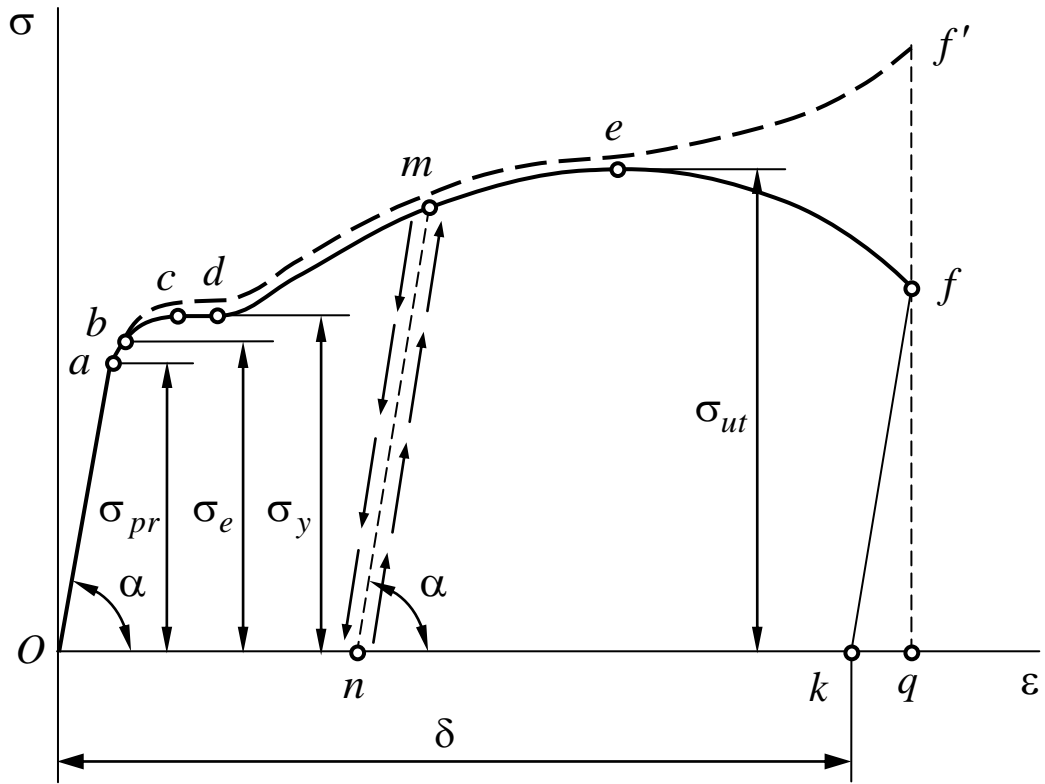


Рис. 2 – Діаграма розтягу маловуглецевої сталі

Границя пропорційності  $\sigma_{pr}$  (рос. предел пропорциональности  $\sigma_{пц}$ ) – це граничне напруження, до якого матеріал підкоряється закону Гука.

Тангенс кута нахилу ділянки  $Oa$   $\operatorname{tg}\alpha = \sigma/\varepsilon = E$ .

- Ділянка  $ab$  – зона пружності.

Між точками  $a$  і  $b$  діаграма трохи викривляється і закон Гука вже не виконується з достатньою точністю. Але, якщо напруження не перевищують точки  $b$ , то при повному розвантаженні зразок повернеться до первісних розмірів, тобто до точки  $b$  деформації пружні.

Границя пружності  $\sigma_e$  (рос. предел упругости  $\sigma_{ун}$ ) – це граничне напруження, до якого матеріал деформується пружно.

Більш точно сказати, що при розвантаженні з точки  $b$  залишкові деформації не перевищують  $0,05\%$ , а умовну границю пружності позначають  $\sigma_{0,05}$ .

- За межами зони пружності матеріал зразка деформується пружно-пластично. Якщо з будь-якого місця діаграми (вище точки  $b$ ), наприклад з точки  $m$ , провести розвантаження, то лінія розвантаження  $mn$  буде завжди паралельною ділянці  $Oa$ . Точка  $n$  відповідає величині залишкової деформації. При повторному навантаженні цього зразка лінія навантаження  $nm$  завжди збігається з лінією розвантаження (той же кут  $\alpha$  на рисунок 2).

Якщо не враховувати залишкову деформацію і умовно помістити початок координат у точку  $n$ , то вийде, що зона пропорційності  $nm$  стала більшою ніж була спочатку. Таким чином, після попереднього пластичного деформування границя пропорційності матеріалу зростає. Це явище має назву *наклеп* і широко використовується у техніці для зміцнення деталей.

• Горизонтальна ділянка  $cd$  – *площадка текучості*. На цій ділянці деформація зростає практично без підвищення навантаження, і таке явище має назву *текучості* матеріалу.

*Границя текучості (фізична)  $\sigma_y$*  (рос. предел текучести  $\sigma_T$ ) – це напруження, яке відповідає площадці текучості на діаграмі (рисунок 2).

В залежності від відносного залишкового подовження при розриві  $\delta$  всі матеріали діляться на *пластичні* та *крихкі*.

До дуже пластичних матеріалів відносяться мідь, алюміній, латунь, маловуглецева сталь (діаграма розтягу якої на рисунку 2 нами розглядалася). Менш пластичними є дюраль і бронза, а слабопластичними – більшість легованих сталей.

До *крихких* відносять матеріали (чавун, загартовані сталі), для яких  $\delta \leq 2 - 5 \%$ ; а для дуже крихких (кераміка)  $\delta$  може дорівнювати навіть долям відсотків.

Слід відзначити, що поділення матеріалів на пластичні та крихкі є умовним, бо в залежності від умов випробувань (швидкості навантаження, температури) та виду напруженого стану крихкі матеріали здатні вести себе як пластичні, а пластичні – як крихкі. Наприклад, чавунний зразок в умовах всебічного стиску веде себе як пластичний, бо не руйнується навіть при значних деформаціях. І навпаки, зразок із маловуглецевої сталі з виточкою руйнується при незначних деформаціях.

Таким чином, вірніше говорити про *пластичний* чи *крихкий стан* матеріалу (або його поведінку).

**Практичне завдання:** Вивчити діаграму розтягу і ділянки на ній.

**Питання для самоконтролю:**

1. Яке механічне випробування є найбільш універсальним?
2. Назвіть приклади пластичних та крихких матеріалів.
3. Чи має значення форма зразків для проведення механічних випробувань? Чому?

**Самостійне заняття №18**

**Тема:** Розрахунки на міцність при крученні.

**Мета:** ознайомити з методикою проведення розрахунків на міцність конструкцій, які зазнають деформації кручення.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Поняття про розрахунок на міцність при крученні.

**Література**

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

**Кручення** – це один з простих видів навантаження (деформування) бруса, при якому у поперечному перерізі бруса діє тільки *внутрішній крутний момент*  $M_k \neq 0$  ( $T_x \neq 0$ ). Брус, навантажений крутним моментом, називають *валом* (незалежно від форми перерізу).

Розглянемо задачу кручення круглого вала (рисунок 1) з геометричної, статичної та фізичної сторін.

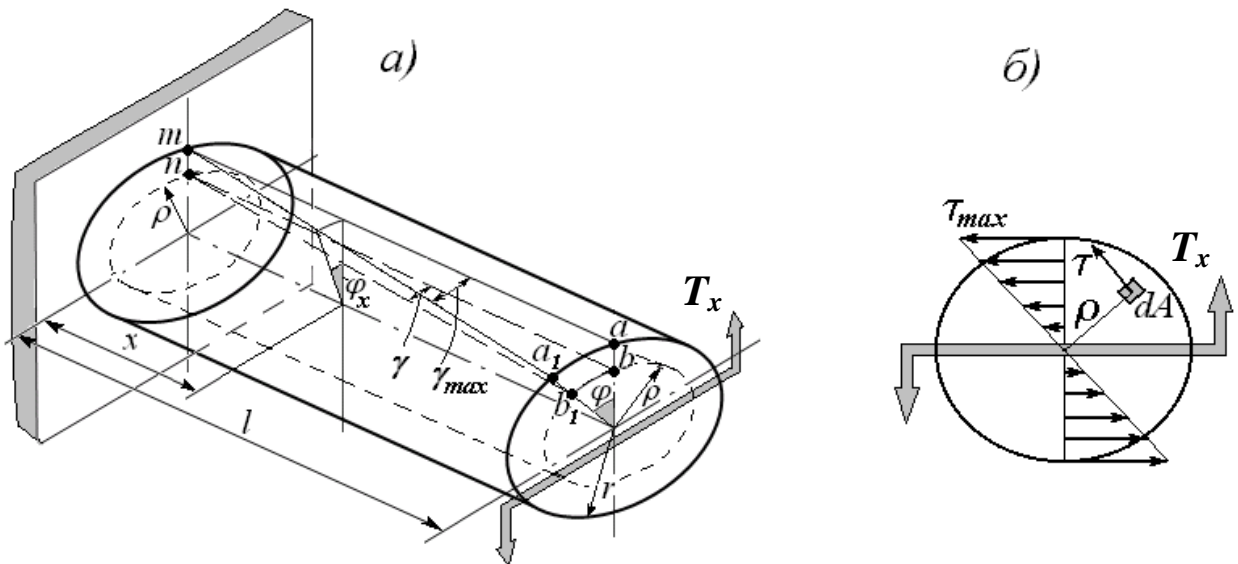


Рис. 1 – Модель кручення круглого вала

Дотичні напруження при крученні зростають за лінійним законом пропорційно відстані точки перерізу від осі вала, згідно з епюрою  $\tau$  (рисунок 1, б). В точках, однаково віддалених від осі, напруження  $\tau$  рівні за величиною, а спрямовані перпендикулярно радіусу-вектору даної точки.

Максимальні напруження діють у найвіддаленіших від осі точках перерізу, при  $\rho = \rho_{\max} = r$ :

$$\tau_{\max} = \frac{T_x \cdot r}{I_p} = \frac{T_x}{W_p},$$

де  $W_p = \frac{I_p}{r} = \frac{\pi d^3}{16}$  – полярний момент опору.

**Умова міцності при крученні**

$$\tau_{\max} = \frac{T_{x\max}}{W_p} \leq [\tau],$$

де  $[\tau]$  – допустиме напруження при крученні;  $[\tau] = (0,5 \div 0,6)[\sigma]$ .

З умов міцності при крученні найчастіше виконують проектний розрахунок діаметру вала, який пов'язаний з полярним моментом опору:

$$d = \sqrt[3]{16 W_p / \pi}$$

**Задача:** Для заданого сталевго валу постійного по довжині перерізу, треба побудувати епюри крутних моментів та визначити діаметр валу з умови міцності при крученні.

Дано:

$$M_1 = 5100 \text{ Нм};$$

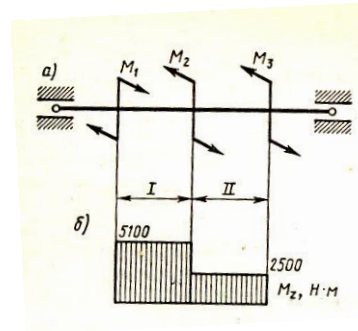
$$M_2 = 2600 \text{ Нм};$$

$$M_3 = 2500 \text{ Нм};$$

$$[\tau] = 30 \text{ МПа.}$$

$M_{к} - ?$

$d - ?$



**Розв'язання:**

1. Так як вал лежить у підшипниках, то визначити крутні моменти можна з будь якої сторони. Маємо 2 ділянки. Застосовуючи метод перерізів визначаємо що:

$$M_{к1} = M_1 = 5100 \text{ Нм};$$

$$M_{к2} = M_1 - M_2 = 5100 - 2600 = 2500 \text{ Нм};$$

2. Будуємо епюру крутних моментів у довільному масштабі.

3. Визначаємо по епюрі, що найбільше навантаження зазнає лівий кінець валу, де  $M_{к\max} = 5100 \text{ Нм}$ . Із умови міцності отримуємо:

$$d = \sqrt[3]{16 M_{к\max} / \pi [\tau]} = \sqrt[3]{16 \cdot 5100 / (3,14 \cdot 30)} = 95,2 \text{ мм.}$$

Приймаємо діаметр валу 95 мм.

**Практичне завдання:** проаналізувати принцип розв'язання задачі.

**Питання для самоконтролю:**

1. Як розташовуються дотичні напруги по поперечному перерізу валу?
2. Які точки поперечного перерізу валу зазнають найбільше навантаження при крученні?
3. Що характеризує полярний момент опору перерізу?

### Самостійне заняття №19

**Тема:** Побудова епюр поперечних сил та згинаючих моментів.

**Мета:** набуття навиків побудови епюр поперечних сил та згинаючих моментів

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Визначення ВСФ при згині.

**Література**

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: - Высшая школа, 1977

**Згин** – це один з простих видів навантаження (деформування) бруса, при якому у його поперечному перерізі діє *внутрішній згинальний момент* ( $M_z \neq 0$ ), внаслідок чого вісь бруса викривляється.

Брус, що працює на згин, називається *балкою*.

Згин може виникати під дією зовнішніх поперечних сил (зосереджених або розподілених по довжині бруса) та моментів пар сил (рисунк1).

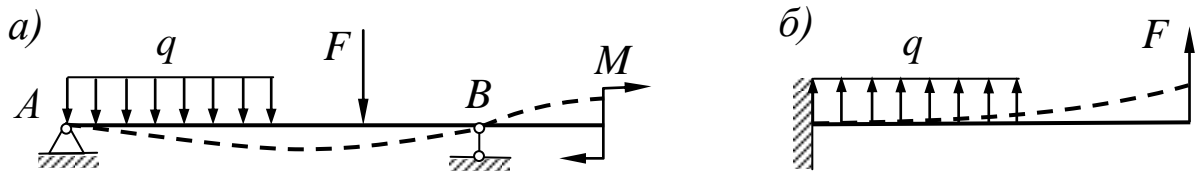


Рис. 1 – Приклади розрахункових схем балок при згині

Потім застосовують *метод перерізів*. Змінюючи поточну координату  $X$  вдовж осі балки, аналізують закономірності, за якими змінюються *внутрішні силові фактори* – поперечна сила  $Q_y$  та згинальний момент  $M_z$ , та будують їх *епюри* – графіки  $Q_y$  та  $M_z$ .

З рівнянь рівноваги будь-якої частини балки, відокремленої уявним перерізом витікають наступні практичні правила підрахунку  $Q_y$  та  $M_z$ .

*Внутрішня поперечна сила  $Q_y$*  чисельно дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх сил, що діють на відокремлену частину балки.

*Внутрішній згинальний момент  $M_z$*  чисельно дорівнює алгебраїчній сумі моментів від навантажень, прикладених до відокремленої частини балки, відносно головної центральної осі  $Oz$  перерізу.

*Правило знаків для  $Q_y$* : при підсумовуванні сила враховується як додатна, якщо вона намагається повернути відокремлену частину балки відносно перерізу за стрілкою годинника (рисунк 2, а).

*Правило знаків для  $M_z$* : момент враховується як додатний від тих навантажень, які згинають балку опуклістю вниз (рисунк 2, б).

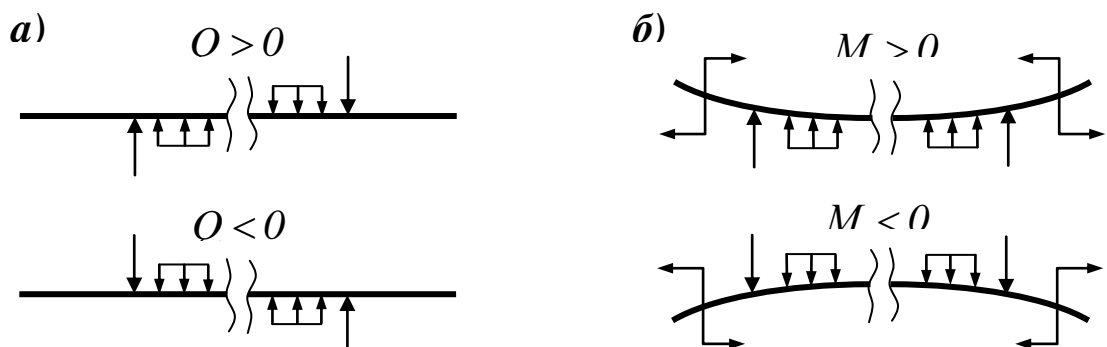


Рисунок 2 – Правила знаків для  $Q$  і  $M$

**Задача:** Розглядаємо балку довжиною  $l$  затиснену одним кінцем, яка знаходиться під дією сили  $P$  (рис.3). Нехай  $P=4$  кН,  $l=2$  м.

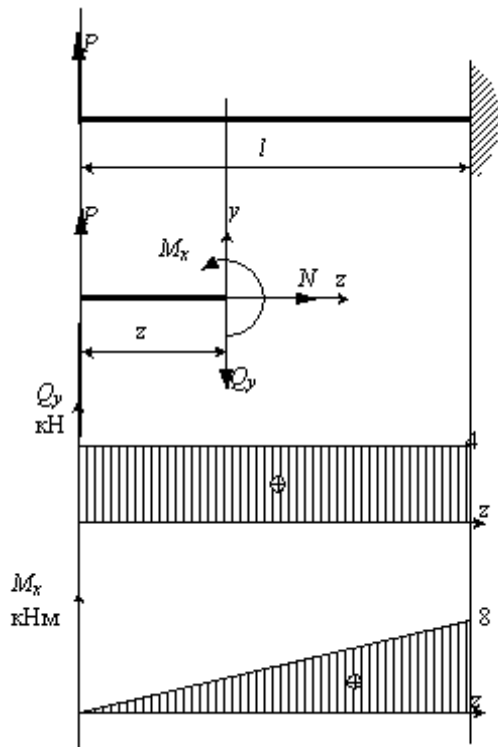


Рис. 3

З першого рівняння видно, що нормальна сила  $N$  при згині дорівнює нулю, тому її не визначають.

Визначаємо внутрішні силові фактори, що виникають у поперечних перерізах балки. Для цього застосуємо метод перерізів.

**Перерізаємо** балку у довільному місці поперечною площиною  $I$ .

**Відбрасуємо** праву частину балки.

**Замінуємо** її дію внутрішніми зусиллями  $N$  – вздовж осі  $z$ ,  $Q_y$  – вздовж осі  $y$  і моментом  $M_x$  – у площині осей  $yz$  навколо осі  $x$ .

**Врівноважуємо** відрізану частину. Запишемо рівняння рівноваги:

$$\begin{aligned} \sum z = 0, \quad N = 0, \\ \sum y = 0, \quad P - Q_y = 0, \quad Q_y = P, \\ \sum m_x = 0, \quad M_x - Pz = 0, \quad M_x = Pz. \end{aligned}$$

**Будуємо епюри** поперечної сили  $Q_y$  та згинаючого моменту  $M_x$  вздовж довжини балки.

Поперечна сила постійна по всій довжині балки і дорівнює  $Q_y = P = 4$  кН. Відкладаємо на графіку лінію, паралельну осі  $z$ .

Згинаючий момент  $M_x$  змінюється у залежності від  $z$ . Розраховуємо його значення у двох точках: на початку  $z = 0$  та у кінці балки  $z = l = 2$  м.

$$z = 0 \quad (M_x = 0);$$

$$z = 2 \text{ м} \quad (M_x = 8 \text{ кНм}).$$

Будуємо по точкам епюру  $M_x$ .

Побудова епюр поперечної сили  $Q_y$  та згинаючого моменту  $M_x$  є одним із основних етапів при розрахунках конструкцій на згин. По епюрах  $Q_y$  та  $M_x$  визначається небезпечний переріз, тобто такий, у якому може пройти руйнування конструкції.

Небезпечним перерізом називають переріз, у якому згинаючий момент досягає найбільшого за модулем значення.  $M_{x\max} = \max |M_x|$ .

У деяких випадках небезпечним перерізом може бути такий переріз, де найбільшого значення досягає поперечна сила  $Q_{y\max} = \max |Q_y|$ . У такому випадку небезпечним порізом буде місце закріплення балки.

**Практичне завдання:** проаналізувати принципи визначення і побудови епюр ВСФ при згині.

### Питання для самоконтролю:

1. У якому випадку поперечна сила вважається позитивною?
2. У яких точках на епюрі  $M_x$  повинен бути "стрибок"?
3. Коли згинаючий момент вважається позитивним?
4. Який переріз вважається небезпечним?

### Самостійне заняття №20

**Тема:** Розв'язання задач на побудову епюр поперечних сил та згинаючих моментів.

**Мета:** закріплення навиків побудови епюр поперечних сил та згинаючих моментів; підготовка до виконання практичної роботи № 4.

### Питання, що виносяться на самостійне вивчення:

1. Визначення ВСФ при згині.

### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: - Высшая школа, 1977

Розглянемо наступні приклади визначення та побудови епюр ВСФ при згині.

**Приклад 1.** Для заданої консольної балки побудувати епюри поперечних сил та згинаючих моментів.

**Дано:**

$$F_2 = 1 \text{ кН}$$

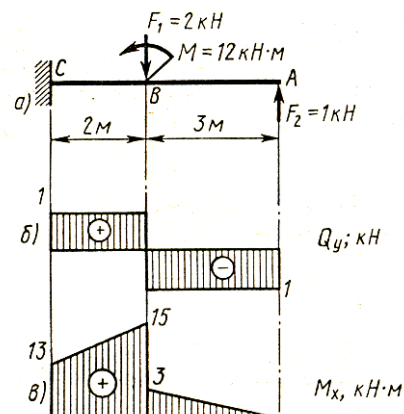
$$F_1 = 2 \text{ кН}$$

$$M = 12 \text{ кН м}$$

$$Q_y - ?$$

$$M_x - ?$$

### Розв'язання



1. Розбиваємо балку на ділянки і на кожній з них розраховуємо поперечні сили та згинаючі моменти:

1 ділянка:  $0 \leq z \leq 3$

$$Q_{y1} = -F_2 = -1 \text{ кН}$$

$$M_{x1} = F_2 z$$

$$M_x(0) = 0$$

$$M_x(3) = 3 \text{ кН м}$$

2 ділянка:  $3 \leq z \leq 5$

$$Q_{y2} = -F_2 + F_1 = -1 + 2 = 1 \text{ кН}$$

$$M_{x1} = F_2 z + M - F_1 (z - 3)$$

$$M_x(0) = 3 + 12 - 0 = 15 \text{ кН м}$$

$$M_x(3) = 5 + 12 - 2(5 - 3) = 13 \text{ кН м}$$

2. Будуємо епюри поперечних сил (рис. б) та згинаючих моментів (рис. в) у довільному масштабі.

**Приклад 2.** Побудувати епюри  $Q_y$  и  $M_x$

**Дано:**

$$q = 10 \text{ кН/м}$$

$$M = 50 \text{ кН м}$$

$Q_y$  - ?

$M_x$  - ?

**Послідовність розрахунку:**

1. Визначаємо характерні перерізи – ті, де розташовані зовнішні навантаження. Розрахунок консольної балки розпочинаємо з сторони вільного кінця.

2. Визначаємо поперечну силу  $Q_y$  у кожному характерному перерізі:

$$Q_{y,1} = 0;$$

$$Q_{y,2} = Q_{y,3} = q \cdot 2 = 20 \text{ кН};$$

$$Q_{y,4} = Q_{y,5} = Q_{y,6} = Q_{y,7} = q \cdot 2 - F = 20 - 30 = -10 \text{ кН}$$

За визначеними значеннями будуємо епюру  $Q_y$ .

3. Визначаємо згинаючий момент  $M_x$  у кожному характерному перерізі балки.

$$M_{x,1} = 0;$$

$$M_{x,2} = -q \cdot 2 \cdot 1 = -20 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{x,3} = M_{x,4} = -q \cdot 2 \cdot 2 = -40 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{x,5} = -q \cdot 2 \cdot 3 + F \cdot 1 = -30 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

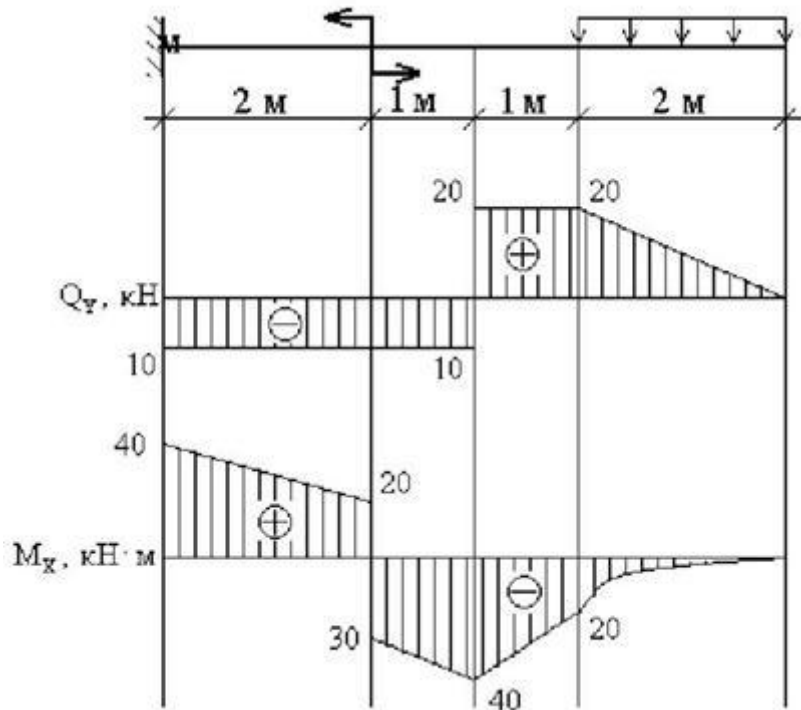
$$M_{x,6} = M_{x,5} + M = -30 + 50 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{x,7} = -q \cdot 2 \cdot 5 + F \cdot 3 + M = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

За розрахованими значеннями будуємо епюру  $M_x$ , причому, на ділянці під рівномірно-розташованим навантаженням епюра буде криволінійною (квадратна парабола). Выпуклість кривої на цій ділянці завжди обернена назустріч розташованому навантаженню.

**Практичне завдання:** проаналізувати принципи визначення і побудови епюр ВСФ при згині.

**Питання для самоконтролю:**





1. Які точки перерізу називаються характерними?
2. За яким законом змінюється згинаючий момент на ділянках з рівномірним розташованим навантаженням?
3. Чи обов'язковий розрахунок опорних реакцій для балки з жорстким закріпленням?

### Самостійне заняття №21

**Тема:** Основні вимоги до машин та їх деталей.

**Мета:** ознайомити з вимогами до машин та їх складових частин.

#### Питання, що виносяться на самостійне вивчення:

1. Вимоги до машин та їх деталей.

#### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: - Высшая школа, 1977

**1. Вимоги до деталей машин** визначаються відповідними вимогами до технічних засобів, у конструкції яких вони використовуються. До основних з них належать: **працездатність, надійність, технологічність, економічність, а також естетичність і екологічність.**

**Під працездатністю** розуміють такий стан технічного засобу (ТЗ), при якому він здатний виконувати задані функції (функціонувати), зберігаючи значення основних параметрів у межах, установлених відповідними нормативними документами.

**Основними критеріями працездатності ТЗ і його деталей** є: міцність, жорсткість, стійкість, вібростійкість, теплостійкість, стійкість проти корозії і старіння.

З перерахованих критеріїв головним є **міцність** – спроможність деталей, елементів конструкції ТЗ не руйнуватися при діючих (у визначених межах) навантаженнях.

У багатьох випадках порушення вимог працездатності при експлуатації ТЗ обумовлюється надмірними пружними деформаціями сполучених деталей внаслідок їхньої недостатньої **жорсткості**, під якою розуміють спроможність деталей чинити опір деформаціям (зміні форми і розмірів) під дією навантажень. Тому для ряду деталей (наприклад, довгі вали, осі та ін.) одним з основних видів проектувальних розрахунків є розрахунки на жорсткість.

Цілий ряд відповідальних деталей ТЗ (наприклад, штанги механізму приводу клапанів тепловозного дизеля, елементи конструкцій мостів, естакад, фермових конструкцій) виконується у вигляді довгих і відносно тонких брусків (стержнів), на які діють подовжні стискальні навантаження. Найважливішою вимогою збереження їх працездатності є забезпечення в процесі експлуатації їхньої **стійкості** – спроможності зберігати початкову (прямолінійну) форму рівноваги (уникання раптового переходу до криволінійної форми рівноваги у вигляді випинання під дією навіть незначних поперечних навантажень).

Збільшення швидкостей руху транспортних ТЗ, їхніх деталей при відповідному до цієї тенденції зниженні маси конструкції, як правило, приводить до підвищення рівня **віброактивності** (прояву механічних коливань у рухомих системах) сучасних ТЗ. Це

свідчить про істотну роль у забезпеченні працездатності **вібростійкості** ТЗ – здатності працювати на експлуатаційних режимах без неприпустимих рівнів вібрацій. Важливість цього критерію визначається і тим, що поряд із шкідливими технічними проявами (порушення заданих законів руху деталей, додаткові інерційні навантаження, проблема "відбудування" від резонансу) вібрації становлять небезпеку і для людини (притуплення зору, слуху, анемія кінцівок, порушення біохімічного складу крові внаслідок руйнування кровоутворюючої системи). Тому для забезпечення вібростійкості більшості транспортних ТЗ використовуються сучасні віброзахисні системи, добір (проекування) яких здійснюється при розробленні ТЗ за результатами відповідних розрахунків параметрів вимушених коливань системи.

Виконання вимог працездатності ТЗ нерозривно пов'язане із забезпеченням **зносоустійкості** – опору його деталей, всіх елементів конструкції, що контактують рухомо, зношуванню (руйнуванню поверхневих шарів при терті, поступовій зміні розмірів, форми, маси і стану поверхонь, що контактують). Результатом (кількісною оцінкою) процесу зношування є знос.

Найважливішою критеріальною вимогою до нового ТЗ є його **надійність** - властивість ТЗ виконувати задані функції (зберігати працездатність) протягом необхідного часу (або необхідного наробітку – мотогодин для двигуна, кілометражу пробігу для автомобіля та ін.) Для різних ТЗ, умов їхньої експлуатації надійність може містити в собі такі поняття, як безмовність, довговічність, ремонтпридатність, збереженість.

Для непризначених до тривалого збереження ТЗ надійність визначається **безвідмовністю** - зберіганням працездатності протягом заданого часу. Для багатьох ТЗ найважливіша роль приділяється їх **довговічності** - збереженню працездатності до граничного стану (при якій подальша експлуатація або неможлива, або недоцільна) при відповідних системах технічного обслуговування і ремонту. Однією з головних експлуатаційних вимог є **ремонтпридатність** - пристосованість ТЗ до відновлення працездатності на основі попередження відмов, виявлення й усунення несправностей при технічному обслуговуванні і ремонті (вихід якоїсь деталі з ладу повинний виправлятися при ремонті із забезпеченням подальшої експлуатації ТЗ). Характерною вимогою до ТЗ тривалого збереження є **збереженість** – забезпечення працездатності протягом і після встановлених термінів збереження і транспортування.

**Технологічність** деталей та збірних одиниць характеризується мінімальними витратами засобів, часу і праці при їх виробництві, експлуатації і ремонті. До основних напрямків забезпечення технологічності деталей слід віднести: окреслювання при конструюванні форм деталей простими поверхнями (циліндричними, конічними та ін.), найбільш зручними для обробки механічними і фізичними методами; використання для виготовлення деталей конструкційних матеріалів, які забезпечують використання маловідходних і ресурсозберігаючих технологій обробки (тиском, точні ливарні, лазерні, вибухом, зварюванням та ін.); раціональне використання системи допусків і посадок, обґрунтоване завдання технічних умов на виготовлення деталей.

**Взаємозамінність** – це принцип конструювання та виготовлення деталей, що забезпечує можливість складання чи заміни при ремонтах незалежно виготовлених з заданою точністю деталей та складальних одиниць без додаткової обробки і припасування їх зі збереженням відповідної якості

Деталі і складальні одиниці будуть взаємозамінними тільки тоді, коли їх розміри, форма та інші параметри знаходяться у визначених межах. Це здійснюється за рахунок **стандартизації** норм взаємозамінності, забезпечення відповідних параметрів деталей, виконання технічних умов на їх виготовлення.

#### **Питання для самоконтролю:**

1. Який пристрій називають машиною? Що є складовою частиною машини?

2. Назвіть основні критерії працездатності деталей машин.
3. Що розуміють під технологічністю деталей ТЗ?

### Самостійне заняття №22

**Тема:** З'єднання клеєм, пайкою, заклепками.

**Мета:** ознайомити з призначенням та областю застосування не рознімних з'єднань деталей машин.

#### Питання, що виносяться на самостійне вивчення:

1. Не рознімні клейові з'єднання.
2. З'єднання пайкою
3. З'єднання заклепками. .

#### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: - Высшая школа, 1977

#### 1. Клейові з'єднання

З'єднання конструкційних матеріалів склеюванням широко використовується в різних галузях машинобудування.

Основною **перевагою** цього з'єднання є їх щільність, можливість склеювання різнорідних металічних і неметалічних матеріалів у різноманітних сполученнях.

**Недоліком** є низька теплостійкість ( $60^{\circ}\text{C}$  для більшості клеїв і  $250^{\circ}\text{C}$  для теплостійких клеїв), а також невисока міцність.

Вибір клею здійснюється залежно від виду матеріалів, що склеюються, і робочих температур. Так, клеї марок БФ-2 і БФ-4 (розчини синтетичних смол у спирті або ацетоні) застосовуються для склеювання металів і сплавів між собою та неметалічними матеріалами. Епоксидні клеї ЭД-5, ЭД-6 використовуються для склеювання сталі, міді, алюмінію та його сплавів, пластмас. В електро- та приладобудуванні використовуються епоксидний К-8 і феноло-вінілацетатний ВК-20 струмопровідні клеї.

#### 2. Паяні з'єднання

При паянні деталі (з чавуну, сталі, кольорових металів та сплавів) з'єднуються розплавленим припоєм. Такі з'єднання широко застосовуються в електричних машинах, приладах, радіоапаратурі.

**Перевагами** паяних з'єднань є їх герметичність, відносна простота і технологічність процесу, малі остаточні деформації.

До **недоліків** слід віднести невисоку механічну та термічну міцність, високу вартість припоїв і флюсів.

Відрізняють легкоплавкі (м'які) припої з температурою плавлення до  $300^{\circ}\text{C}$  і тугоплавкі (тверді) припої з температурою плавлення більше  $500^{\circ}\text{C}$ .

Поширеними м'якими припоями є сплави олова та свинцю - ПОС (зі змістом олова 18...90%; наприклад, припій ПОС-60 містить 60% олова і близько 40% свинцю); олова, свинцю та кадмію - ПОСК; олова, свинцю та вісмуту – ПОСВ. Такі припої застосовують для паяння міді, сплавів, сталі.

Тверді припої застосовуються для паяння міді, сталей, нержавіючих сталей. До складу твердих припоїв можуть входити такі складові: срібло, мідь, кадмій (ПСр50Кд34); мідь і нікель (ПН25) та ін. Такі припої забезпечують шви з відносно високими механічною та термічною міцністю.

Для отримання якісних паяних з'єднань поверхні деталей очищують від окисних плівок шляхом застосування флюсів - каніфолі, розчину спирту, а також хімічно активних флюсів - бури, хлористого цинку та ін.

### 3. Заклепкові з'єднання

Заклепкове з'єднання здійснюється з використанням додаткової деталі – заклепки (рисунок 1, а). Форма та розміри заклепок стандартизовані. У деяких випадках при формуванні з'єднання на одній з деталей виконується суцільна або пустотіла (пістон) цапфа (рисунок 1, б). Заклепкові з'єднання розповсюджені в машинобудуванні, будівельних конструкціях і приладах. Для їх виготовлення застосовуються сталі марок 2, 3, 10, а також алюмінієві і мідні сплави.

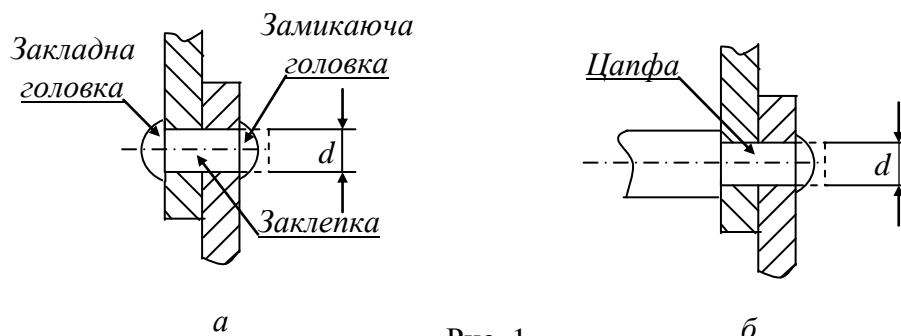


Рис. 1

У зрівнянні зі зварними з'єднаннями **переваги** заклепкових полягають у можливості з'єднання незварюваних деталей, менших руйнуваннях деталей при розбиранні, а також меншій концентрації напружень. **Недоліки** їх визначаються малою продуктивністю технологічного процесу, великими витратами металу, значною вартістю, підвищеним рівнем негативного впливу вібрацій на робітників.

До основних типів заклепкових з'єднань належать з'єднання внапустку (рис.2, а), з одною (рис. 2, б) та двома накладками. Також застосовуються однорядні, дворядні та ін. типи заклепкових з'єднань.

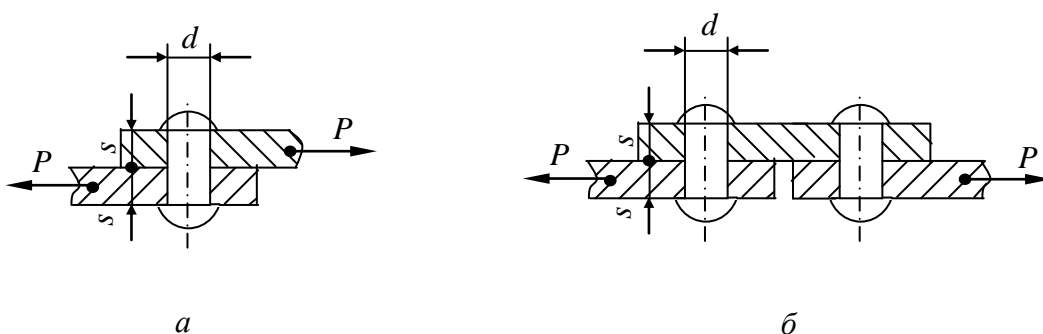


Рис. 2.

Заклепки в з'єднаннях, що підлягають осьовому навантаженню, розраховуються на зрізання і перевіряються на зминання.

Умова міцності при розрахунках на зрізання перевіряється за формулою

$$\tau = \frac{4P_1}{i \cdot \pi \cdot d^2} \leq [\tau_{зр}],$$

де  $P_1$  – навантаження на одну заклепку;

$i$  - кількість площин зрізання.

Умова міцності при розрахунках на зминання перевіряється за формулою

$$\sigma = \frac{P_1}{S \cdot d} \leq [\sigma_{зм}],$$

де  $S$  – товщина деталей, що з'єднуються.

Величини допустимих напружень призначаються залежно від матеріалу заклепок і способу обробки отворів під них. Наприклад, для сталевих заклепок (сталі марок 2, 3) у отворах, що отримують свердлінням, приймаються  $[\tau_{зр}] = 140 \text{ МПа}$  і  $[\sigma_{зм}] = 300 \text{ МПа}$ .

**Практичне завдання:** скласти конспект з теми з порівнянням властивостей не рознімних з'єднань.

#### **Питання для самоконтролю:**

1. Назвіть види не рознімних з'єднань деталей машин.
2. Перелічити переваги заклепкових з'єднань у порівнянні зі зварними.
3. Які недоліки паяних з'єднань?
4. Які види деформації зазнають деталі, що з'єднані заклепками?
5. Назвіть переваги клейових з'єднань деталей машин.

### **Самостійне заняття №23**

**Тема:** Застосування фрикційних та пасових передач..

**Мета:** ознайомити з призначенням та областю застосування фрикційних і пасових передач.

#### **Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Принцип дії та класифікація пасових передач.
2. Принцип дії та класифікація фрикційних передач.

#### **Література**

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: - Высшая школа, 1977

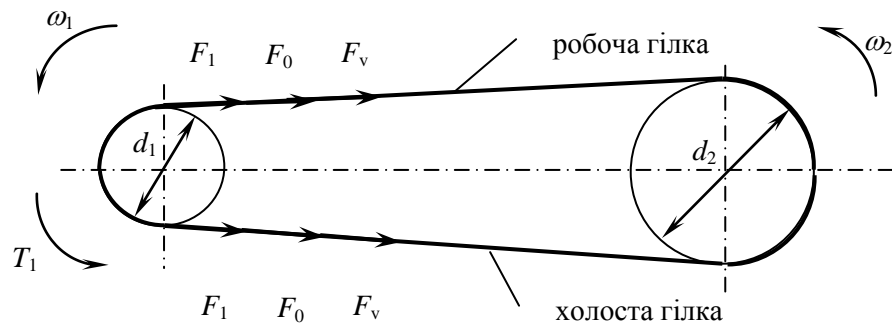


Рис.1

1. Для передачі руху між порівняно далеко розташованими одна від одної ланками застосовують механізми, у яких зусилля від ведучої ланки до веденої передається **гнучкими ланками**. Передачі з гнучкими ланками застосовуються в якості силових у машинах загального і спеціального машинобудування (для потужностей до 50 кВт, передаточних чисел до 10, при колових швидкостях до 30 м/с), а також у приладах і апаратах точної механіки (для креслення кривих пристроїв, які реєструють, шкальних механізмів і т.п.).

Як гнучкі ланки застосовуються: паси, шнури, канати різних профілів, дріт, сталеві стрічки, ланцюги різних конструкцій.

Передачі з гнучкими ланками можуть забезпечувати постійне і змінне передатне відношення зі східчастою або плавною зміною його величини.

Для збереження сталості натягу гнучких ланок у механізмах застосовуються натяжні пристрої: натяжні ролики і пружини, противаги і т.п.

### Пасові передачі. Принцип дії та класифікація

Схема пасової передачі зображена на рисунку 1.

Передача складається з двох шківів, закріплених на валах, і паса, що охоплює шківів. Навантаження передається силами тертя, що виникають між шківів і пасом унаслідок натягу останнього.

У залежності від форми поперечного переріза паса розрізняють передачі:

- плоскостасову;
- клинопасову;
- круглопасову.

Переваги:

- можливість передачі руху на значні відстані (до 15 м і більше);
- плавність і безшумність роботи;
- захист механізмів від коливань навантаження внаслідок пружності ремня;
- захист механізмів від перевантаження за рахунок можливого прослизання паса;
- простота конструкції й експлуатації (передача не вимагає змащення).

Недоліки:

- підвищені габарити (при рівних умовах діаметри шківів у 5 разів більше діаметрів зубчастих коліс);
- мінливість передатного відношення через прослизання паса;
- підвищене навантаження на вали та їхні опори, пов'язане з великим попереднім натягом паса (у 2-3 рази більше ніж у зубчастих передачах);
- низька довговічність пасів (1000-5000 год.).

Пасові передачі застосовують переважно в тих випадках, коли за умовами конструкції вали розташовані на значних відстанях. Передача передає потужність до 50 кВт. У комбінації з зубчастою передачею пасову передачу встановлюють на швидкохідну ступінь, як менш навантажену.

У сучасному машинобудуванні найбільше поширення мають клинові паси. Застосування плоских пасів старої конструкції скоротилося. Плоскі паси нової конструкції (клепкові з пластмас) одержують поширення у високошвидкісних передачах. Круглі паси застосовуються тільки для малих потужностей: у приладах, побутових машинах і т.п.

### Клинопасова передача

Ця передача має переважне застосування через збільшення тягової спроможності внаслідок підвищення тертя, зачеплення зі шківом збільшується приблизно в 3 рази. Пас має клинову форму поперечного перерізу та розташовується у відповідних канавках (рисунок 2). Для зменшення напружень згину застосовують декілька пасів. Клинові паси виготовляють у вигляді замкнутої нескінченної стрічки. Конструкція паса показана на рисунку 3.

Робочі поверхні бокові. Пас не повинен виступати за межу зовнішнього діаметра  $d_n$ , інакше пас швидко виходить з ладу. Кут  $\varphi = 40^\circ$  (зі зменшенням  $\varphi$  збільшується тертя).

Приведений коефіцієнт тертя

$$f' = \frac{f}{\sin 20^\circ} \approx 3f.$$

Конструкція паса повинна бути достатньо гнучкою для зменшення напружень згину, мати значну подовжню та поперечну жорсткість.

**2. Фрикційна передача** - механічна передача, що служить для передачі обертального руху (або для перетворення обертального руху в поступальний) між валами з допомогою сил тертя, що виникають між котками, циліндрами або конусами, насадженими на вали і притискаються один до іншого.

Фрикційні передачі складаються з двох котків (рис.4): ведучого 1 і веденого 2, які притискаються один до іншого силою  $F_f$  (на малюнку - пружиною), так що сила тертя в місці контакту ковзанок достатня для переданої окружної сили  $F_t$ .

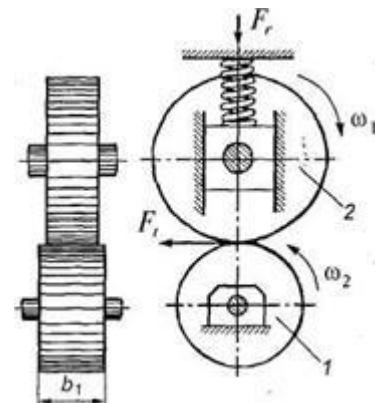


Рис.4.

Умова працездатності передачі:  $F_f \geq F_t$

Порушення умови (1) приводить до буксування і швидкого зносу котків. Для того щоб передати заданий окружне зусилля  $F_t$ , фрикційні катки треба притиснути один до одного

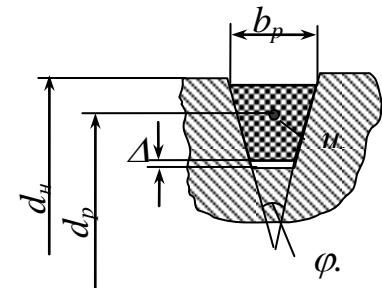


Рисунок 2

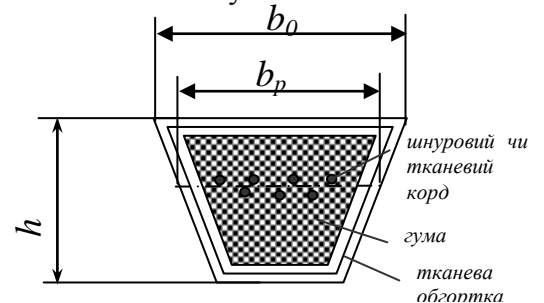


Рис. 3

зусиллям  $F_g$  так, щоб виникає при цьому сила тертя була б більше сили  $F_t$ . на величину коефіцієнта запасу зчеплення, який приймають рівним  $= 1,25 \dots 2,0$ .

Значення коефіцієнта тертя між котками в середньому:

- Сталь або чавун по шкірі або ферродо насухо  $f = 0,3$ ;
- Те ж в олії  $f = 0,1$ ;
- Сталь або чавун по сталі або чавуну насухо  $f = 0,15$ ;
- Те ж в олії  $f = 0,07$ .

Підставивши ці значення в рівняння, можна перекоонатися в тому, що зусилля притиснення фрикційних ковзанок у багато разів перевищує передане окружне зусилля.

Фрикційні передачі **класифікують** за такими ознаками:

**1. За призначенням:**

- з нерегульованим передаточним числом (рис.4-6);
- з безступінчатим (плавним) регулюванням передавального числа (варіатори).

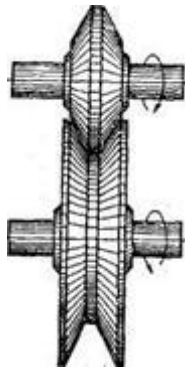


Рис.5 Фрикційна передача з котками клинчастої форми.

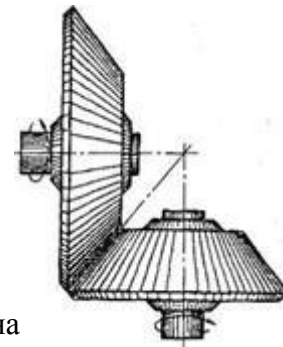


Рис.6. Конічна фрикційна передача

**2. За взаємним розташуванням осей валів:**

- Циліндричні або конусні з паралельними осями (рис.4,5);
- Конічні з пересічними осями (рис.6).

**3. У залежності від умов роботи:**

- Відкриті (працюють насухо);
- Закриті (працюють в масляній ванні).

У відкритих фрикційних передачах коефіцієнт тертя вище, притисне зусилля ковзанок  $F_n$  менше. У закритих фрикційних передачах масляна ванна забезпечує хороше відведення тепла, робить ковзання менш небезпечним, збільшує довговічність передачі.

**4. За принципом дії:**

- Нереверсивні (рис.1-3);
- Реверсивні (рис.7)

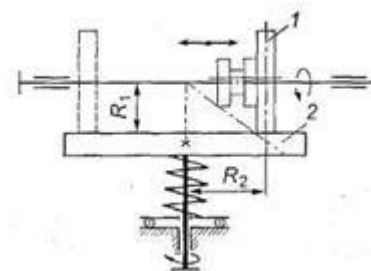


Рис.7. Фрикційний варіатор

**Переваги фрикційних передач:**

- Простота конструкції і обслуговування;
- Плавність передачі руху і регулювання швидкості і безшумність роботи;
- Великі кінематичні можливості (перетворення обертального руху в поступальний, безступінчата зміна швидкості, можливість реверсування на ходу, включення і вимикання передачі на ходу без зупинки);
- За рахунок можливостей пробуксовки передача має запобіжними властивостями. Однак після пробуксовки передача, як правило, різко погіршує свої якості



- з'являються лиски на котках, нерівномірно спрацьовуються фрикційні поверхні і т.д. Тому використовувати пробуксовку як запобіжний засіб не рекомендується;
- Відсутність мертвого ходу при реверсі передачі;
- Рівномірність обертання, що зручно для приладів;
- Можливість безступінчатого регулювання передаточного числа, причому на ходу, без зупинки передачі.

#### **Недоліки:**

- Мінливість передавального числа через прослизання;
- Незначна передана потужність (відкриті передачі - до 10-20 кВт; закриті - до 200-300 кВт);
- Для відкритих передач порівняно низький ККД;
- Велике і нерівномірне зношування ковзаник при буксуванні;
- Необхідність застосування опор валів спеціальної конструкції з притискними пристроями (це робить передачу громіздкою);
- Для силових відкритих передач незначна окружна швидкість (7 - 10 м / с);
- Великі навантаження на вали і підшипники від притискної сили, що збільшує їх розміри і робить передачу громіздкою. Цей недолік обмежує величину переданої потужності;
- Великі втрати на тертя.

#### **Застосування.**

Фрикційні передачі з нерегульованим передаточним числом в машинобудуванні застосовуються порівняно рідко, наприклад, у фрикційних пресах, молотах, лебідках, бурової техніки тощо). В якості силових передач вони громіздкі і малонадійні. Ці передачі застосовуються переважно в приладах, де потрібна плавність і безшумність роботи (магнітофони, програвачі, спідометри і т. п.). Вони поступаються зубчастим передачам в несучій здатності. Зате фрикційні передачі з безступінчатим регулюванням швидкості - варіатори - широко застосовуються в різних машинах, наприклад, в металорізальних верстатах, в текстильних і транспортують машинах і т. д. Зубчасті передачі не дозволяють такого регулювання. На практиці широко застосовують реверсивні фрикційні передачі гвинтових пресів, передачі колесо - рейка і колесо - дорожнє полотно самохідного транспорту. Фрикційні передачі призначені для потужностей, що не перевищують 20 кВт, окружна швидкість ковзаник допускається до 25 м / с.

**Практичне завдання:** скласти конспект з порівнянням властивостей фрикційної та пасової передач.

#### **Питання для самоконтролю:**

1. Назвіть область використання передач з гнучкою ланкою
2. Які переваги фрикційного варіатора у порівнянні з фрикційною передачею?
3. Назвіть класифікаційні признаки пасових передач.
4. Які недоліки плоско пасових передач?
5. За якими ознаками класифікують фрикційні передачі?
6. Охарактеризуйте область застосування фрикційних та пасових передач.

## Самостійне заняття №24

**Тема:** Класифікація, переваги та недоліки зубчастих передач.

**Мета:** ознайомити з класифікацією та властивостями зубчастих передач.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Класифікація зубчастих передач.
2. Переваги та недоліки зубчастих передач.

### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: - Высшая школа, 1977

### 1. Класифікація зубчастих передач.

Переважно поширені отримали передачі з зубами евольвентного профілю, які виготовляються масовим методом обкатки на зубофрезерних та зубодовбальних верстатах.

Гідність евольвентного зачеплення полягає в тому, що воно мало чутливе до коливання міжцентрової відстані.

Інші види зачеплення застосовуються поки обмежено.

1. За формою поверхні, на якій нарізані зуби, передачі розподіляють на:

- Циліндричні (рис. 1):
- Конічні (рис.2)

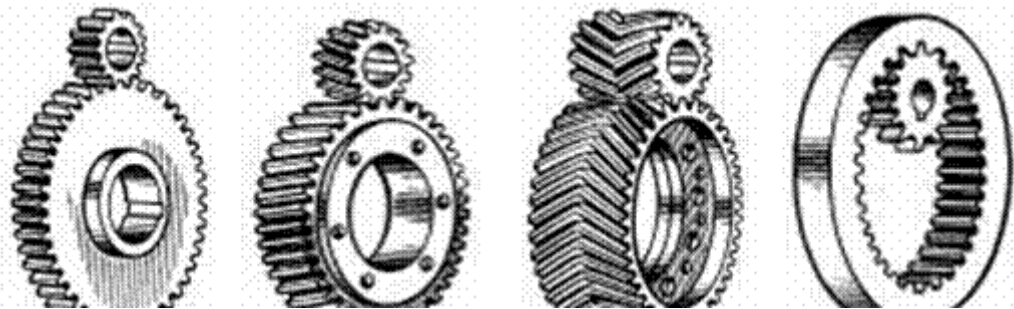


Рис. 1 а) б) в) г)

2. За розташуванням зубів на поверхні колеса:

- прямозубі (рис.1, а)
- косо зубі (рис.1,б);
- шевронні (рис 1, в)

3. За способом зачеплення:

- с зовнішнім зачепленням (рис.1, а-в);
- с внутрішнім зачепленням (рис. 1, г)

Прямозубі колеса (близько 70%) застосовують при невисоких і середніх швидкостях, коли динамічні навантаження від неточності виготовлення невеликі, в планетарних,

відкритих передачах, а також при необхідності осьового переміщення коліс.

Косозубі колеса (більше 30%) мають велику плавність ходу і застосовуються для відповідальних механізмів при середніх і високих швидкостях.

Шевронні колеса мають гідності косозубих коліс плюс урівноважені осьові сили і використовуються в високонавантажених передачах.

Колеса внутрішнього зачеплення обертаються в однакових напрямках і застосовуються звичайно в планетарних передачах.

**Конічні зубчасті** передачі передають обертаючий момент між валами з пересічними осями (найчастіше під кутом  $90^0$ ). Їх зуби бувають прямими (рис.2,а, б), косими (рис.2, в,г), круговими (рис.2. д) і зазвичай мають евольвентний профіль.

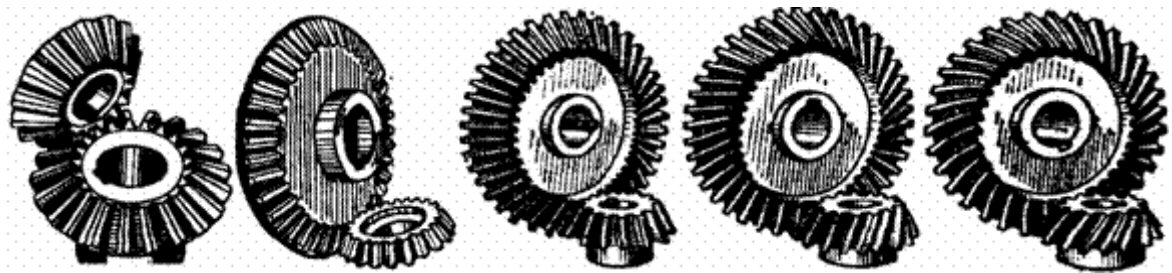


Рис. 2      а)                      б)                      в)                      г)                      д)

## 2. Переваги та недоліки

До переваг зубчастих передач належать:

- компактність;
- найбільші передані потужності ;
- найбільші коллові швидкості;
- постійне передатне відношення;
- найбільший ККД.

Недоліками слід вважати:

- складність передачі руху на значні відстані;
- жорсткість передачі;
- шум під час роботи;
- потребує змащення.

**Практичне завдання:** законспектувати важливі особливості зубчастих передач.

### Питання для самоконтролю:

1. Назвіть переваги зубчастих передач.
2. Які види зубчастих передач застосовують при пересічних осях валів?
3. Які зубчасті колеса – прямозубі чи косо зубі застосовуються найчастіше?
4. Які недоліки зубчастих передач?
5. Які зубчасті колеса використовують у високонавантажених передачах?

## Самостійне заняття №25

**Тема:** Класифікація і застосування черв'ячних передач.

**Мета:** ознайомити з класифікацією та властивостями черв'ячних передач.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Класифікація та застосування черв'ячних передач.

### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: - Высшая школа, 1977

**Черв'ячні передачі** застосовують для передачі руху між осями, які перехрещуються (кут перехрещування, як правило, становить  $90^0$ ). Рух у черв'ячних передачах перетворюється за принципом гвинтової пари чи за принципом нахиленої площини.

### Переваги і недоліки:

Переваги:

- велике передаточне відношення;
- плавність та безшумність роботи;
- висока кінематична точність;
- самогальмування.

Недоліки:

- низький ККД;
- знос, заїдання;
- використання дорогих матеріалів;
- висока точність складання.

### Класифікація черв'ячних передач

У черв'ячній передачі (рисунок 1), так само як і в зубчастій, розрізняють діаметри початкових ( $d_{w1}$ ,  $d_{w2}$ ) та ділільних ( $d_1$ ,  $d_2$ ) циліндрів. У передачах без зсуву  $d_{w1} = d_1$ ,  $d_{w2} = d_2$ .

Черв'яки розрізняють:

- 1) за формою утворюючої:
    - циліндричні;
    - глобоїдні;
  - 2) за формою профілю різьби:
    - прямолінійний (трапецеїдальний, архимедов – найбільш поширений, при  $HV \leq 350$ , нешліфований, виконуються на звичайних верстатах);
    - криволінійний (евольвентний –  $HRC > 45$ , шліфований, на спеціальних верстатах).
- Черв'ячне колесо нарізують черв'ячними фрезами.

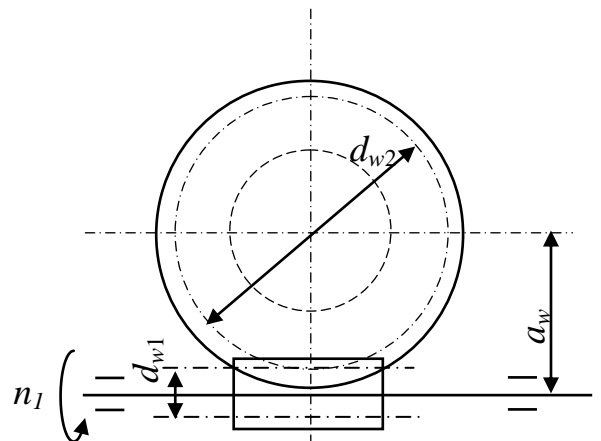


Рис. 1

Є очевидним, що однозаходний черв'як дає найбільше передавальне відношення, проте найвищий ККД досягається при багатозаходному черв'яку, що пов'язано зі зменшенням тертя за рахунок зростання кута тертя.

**Для збільшення ККД передачі:**

- 1) черв'як повинен мати тверду, дуже чисто оброблену поверхню зубів (бажане полірування). Матеріалом для черв'яків служать високовуглецеві – загартовані чи маловуглецеві цементовані сталі, наприклад, Сталь У-7, У-8, сталь 50 або Сталь 20Х, 18ХГТ, 20ХНЗА;
- 2) вінець черв'ячного колеса повинен бути виготовлений з антифрикційного матеріалу - бронзи;
- 3) мастило повинна бути багатою в закритому пилонепроникному корпусі.

У СРСР стандартизований архимедів черв'як (рис. 1), який так називається тому, що в торцевому перерізі зуб окреслено Архімедова спіраллю, а в осьовому - прямий, похилій під кутом зачеплення  $\alpha = 20^\circ$ . Евольвентні черв'яки застосовуються порівняно рідко, в них зуб по бокових поверхнях окреслено евольвенти.

**Практичне завдання:** законспектувати основні моменти з теми.

**Питання для самоконтролю:**

1. Охарактеризуйте область застосування черв'ячних передач.
2. Яка основна перевага черв'ячних передач?
3. Який ланцюг – черв'як чи черв'ячне колесо є ведучим у передачі?
4. За рахунок який дій можливе збільшення ККД передачі?

## Самостійне заняття №26

**Тема:** Загальні відомості про редуктори.

**Мета:** ознайомити з класифікацією та властивостями редукторів.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Призначення редукторів.
2. Класифікація редукторів.

**Література**

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

**Редуктор** –зубчата (зокрема черв'ячна) передача, яка призначена для зміни кутових швидкостей і обертальних моментів.

Редуктор – самостійний вузол, що встановлюється між електродвигуном і машиною (механізмом). З їх валами редуктор з'єднується за допомогою муфт. Гірничі машини – підймальні машини, вентилятори, конвеєри, верстат-качалки та ін. – комплектуються редукторами різних типорозмірів. Характеристиками редуктора є передавальне число, крутильний момент, маховий момент на валу редуктора, міжцентрова відстань, маса, температура нагріву, шумова характеристика та ін. Редуктор кріпиться до гірничої машини і встановлюється на фундаменті.

Підйомні машини шахтних стволів обладнують переважно редукторами, які являють собою окрему конструкцію, виконану з урахуванням режимів підйому і конкретних умов експлуатації. Ці редуктори є одно- або двоступеневою циліндровою передачею з жорсткою міжцентровою відстанню. У редукторах барабанних підйомних машин разом з евольвентним зачепленням часто застосовують також зачеплення Новикова, що має ряд істотних переваг; широко застосовують шевронні зуби, які дозволяють вирівнювати знос в окремих точках зубів і цим зменшувати удари від неправильного зачеплення. Зубчасті передачі редукторів розміщують у чавунному корпусі.

Індекси в позначенні редукторів: Ц – циліндричний, О – одноступеневий, Д – двоступеневий, Н – із зачепленням Новикова, У – уніфікований.

На багатоканатних підйомних машинах застосовують спеціально спроектовані двоприводні редуктори типу 2ЦД, які являють собою реверсивну зубчасту передачу з шевронними колесами, що розміщені в литому або зварному корпусі з жорсткою міжцентровою відстанню. Корпус установлено на пружинних опорах. Такі редуктори мають два приводи.

Характерною особливістю редукторів є спосіб з'єднання з електродвигуном. Редуктори шахтних підйомних машин – одні з найнадійніших елементів, і, як правило, термін їх служби співпадає з терміном служби підйомної установки.

Передаточним відношенням редуктора називають відношення кутової швидкості ведучого валу до кутової швидкості веденого валу:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2},$$

де  $\omega_2$  — кутова швидкість веденого валу;  $\omega_1$  — кутова швидкість ведучого валу.

**Практичне завдання:** законспектувати важливі моменти з теми.

**Питання для самоконтролю:**

1. Назвіть призначення редуктора
2. За якими ознаками класифікують редуктори?
3. Які переваги редукторів?
4. Як визначається передаточне відношення у багатоступеневому редукторі?

## Самостійне заняття №27

**Тема:** Ланцюгові передачі

**Мета:** ознайомити з класифікацією та властивостями ланцюгових передач.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Призначення та застосування ланцюгових передач.

### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.

2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990

3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

**Ланцюгова передача** заснована на зачепленні ланцюга і зірочок.

### Переваги

У порівнянні з пасовою передачею:

- велика навантажувальна спроможність;
- відсутність ковзання і буксування, що забезпечує сталість передаточного відношення (середнього за оборот);
- можливість роботи при короткочасних перевантаженнях.

Принцип зачеплення не вимагає попереднього натягу ланцюга. Ланцюгові передачі можуть працювати при менших міжосьових відстанях і при великих передатних відношеннях.

### Недоліки

Ланки розташовуються на зірочці не по колу, а по багатокутнику. Звідси:

- знос шарнірів ланцюга;
- шум і додаткові динамічні навантаження;
- необхідність організації системи змащення.

### Область застосування:

- при значних міжосьових відстанях, при швидкостях менше 15-20 м/с, до 25 м/с, застосовують пластинчасті ланцюги (набір пластин із двома зубоподібними виступами, принцип внутрішнього зачеплення);
- при передачі від одного ведучого вала декільком веденим;
- коли зубчасті передачі незастосовні і пасові ненадійні.

У порівнянні з пасовими ланцюгові передачі більш гучні, а в редукторах їх застосовують на тихохідних ступенях.

### Типи ланцюгових передач

За типом застосовуваних ланцюгів:

- втулкова (легка, але великий знос);
- роликотулкова (тяжка, менший знос);
- зубчасті пластинчасті (плавність роботи).

## Основні характеристики ланцюгової передачі

Потужність (до 100кВт)

Передаточне число (до 6): 
$$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

ККД передачі  $\eta = 0,96 \dots 0,98$  (втрати у передачі складаються з втрат на тертя у шарнірах ланцюга, на зубцях зірочки та в опорах валів, при змащуванні зануренням у мастильну ванну враховують втрати на перемішування мастила).

## Конструкція ланцюгових передач

### Приводні ланцюги:

1) Ролико-втулкова (до 20 м/с), одно -, двох -, три -, чотирьохрядні (рисунок 1).

Валик 3 запресований в отвір зовнішньої ланки 2, а втулка 4 – в отвір внутрішньої ланки 1. Втулка на валику та ролик 5 на втулці можуть спокійно провертатися. Зачеплення ланцюга з зубцем здійснюється через ролик (втулка розподіляє навантаження по усій довжині валика, чим зменшує знос шарнірів), ролик перекочується по зубцю (тертя ковзання замінюється на тертя кочення, що знижує знос зубців), ролик вирівнює зосереджений тиск зубця на втулку чим зменшує її знос.

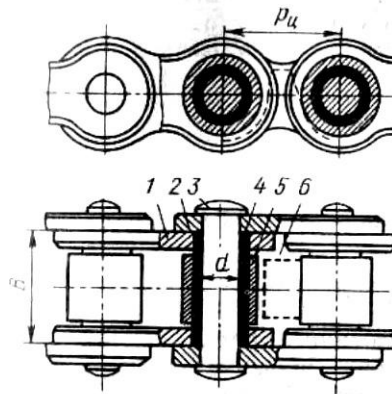


Рис. 1

2) Втулкова аналогічна роликовій, але не має ролика, внаслідок знос ланцюга та зірочок збільшується, але знижується маса та вартість ланцюга.

3) Зубчасті ланцюги (до 35 м/с, можуть бути широкими та передавати більші навантаження)

складаються з набору пластин з двома зубоподібними виступами (рисунок 2). Пластини зачіплюються з зубцями зірочки своїми торцевими поверхнями (кут вклинювання  $\beta = 60^\circ$ ). Розрізняються за конструкцією шарнірів:

– шарніри

ковзання (рисунок 3).

Вкладиші 1 та 2 пронизують пластину по всій ширині (1 у Б, 2 у А). Шарнір дозволяє поворот пластини на кут  $\varphi_{max}$  (як правило,  $30^\circ$ ), який обмежує число зубців зірочки за умови

$$z_{min} = \frac{360}{\varphi_{max}} = 12;$$

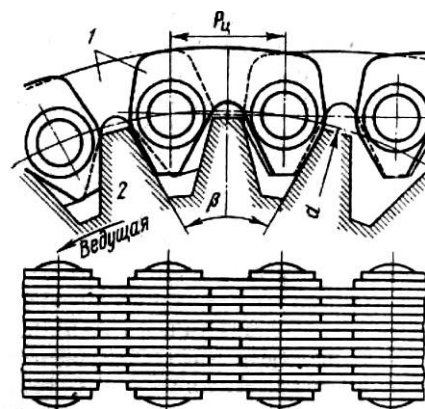


Рис. 2

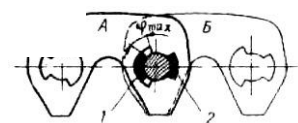


Рис. 3



– шарніри кочення (рисунок 4) не мають валика, їх виготовляють з двома сегментними вкладишами 1 та 2. При повороті ланки не ковзають, а перекочуються, що дозволяє підвищити ККД передачі та довговічність ланцюга.

**Зірочки** подібні до зубчастих коліс

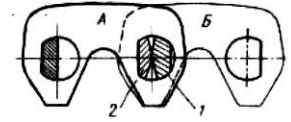


Рис. 4

### Матеріали

Ланцюги та зірочки повинні бути стійкими проти зносу та ударних навантажень. Виготовляють з вуглецевих та легованих сталей з подальшою термообробкою (поліпшення, загартування).

Зірочки – сталь 45, 40Х тощо.

Пластини – сталь 45, 50 тощо.

Валики та ролики – сталь 15, 20, 20Х тощо.

Деталі шарнірів цементують для підвищення зносостійкості при зберіганні ударної міцності.

Перспектива – виготовлення з пластмас, які дозволяють зменшити динамічні навантаження та шум передачі.

**Прикитичне завдання:** законспектувати основні положення з теми.

### Питання для самоконтролю:

1. Охарактеризувати область застосування ланцюгових передач.
2. У чому відмінність між ланцюговою та пасовою передачами?
3. Назвіть переваги ланцюгових пеерадч у порівнянні з пасовими.
4. Перелічити типи ланцюгових передач.

### Самостійне заняття №28

**Тема:** Елементи конструкції валів та осей. Матеріали.

**Мета:** ознайомити з класифікацією та конструктивними особливостями валов та осей..

### Питання, що виносяться на самостійне вивчення:

1. Вали і осі.
2. Матеріали, що використовують для виготовлення валів..

### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С. , Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: - Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

**1. Вали та осі.** Обертові деталі механічних передач розміщують на валах та осях, які забезпечують постійне положення осі обертання цих деталей. Вали та осі призначені для підтримування закріплених на них деталей і забезпечення їх постійного положення відносно інших частин машини (рис. 1). **Осі** не передають крутного моменту і працюють тільки на згин. Вісь може бути рухомою і нерухомою. **Вали** передають обертовий момент і тому працюють на згин та кручення.

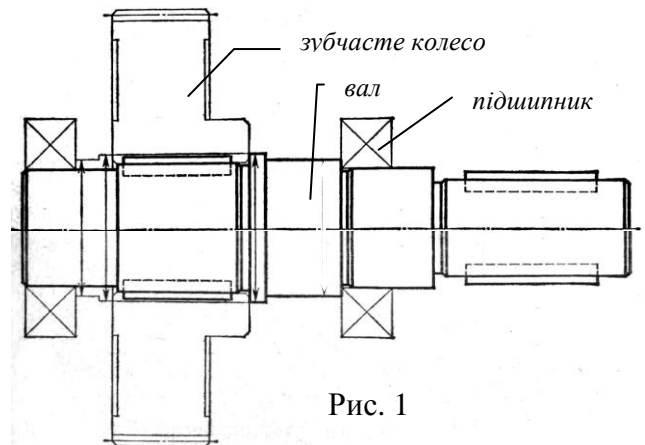


Рис. 1

У залежності від форми повздовжньої осі вали поділяють на **прямі** (рис. 2, а), **колінчасті** (рисунок 2, б), **гнуцькі** (рисунок 2, г). Колінчасті і гнуцькі вали належать до спеціальних деталей.

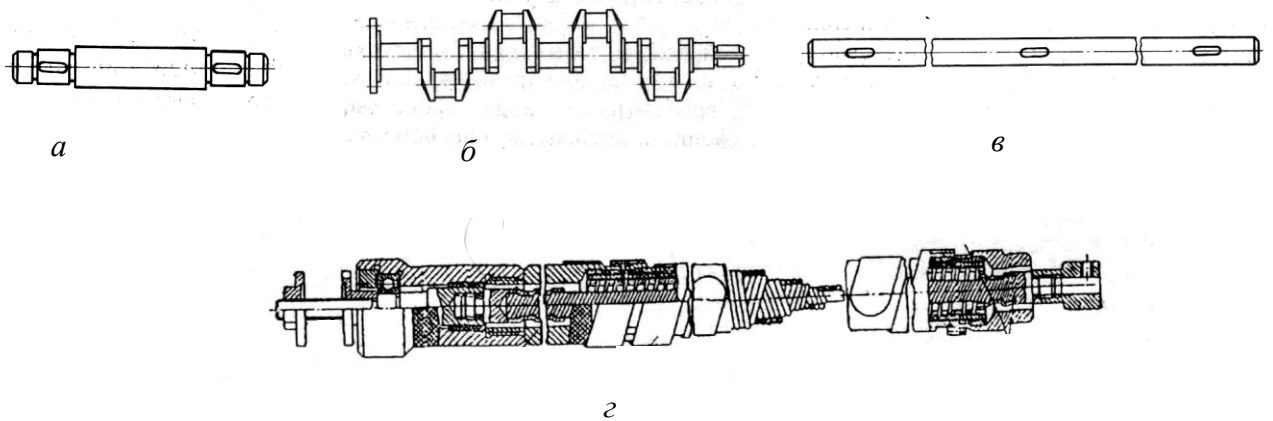


Рис. 2

За конструкцією розрізняють вали й осі: **гладкі** (рисунок 2, в) та **ступінчасті** (рисунок 2, а) (фасонні). Ступінчасті вали роблять для фіксації деталей в осьовому напрямку, а також для монтажу деталей при посадці з натягом.

Для зменшення маси, а також для підведення змащення проєктують порожні вали.

Вздовж вала чи осі розрізняють такі ділянки: опорні ділянки – **цапфи**, які спираються на підшипники – несучі ділянки, на яких закріплюють обертові деталі (зубчасті колеса, шків, зірочки ланцюгових передач тощо), перехідні ділянки, які з'єднують опорні ділянки з несучими. Цапфи поділяються на **шипи**, які знаходяться на кінцях вала та сприймають радіальні сили, **шійки** – проміжні цапфи та **п'яти** – кінцеві ділянки, які сприймають осьові сили.

**2. Матеріали.** Вали та вісі найчастіше виконуються з таких матеріалів:

- Ст5, Ст4 та інші для валів без термообробки;
- сталь 45, 40Х та інші для валів з термообробкою (поліпшення);
- сталь 20, 20Х для швидкохідних валів на підшипниках ковзання з цементацією цапф;
- сталь 20,30, Ст3, Ст4 та інші для осей.

**Практичне завдання:** законспектувати важливі особливості валів та осей.

**Питання для самоконтролю:**

1. Яка деталь вал чи ось зазнає навантаження згину з крученням?
2. Яке призначення ділянки валу (осі) під назвою цапфа?
3. Назвіть типи валів в залежності від форми повздожньої осі.
4. Яким чином можна знизити вагу валу, не втрачаючи його міцність?

### Самостійне заняття №29

**Тема:** Принципи вибору підшипників кочення.

**Мета:** ознайомити з класифікацією та принципами вибору підшипників кочення.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Призначення підшипників кочення.
2. Принципи вибору.

#### Література

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

**Підшипники** служать опорами для валів і осей, вони підтримують їх у просторі, забезпечуючи можливість обертання і кочення, та сприймають прикладені до них радіальні й осьові навантаження. Від якості підшипників у значній мірі залежать працездатність і довговічність машин. Щоб уникнути зниження ККД механізму, втрати в підшипниках повинні бути мінімальними.

Підшипники класифікують за видом тертя та сприйманим навантаженням.

За видом *тертя* розрізняють:

- **підшипники ковзання**, у яких опорна ділянка вала ковзає по поверхні підшипника;
- **підшипники кочення**, у яких тертя ковзання замінюють тертям кочення за допомогою установлення шариків або роликів між опорними поверхнями підшипника і вала.

За *сприйманим навантаженням* розрізняють підшипники:

- **радіальні**, які сприймають радіальні навантаження;
- **упорні**, які сприймають осьові навантаження;
- **радіально-упорні**, які сприймають радіальні й осьові навантаження.

**Застосування підшипників кочення** дозволяє замінити тертя ковзання на тертя кочення, яке менш суттєво залежить від змащування (умовний коефіцієнт тертя близький

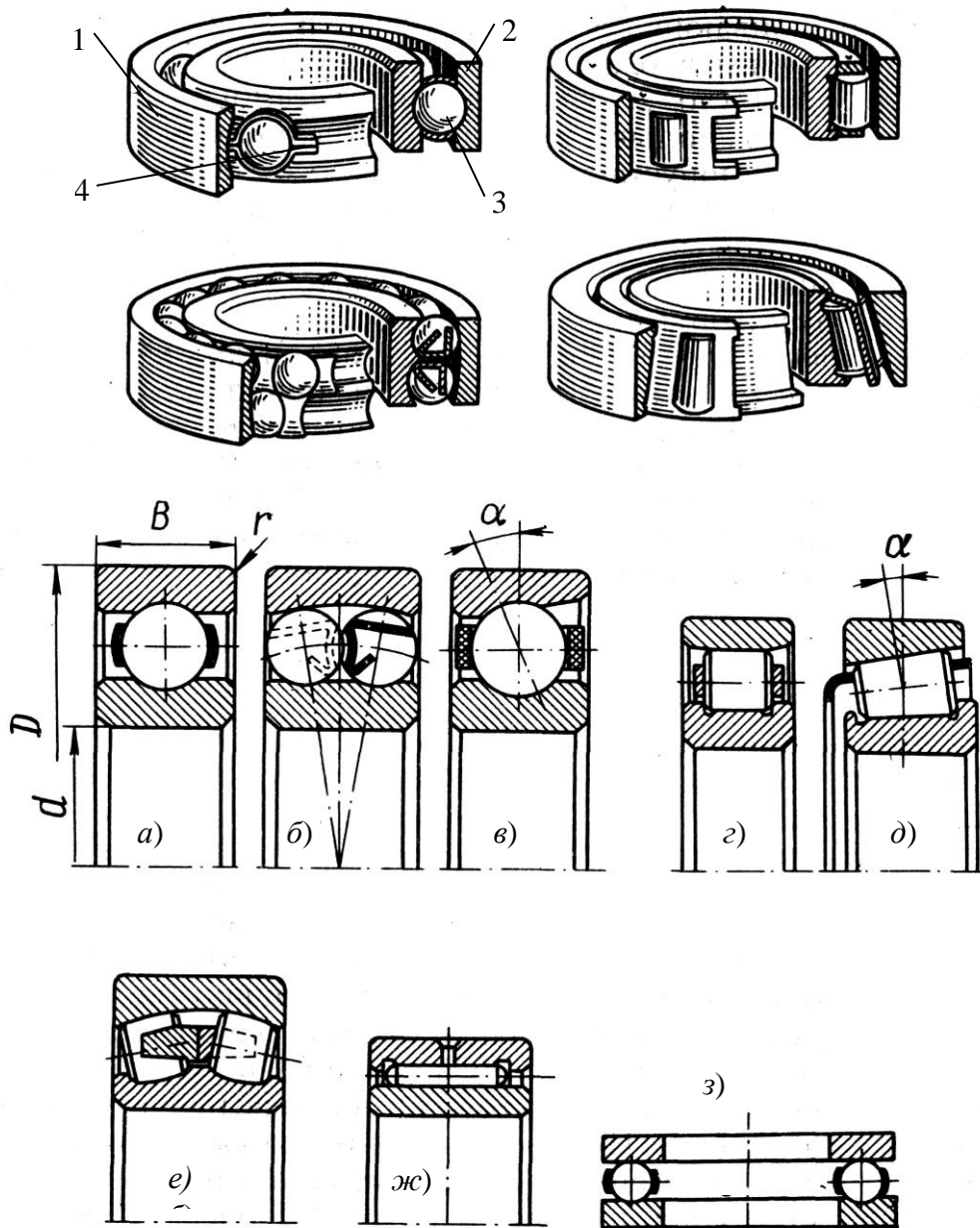


Рис. 1

до коефіцієнту рідинного тертя  $f \approx 0,0015...0,006$ ), При цьому спрощується система змащування та обслуговування підшипника.

Конструкція підшипників кочення дозволяє виготовляти їх у масових кількостях як стандартну продукцію, що значно зменшує вартість виробництва.

Підшипники кочення складаються з внутрішнього (рис. 1.1) та зовнішнього (рис.1.2) кілець з доріжками кочення, тіл кочення (рис. 1.3) (шариків чи роликів), сепараторів (рис. 1.4), які розділяють та направляють тіла кочення.

**До недоліків** підшипників кочення відносяться: відсутність роз'ємних конструкцій, порівняно великі радіальні габарити, обмежена швидкохідність, низка працездатність при вібраційних та ударних вантаженнях та в агресивних середовищах.

По формі тіл кочення підшипники поділяються на шарикові та роликові.

По напрямку навантаження, яке сприймається – радіальні, упорні, радіально-упорні, упорно-радіальні.

**Радіальні шарикові підшипники** (рис. 1, а) – найбільш прості та дешеві. Допускають невеликі перекося вала (до  $1/4^\circ$ ) і можуть сприймати осьові навантаження, але менші радіальних. Ці підшипники широко поширені в машинобудуванні. **Радіальні роликові підшипники** (рис. 1, з) завдяки збільшеній контактній поверхні допускають значно більші навантаження, ніж шарикові. Однак вони не сприймають осьові навантаження і погано працюють при перекосях вала. У роликових циліндричних і конічних підшипниках з комбінованими (бочкоподібними) роликами концентрація навантаження від неминучого перекося вала істотно знижується. Аналогічне порівняння можна провести і між **радіально-упорними шариковими** (рис.1, в) і **роликовими** (рис.1, д) підшипниками.

**Самоустановлювальні шарикові** (рис. 1, б) і **роликові** (рис. 1. е) підшипники застосовують і тих випадках, коли допускають значний перекося вала (до  $2...3^\circ$ ). Вони мають сферичну поверхню зовнішнього кільця і ролики бочкоподібної форми. Ці підшипники допускають невеликі осьові навантаження,

Застосування **голчастих підшипників** (рис. 1, ж) дозволяє зменшити габарити (діаметр) при значних навантаженнях. Упорний підшипник(рис. 1, з) сприймає тільки осьові навантаження і погано працює при перекосях осі.

Усі підшипники кочення виготовляють з високоміцних підшипникових сталей з термічною обробкою, що забезпечує високу твердість.

## 2. Принципи вибору підшипників кочення базується на двох критеріях:

1. Розрахунок на ресурс (довготривалість) по викришуванню від втоми.
2. Розрахунок на статичну вантажопідйомність по остаточним деформаціям,

При проектуванні підшипники підбирають з числа стандартних. Розрізняють підбір підшипників по динамічній вантажопідйомності для запобігання руйнування від втоми (викришування) (при  $n \geq 10 \text{ мин}^{-1}$ ) та по статичній вантажопідйомності для запобігання остаточним деформаціям.

Умова підбора по динамічній вантажопідйомності:

$$C_{\text{потріб}} \leq C_{\text{паспорт}}$$

**Паспортна динамічна вантажопідйомність** – це таке постійне навантаження, яке підшипник може витримати протягом 1 млн. оборотів без виявлення ознак втоми не менш, ніж у 90% із визначеної кількості підшипників (приведена в каталозі).

Під навантаженням приймають радіальне для радіальних та радіально-упорних підшипників (нерухоме зовнішнє кільце), осьову – для упорних та упорно-радіальних (при обертанні одного з кілець).

Динамічна вантажопідйомність:

$$C = P p \sqrt{\frac{L}{a_1 a_2}},$$

де  $L$  – ресурс підшипника, млн. оборотів.

$P$  – еквівалентне навантаження,

$p = 3$  (для шарикових),  $p \approx 3,33$  (для роликових),

$a_1$  – коефіцієнт надійності [1],

$a_2$  – узагальнений коефіцієнт сумісного впливу якості металу та умов експлуатації

**Еквівалентне навантаження** для радіальних на радіально упорних підшипників – це таке умовне постійне навантаження, яке при прикладенні його до підшипника, в якому обертається внутрішнє кільце, забезпечує ту ж саму довговічність, яку підшипник має при дійсних умовах навантаження та обертання:

**Статична вантажопідйомність** – таке статичне навантаження, якому відповідає загальна остаточно деформація тіл кочення та кілець в найбільш навантаженій точці контакту (0,0001 діаметра тіл кочення).

**Практичне завдання:** скласти конспект з теми

**Питання для самоконтролю:**

1. Призначення підшипників.
2. Які підшипники кочення чи ковзання стандартизовані?
3. Основні недоліки підшипників кочення.
4. За якими ознаками класифікують підшипники кочення?

### Самостійне заняття №30

**Тема:** Застосування довідникової літератури при виконанні кінематичних розрахунків приводів.

**Мета:** ознайомити з порядком виконання практичної роботи № 5.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1. Послідовність кінематичного розрахунку приводу механізму.

**Література**

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

#### **1. Послідовність кінематичного розрахунку приводу механізму.**

За умовам заданого технологічного процесу робочі органи виробничих машин повинні рухатись з певними оптимальними швидкостями. Машина-двигун має передавати виробничій машині необхідну кількість механічної енергії при відповідному співвідношенні між обертаючим моментом і кутової швидкістю.

Машини-двигуни, в першу чергу електричні двигуни, за звичай, мають великі кутові швидкості – це забезпечує їхню компактність. У багатьох випадках у виробничих машинах потрібен великий обертаючий момент при кутової швидкості меншій, ніж у двигуна. Для передачі руху від двигуна до виробничої машини і змінювання при цьому кутової швидкості і обертаючого моменту служать різноманітні передачі.

#### ***Послідовність розв'язання задачі:***

Скласти кінематичну схему приводу.

1. Визначити потрібну потужність електродвигуна, користуючись вихідними даними завдання (додаток 1)
2. Вибрати електродвигун з асинхронних короткозамкнених електродвигунів серії 4А (ГОСТ 19523-81) (див. додаток 2) з синхронної частотою обертання  $1500 \text{ хв}^{-1}$  або  $1000 \text{ хв}^{-1}$ .
3. Визначити загальне передаточне число і розподілити його між передачами приводу (пасовою або ланцюговою та редуктором) (див. додаток 3).

4. Обчислити частоту обертання кожного валу приводу.
5. Визначити кутову швидкість кожного з валів приводу.
6. Визначити потужність на кожному з валів приводу.
7. Розрахувати обертальний момент на кожному з валів приводу.

Додаток 1

### Приблизні значення ККД для різних типів передач

Передача	ККД
Пасова:	
плоско пасова	0,96-0,98
клинопасова	0,95-0,97
Ланцюгова	0,90-0,95
Одноступінчаста передача:	
конічна	0,96-0,97
циліндрична	0,97-0,98
шевронна	0,97
Черв'ячний редуктор з архімедовим черв'яком:	
одно західним Z=1	0,7-0,75
двозахідним Z=2	0,8-0,85
чотирьох західним Z=4	0,85-0,95
Підшипник 1-на пара	0,99-0,995
Муфта	0,98

Додаток 2

### Електродвигуни серії А. Виконання закрите з обдуванням (за ГОСТ 19523-81)

Потужність, кВт $P_n$	Синхронна частота обертання, об/хв											
	3000			1500			1000			750		
	Типо-роз-мір	S %	$\frac{T_n}{T_H}$	Типо-роз-мір	S %	$\frac{T_n}{T_H}$	Типо-роз-мір	S %	$\frac{T_n}{T_H}$	Типо-роз-мір	S %	$\frac{T_n}{T_H}$
0,55	63B2	8,5		71A4	7,3		71B6	10		80B8	9	
0,75	71A2	5,9		71B4	7,5		80A6	8,4		90LA8	8,4	1,6
1,1	71B2	6,3		80A4	5,4		80B6	8,0		90LB8	7,0	
1,5	80A2	4,2		80B4	5,8		90L6	6,4		100L8	7,0	
2,2	80B2	4,3		90L4	5,1		100L6	5,1	2,0	112M A8	6,0	1,8
3,0	90L2	4,3	2,0	100S4	4,4	2,0	112MA6	4,7		112M8	5,8	
4,0	100S2	3,3		100L4	4,7		112MB6	5,1		132 S 8	4,1	
5,5	100L2	3,4		112 M4	3,7		132 S 2	3,3		132M8	4,1	1,4
7,5	112M 2	2,5		132S 4	3,0		132 M6	3,2 ...		160S8	2,5	

11,0	132M 2	2,3	1,6	132 M4	2,8	1,4	160S6	2,7	160M8	2,5	1,2
15	160S2	2,1		160S 4	2,3		160M6	2,6	180M8	2,5	
18,5	160M 2	2,1	1,4	160 M4	2,2	1,2	180M6	2,7	200M8	2,3	1,0
22	180S2	2,0		180S 4	2,0		200M6	2,8	200L8	2,7	
30	180M 2	1,9	1,2	180 M4	1,9	1,2	200L6	2,1	225M8	1,8	1,0
37	200M 2	1,9		200 M4	1,7		225M6	1,8	250S8	1,5	
45	200L2	1,8	1,2	200L A	1,6	1,2	250 S6	1,4	250M8	1,4	1,0
55	225M 2	1,8		225 M4	1,4		250M6	1,3	280S8	2,2	
75	250S2	1,4	1,2	250S 4	1,2	1,2	280S6	2,0	280M8	2,2	1,0
90	250M 2	1,4		250 M4	1,3		280M6	2,0	315S8	2,0	
110	280S2	2,0		280S 4	2,3		315S6	2,0	3J5M8	2,0	

Примітки:

1. Приклад умовного позначення електродвигуна потужністю 11кВт, синхронна частота обертання 1500 об/хв.:

*Електродвигун 4A132M4У3*

2. Значення символів в умовних позначеннях: цифра 4 вказує порядковий номер серії, літера А - рід двигуна - асинхронний. Слідуючі за літерою А числа (дво- чи тризначні) відповідають висоті осі обертання, мм; літери L, S, і М відносяться до встановлювальних розмірів по довжині станини; літери А і В - умовні позначення довжини сердечника статора.

Цифри 2, 4, 6, і 8 вказують число полюсів. Останні два знаки У3 показують, що двигун призначений для експлуатації в зоні помірного клімату.

3. В графі S вказано ковзання, % в графі Тп/Тн подані значення відношень величин пускового та номінального крутних моментів.

Додаток 3

### Рекомендовані передаточні числа

для одноступінчастих циліндричних редукторів (ГОСТ 2185-66)  
U= 1,25; 1,4; 1,6; 1,8; 2; 2,24; 2,5; 2,8; 3,15; 3,55; 4; 4,5; 5,6; 6,3; 7,1; 8; 9; 10

для одноступінчастих конічних редукторів (ГОСТ 12289-76)  
U= 1; 1,12; 1,4; 1,6; 1,8; 2; 2,24; 2,5; 2,8; 3,15; 3,5; 4; 4,5; 5; 5,6; 6,3.

для черв'ячних редукторів (ГОСТ 13563-68)  
U= 8; 10; 12,5; 16; 20; 25; 31,5; 40; 50; 63; 80.

для плоско пасової передачі – до 5;

для клинопасової передачі – до 6;

для ланцюгової передачі – 6.



**Практичне завдання:** ознайомитися з змістом додатків.

**Питання для самоконтролю:**

1. З яких пристроїв складається привід механізму?
2. Як розподіляється передаточне число між пристроями приводу?

**Самостійне заняття №31**

**Тема:** Муфти

**Мета:** ознайомитися з призначенням, класифікацією та застосування муфт.

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення:**

1 Муфти

**Література**

1. Аркуша А.И., Фролов М.И., «Техническая механика для техникумов, М.:Высшая школа, 1983.
2. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. «Основы технической механики», Л.: -Машиностроение, 1990
3. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Руководство к решению задач по технической механике, М.: -Высшая школа, 1977

**Муфти** служать для з'єднання кінців валів. Також муфти використовують для включення та виключення виконавчого органу при безперервній роботі двигуна (куровані муфти), запобігання машини від перевантажень (запобіжні муфти), компенсації шкідливого впливу неспіввісності валва (компенсуючі муфти), зменшення динамічних коливань (пружні муфти) тощо.

Муфти стандартизовані. Основною паспортною характеристикою муфти є значення обертового моменту, на передачу якого вона розрахована.

Класифікація муфт :

- 1) **некеровані** (постійної дії):
  - глухі,
  - компенсуючи пружні,
  - компенсуючи жорсткі;
- 2) **керовані:**
  - кулачкові,
  - зубчасті;

3) фрикційні; самокеровані автоматичні:

- відцентрові (самокеруються по частоті обертання),
- запобіжні (самокеруються по моменту)
- вільного ходу (самокеруються по напрямку обертання).

**Глухі муфти** утворюють тверде і нерухоме з'єднання валів (глухе з'єднання). Вони не компенсують помилки виготовлення і монтажу, вимагають точного центрування валів. До глухих муфт належать **втулкова муфта** (рис. 1), яка відрізняється простотою конструкції і малими габаритами та застосовується у легких машинах при діаметрах валів до 60...70 мм та **фланцева муфта** (рис.2), яка широко поширена в машинобудуванні та застосовується для з'єднання валів діаметром до 200 мм і більш.

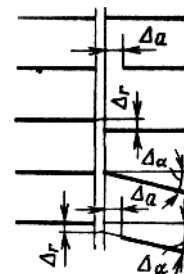
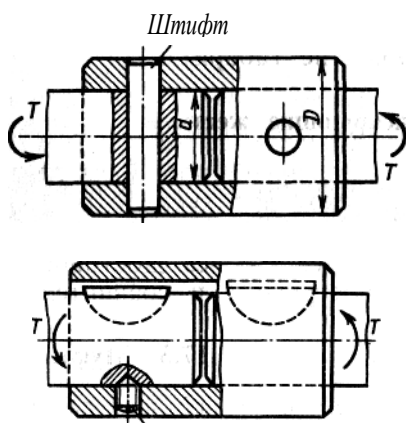
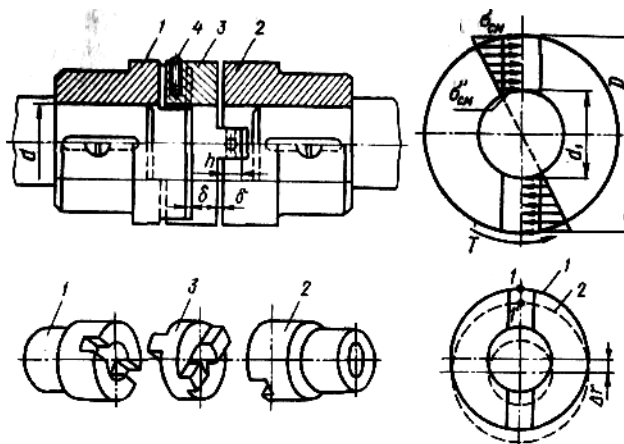


Рис. 3

При з'єднанні глухими муфтами неспіввісні вали в місці установки муфти приводять до однієї загальної осі шляхом деформування валів і опор. Опори і вали додатково навантажуються. Тому при з'єднанні глухими муфтами потрібна висока точність розташування валів. Для зниження цих вимог і зменшення шкідливих навантажень на вали й опори застосовують компенсуючі муфти. Розрізняють три види відхилень від номінального розташування валів (рис. 3) *подовжній зсув*  $\Delta_a$  (може бути викликане також температурним подовженням валів); *радіальний зсув*  $\Delta_r$ , або *ексцентриситет*; *кутовий зсув*  $\Delta_\alpha$ , або *перекіс*. На практиці найчастіше зустрічається комбінація зазначених відхилень, що надалі будемо називати загальним терміном «неспіввісність валів».

Компенсація шкідливого впливу неспіввісності валів досягається: унаслідок рухливості практично жорстких деталей — *в жорстких компенсуючих муфтах*; за рахунок деформації пружних деталей — *в пружних муфтах*.

Найбільше поширення з груп **жорстких компенсуючих муфт** одержали **кулачково-дискова** (рис 4), яку рекомендують застосовувати в основному для компенсації ексцентриситету:  $\Delta_r$  до  $0,04d$ ;  $\Delta_a$  до  $0^\circ 30'$ , і **зубчаста** (рис. 5), яка компенсує усі



Установочний гвинт

Рис. 1

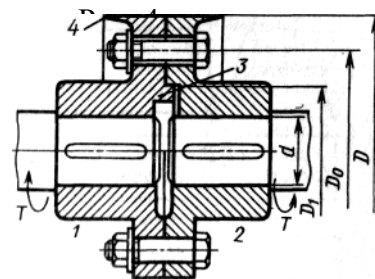


Рис. 2

види неспіввісності валів

**Практичне завдання:** скласти конспект з теми.

**Питання для самоконтролю:**

1. Призначення муфт.
2. За яким стандартним параметром обирають міфту?
3. Назвіть класифікаційні групи муфт. Які з них найбільш прості? складні?

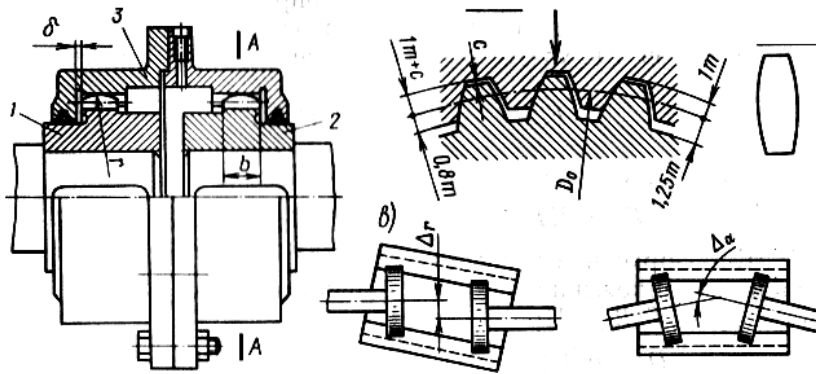


Рис.5