

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №1

### ТЕМА: РОБОТА ПО ПЕРЕМІЩЕННЮ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК В ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про основні характеристики електричного поля

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

- 1 Закон Кулона.
- 2 Напруженість електричного поля.
- 3 Лінії напруженості електричного поля.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Як визначається напруженість електричного поля?
2. Що таке однорідне електричне поле?
3. Що таке робота по колу, як вона визначається?

1) Електромагнітне поле це є вид матерії, який характеризується тим, що чинить силовий вплив на заряджені частинки.

Залежно від умов спостереження електромагнітне поле виявляється в цілому, або як одна із двох його сторін: електричне поле або магнітне поле.

Електричне поле характеризується дією на електрично заряджену частинку із силою, пропорційною заряду частинки і незалежною від її швидкості.

Магнітне поле характеризується дією на рухому електрично заряджену частинку з силою, пропорційною зарядові частинки та її швидкості.

Електромагнітне поле створюють електричні заряди і є нерозривно пов'язані з

ним.

Електричне поле нерухомих заряджених частинок називається електростатичним.

Зазначена вище властивість електричного поля — силова дія на нерухомі заряджені частинки і тіла — використовується з метою виявлення та вивчення його. Візьмем електричний заряд величиною  $Q_1$  цей заряд створює своє електричне поле. Щоб дослідити це електричне поле помістимо в нього якийсь пробний заряд  $Q_2$ .

Дослід показує, що на кожен із цих зарядів буде діяти якась сила  $F_e$ , причому якщо заряди мають однакові знаки зарядів то вони відштовхуються, а якщо різноіменні — притягуються.

Пробний заряд  $Q_2$  створює своє електричне поле, тому заряди  $Q_1$  і  $Q_2$  будуть оточені двома електричними полями цих зарядів. Згідно з принципом накладання, можна вважати, що два заряди будуть оточені загальним електричним полем. Тому силу  $F_e$  можна розглядати як результат силової дії загального електричного поля на кожен заряд. Кількісно цю дію визначають за формулою закону Кулона:

Сила, з якою на кожне із двох заряджених тіл, розташованих у вакуумі, діє їх загальне електричне поле, пропорційна добутку цих зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними.

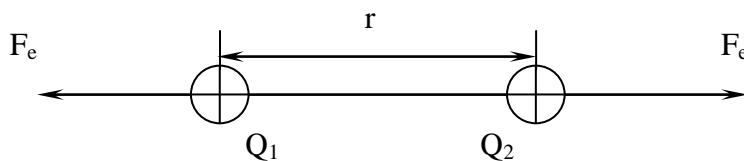
$$F_e = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \cdot \epsilon_0 r^2} \quad (1)$$

де  $Q_1, Q_2$  – заряди тіл (Кл);

$r$  – відстань між їх центрами (м).

$\frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0}$  – коефіцієнт пропорційності, залежить від вибору системи одиниць;

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{фарада}}{\text{метр}} \text{ (Ф/м) – електрична стала.} \quad (2)$$



Малюнок 1. Взаємодія двох заряджених тіл.

Поміщуючи пробне заряджене тіло в різні точки електричного поля, можна досліджувати інтенсивність електричного поля.

2) Згідно із законом Кулона, сила пропорційна пробному заряду. В зв'язку з цим інтенсивність електричного поля в заданій точці зручно оцінювати силою, яка припадає на одиницю позитивного заряду пробного тіла, розташованого в цій точці, тобто відношенням  $\frac{F_e}{Q_2}$ , це величина яка називається напруженістю електричного

поля.

Напруженість електричного поля — векторна величина, яка характеризує електричне поле й визначає силу, що діє на заряджену частинку (тіло).

В числовому виразі, напруженість електричного поля дорівнює відношенню сили, що діє на заряджену частинку до величини її заряду.

$$E = \frac{F_e}{Q}$$

(3)

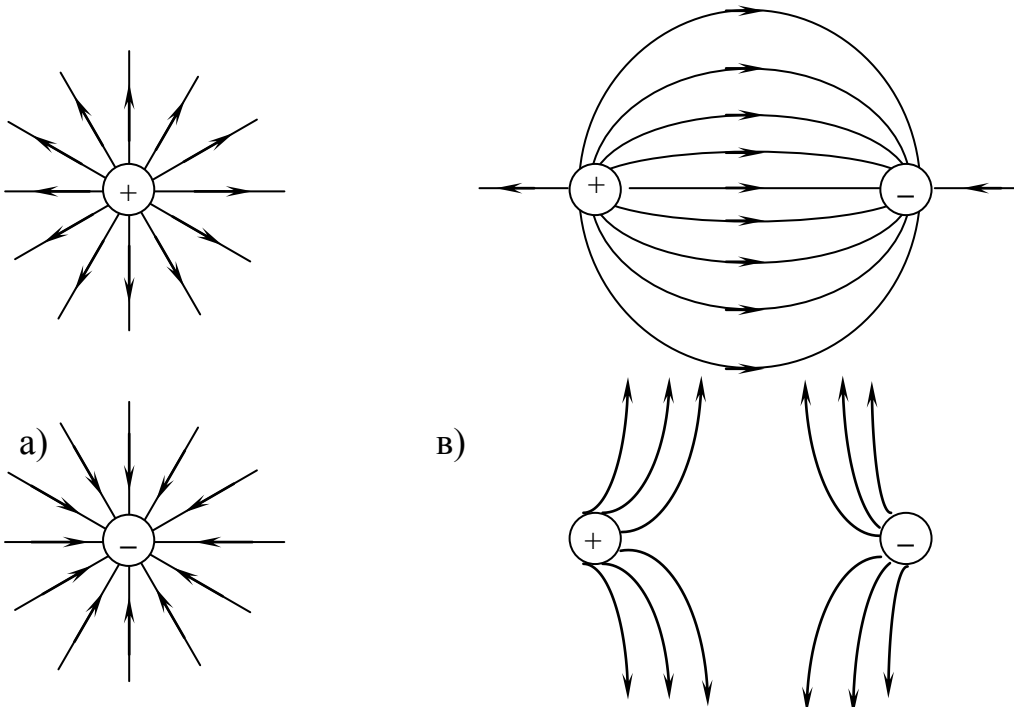
Напрямок напруженості електричного поля співпадає з напрямком сили, що діє на частинку з позитивним зарядом. Одиниця напруженості електричного поля:

$$[E] = \frac{\text{Ньютон}}{\text{Кулон}} = \frac{\text{Вольт}}{\text{метр}} \left( \frac{\text{В}}{\text{м}} \right)$$

Для наочного зображення електричного поля користуються лініями напруженості, або силовими лініями.

Лінії напруженості електричного поля проводять так, щоб вектор напруженості збігався з дотичною в кожній її точці.

Силові лінії що стосуються окремого точкового заряду, це є радіальні прямі проведені через точку, в якій перебуває цей заряд, тому що, в будь-якій точці навколишнього простору сила, яка діє на пробне тіло, спрямована по прямій, що з'єднує центри заряджених тіл.



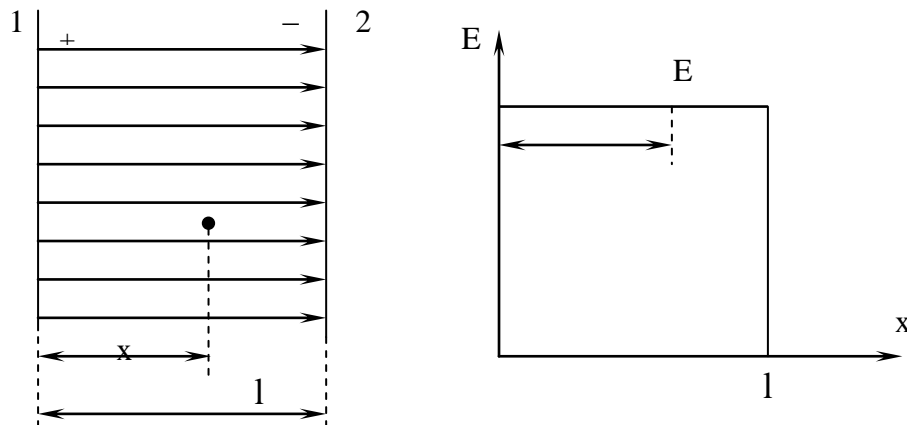
б)

г)

Малюнок 2. Зображення електричного поля відокремлених заряджених тіл (а, б) та ліній напруженості поля групи з двох точкових заряджених тіл (в, г).

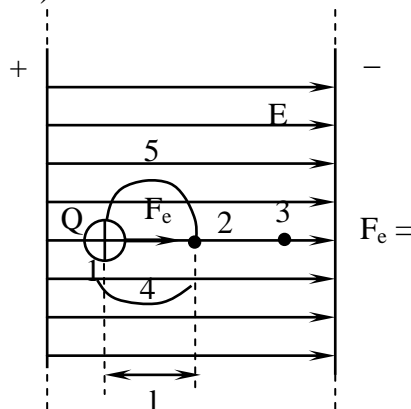
Електричне поле називається однорідним (рівномірним), якщо напруженість в його точках однакова за значенням і напрямом.

Рівномірне поле утворюється між двома паралельними пластинками розміри яких великі порівняно з відстанню між ними (мал.3).



Малюнок 3. Лінії напруженості рівномірного електричного поля.

3) Розглянемо вільну частинку з позитивним зарядом  $Q$  у рівномірному електричному полі (мал. 4).



Малюнок 4. Вільна заряджена частинка у рівномірному електричному полі.

Ця частинка переміщується у напрямку сили  $F_e$ , що діє на неї. При переміщенні частинки на шляху  $l$  між точками 1 і 2 здійснюється робота:  $A_{1,2} = F_e l$ .

Враховуючи формулу (3), отримаємо:

$$A_{1,2} = EQl \quad (4)$$

Робота при переміщенні частинки здійснюється полем внаслідок силової взаємодії частинки із зовнішнім полем.

Роботу вважають додатньою, якщо заряджена частинка переміщується у напрямку дії сили поля, і від'ємною — якщо переміщення спричинене дією сторонніх сил проти напрямку дії електричного поля.

Аналогічні висновки можна зробити і для нерівномірного електричного поля, визначаючи роботу при переміщенні зарядженої частинки між точками 1 і 2 як суму елементарних значень роботи  $dA$ , здійснюваної на кожному безмежно малому відрізку шляху  $dl$ , в межах якого напруженість поля можна рахувати сталою:

$$A_{1,2} = Q \int_1^2 E_n \quad (5)$$

де  $E_n$  – проекція вектора напруженості поля на напрям руху зарядженої частинки.

Припустимо, що заряджена частинка рухається по замкненому шляху 1-4-2-5-1. Якщо частинка рухається по відрізку 1-4-2, то переміщення її у напрямі від точки 1 до точки 2 збігається з напрямом сил поля, тобто здійснюється додатня робота  $A_{1,2}$ . При русі на ділянці шляху 2-5-1 сили поля спрямовані проти руху і робота  $A_{1,2}$  від'ємна. Загальна робота  $A$  на замкненому шляху 1-4-2-5-1 рівна нулю:

$$A = Q \oint E_n dl = 0 \quad (6)$$

тому  $A_{1,4,2} = -A_{2,5,1}$  або

$$A_{1,4,2} = A_{1,5,2}$$

Звідси випливає, що робота виконана силами поля при переміщенні зарядженої частинки між двома точками не залежить від обраного шляху, а визначається положенням початкової і кінцевої точок шляху (1 і 2), тобто відстанню  $l$ .

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №2

**ТЕМА: ЕЛЕКТРИЧНИЙ ПОТЕНЦІАЛ. НАПРУГА**

**МЕТА: оволодіти знаннями про основні характеристики електричного поля**

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Еквіпотенціальні поверхні і лінії.
2. Провідники в електричному полі.

### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

### Питання для самоконтролю.

1. Визначення електричної напруги.
2. Еквіпотенціальна поверхня.
3. Електростатична індукція.

1) Відношення роботи виконуваної електричним полем по переміщенню електричного заряду  $Q$  з точки 1 до точки 2 до величини цього заряду, називається електричною напругою:  $U_{1,2} = A_{1,2}/Q$ .

Електрична напруга є енергетична характеристика електричного поля, якою оцінюється можливість виконання роботи по переміщенню зарядів електричним полем:

$$\boxed{U = \frac{A}{Q} = \frac{EQl}{Q} = El; \quad U = El} \quad (7)$$

Одиниця електричної напруги:

$$[U] = \left[ \frac{A}{Q} \right] = \frac{\text{Джоуль}}{\text{Кулон}} = \text{Вольт } [B]$$

Якщо помістити електричний заряд  $Q$  в точку, в якій відсутнє електричне поле і переміщати його до точки 1 (мал.4), то буде виконана якась робота  $A_1$ . Відношення цієї роботи до величини заряду  $Q$  називається потенціалом цієї точки:

$$\varphi_1 = \frac{A_1}{Q}; \quad \text{Аналогічно:} \quad \varphi_2 = \frac{A_2}{Q}$$

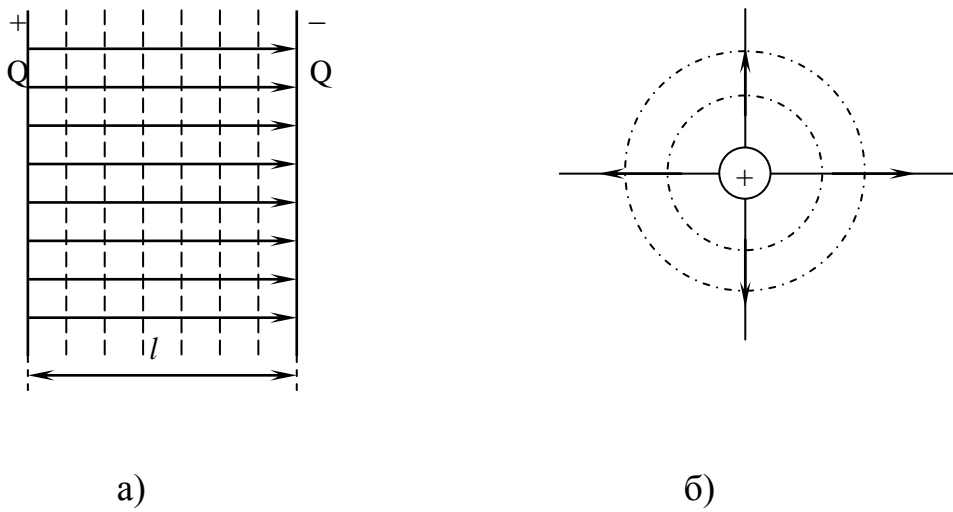
Різниця потенціалів:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_1 - A_2}{Q} = \frac{A_{12}}{Q} = U \quad (8)$$

Таким чином різниця потенціалів між двома точками це є електрична напруга.

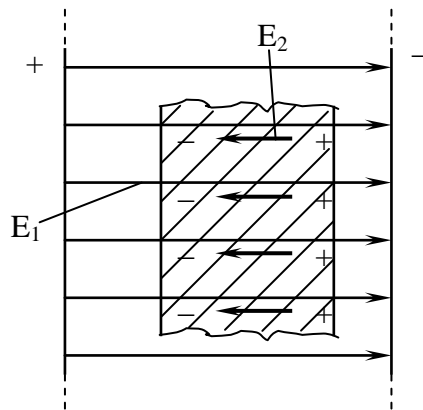
Потенціал електричного поля змінюється від точки до точки. Якщо вибрати таку поверхню на якій у кожній точці буде однаковий потенціал, то таку поверхню називають еквіпотенціальною.

В електричному полі будь-якої конфігурації лінії напруженості електричного поля завжди перпендикулярні еквіпотенціальній поверхні (мал. 5).



Малюнок 5. Лінії напруженості і еквіпотенціальні поверхні електричного поля площини (а) та відокремленого зарядженого тіла (б).

2) Якщо взяти металеве тіло і помістити його в електричне поле з напруженістю  $E_1$  (мал. 6), то вільні електрони переміщуються до однієї поверхні, яка набуває негативного заряду. Протилежна поверхня набуває позитивного заряду.



Малюнок 6. Металеве тіло в електричному полі.

Явище зміщення вільних заряджених частинок на поверхні провідника, вміщеного в електричне поле, називається електричною індукцією.

Внаслідок розподілу зарядів у провіднику створюється внутрішнє електричне поле з напруженістю  $E_2$ , спрямоване проти зовнішнього. Рух вільних заряджених частинок у провіднику триває не довго, поки  $E_1$  не буде рівне  $E_2$ .

При рівності  $E_1 = E_2$ , розподіл зарядів у провіднику припиняється, оскільки результуюча напруженість рівна нулю.

Завдяки наявності у провіднику вільних заряджених частинок електростатичне поле в ньому існувати не може.

Напруга між двома будь-якими точками провідника рівна нулю, отже, потенціал

його у всіх точках той самий. Значить провідник є еквіпотенціальним об'ємом, а його поверхня еквіпотенціальною поверхнею результуючого електричного поля.

Якщо, в електричне поле помістити провідник з порожниною у середині, то і в цьому випадку заряджені частинки будуть тільки на поверхні. У середині металу в порожнині електричного поля не має.

Ця властивість провідників використовується для електростатичного екранування, тобто для захисту об'єктів і пристроїв від дії зовнішнього електричного поля.

### **САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №3**

#### **ТЕМА: ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ РІЗНИХ ТІЛ. ТЕОРЕМА ГАУСА**

**МЕТА: оволодіти знаннями про основні характеристики електричного поля**

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

- 1 Поле зарядженої пластини.
- 2 Поле зарядженої кулі.
- 3 Поле зарядженого прямого провідника.

#### **Література:**

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### **Питання для самоконтролю.**

- 1 Пояснити особливості поля зарядженої пластини.
- 2 Пояснити особливості поля зарядженої кулі.
- 3 Пояснити особливості поля зарядженого прямого провідника.

**Приклад 1.** Розрахувати напруженість електричного поля на осі зарядженого кільця радіусом  $R$ , зарядом  $Q$  на відстані  $h$  від центра кільця. Елемент  $dl_1$  кільця, заряд

якого  $dq = \frac{q}{2\pi R} dl_1$ , створює напруженість поля

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}. \quad (3.9)$$

Діаметрально протилежний елемент  $dl_2$  створює напруженість  $dE_2$ . Ясно, що  $X$ -ві проєкції цих векторів попарно компенсуються, а  $Y$ -ві сумуються. Тому

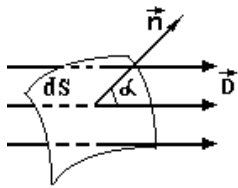
$$E = E_y = \int_l dE \cos\alpha. \text{ Враховуючи (3.9), і що } \cos\alpha = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}},$$

одержуємо  $E = \int_l \frac{dq}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \cos\alpha =$

$$= \int_l \frac{Qh dl}{2\pi R \cdot 4\pi\epsilon_0\epsilon (R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{Qh}{8\pi^2 R\epsilon_0\epsilon (R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} \int_l dl = \frac{Qh}{8\pi\epsilon_0\epsilon (R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Для спрощення розрахунку полів симетричних тіл застосовується теорема **Остроградського – Гауса**: потік вектора електростатичної індукції через будь-яку замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, охоплених цією поверхнею

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} \cdot \vec{n} = \sum_V q_i \quad (3.10)$$



**Потоком вектора  $\vec{D}$**  через площадку  $dS$  називається добуток величини вектора  $\vec{D}$  на величину площадки  $dS$  і на косинус кута  $\alpha$  між вектором  $\vec{D}$  і нормальним до площадки  $dS$  одиничним вектором  $\vec{n}$ .

**Приклад 2.** Напруженість поля точкового заряду.

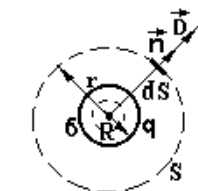
Поверхню  $S$  вибирають у вигляді сфери радіусом  $r$ , в центрі якої знаходиться заряд  $q$ . По теоремі Остроградського-Гауса маємо

$$\oiint_S \vec{D} d\vec{S} = \iint_S D dS \cos 0^\circ = D \iint_S dS = D \cdot 4\pi r^2 = q.$$

Для різних точок сфери вектор  $D$  однаковий за величиною. Тому його винесли за знак інтегралу. А

$\iint_S dS = 4\pi r^2$  - площа поверхні сфери. Маємо:

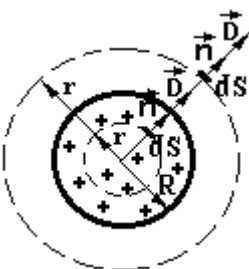
$$D = \frac{q}{4\pi r^2} \quad \text{і} \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}. \quad (3.11)$$



**Приклад 3.** Поле зарядженої металевої кулі радіусом  $R$  і зарядом  $q$ . Заряд на провідниках розміщується тільки по поверхні. Для  $r < R$   $\sum_V q_i = 0$ .

Тому  $D = 0$  і  $E = 0$ . Поле всередині провідників відсутнє. При  $r > R$

$$\text{аналогічно прикладу 2 } D = \frac{q}{4\pi r^2} \quad \text{і} \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}. \quad (3.12)$$



**Приклад 4.** Поле рівномірно зарядженої по об'єму кулі радіусом  $R$ . Загальний заряд кулі  $q$ .

Для  $r > R$  аналогічно прикладу 2 і 3

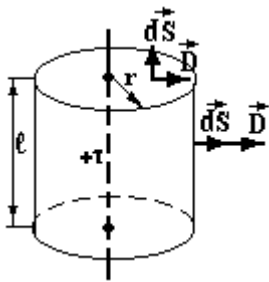
$$D = \frac{q}{4\pi r^2} \quad \text{і} \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2},$$

а заряд  $Q$  в кулі з радіусом  $r < R$  знаходимо за формулою:

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} \cdot \vec{n} = D \cdot 4\pi r^2, Q = \frac{q}{4\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3. \text{ Прирівнявши } Q \text{ до } D \cdot 4\pi r^2 \text{ одержуємо}$$

$$D = \frac{q}{4\pi R^3} \cdot r; \quad E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon R^3} \cdot r \quad (3.13)$$

**Висновок.** Із прикладів 2, 3 і 4 видно, що поле зарядженої кулі за її межами таке ж, як і поле точкового заряду, якщо заряд кулі зосередити в її центрі. На поверхні металевого зарядженого тіла вектор індукції  $D$  дорівнює поверхневій густині заряду  $\sigma$  (див. приклад 3).

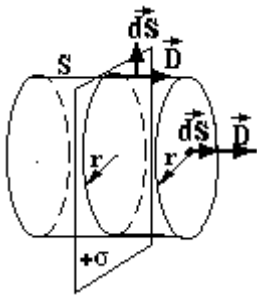


**Приклад 5.** Поле прямої нескінченної осі (циліндра) зарядженої з лінійною густиною заряду  $\tau$ .

Поверхню  $S$  виберемо у вигляді циліндра, вісь якого співпадає з зарядженою віссю. Для основ цього циліндра кут між  $\vec{D}$  і  $d\vec{s}$  дорівнює  $90^\circ$ . Тому потік через основи дорівнює нулю. Для елементів  $d\vec{s}$  бічної поверхні цей кут дорівнює  $0^\circ$ . Отже можна записати

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = 2 \iint_{S_{\text{осн}}} \vec{D} \cdot d\vec{s} + \iint_{S_{\text{бічн}}} \vec{D} \cdot d\vec{s} = D \cdot 2\pi r l = \tau l$$

$$\text{Одержуємо } D = \frac{\tau}{2\pi r}; \quad E = \frac{\tau}{2\pi \epsilon \epsilon_0 r}; \quad (3.14).$$



**Приклад 6.** Поле нескінченної зарядженої площини з поверхневою густиною заряду  $\sigma$ .

Поверхню  $S$  вибираємо у вигляді циліндра, основи якого радіусом  $r$  паралельні площині. Для бічної поверхні кут між  $\vec{D}$  і  $d\vec{s}$  дорівнює  $90^\circ$ . Тому потік через бічну поверхню дорівнює нулю. Для елементів  $d\vec{s}$  основ цей кут дорівнює  $0^\circ$ . Отже можна записати

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = 2 \iint_{S_{\text{осн}}} \vec{D} \cdot d\vec{s} + \iint_{S_{\text{бічн}}} \vec{D} \cdot d\vec{s} = 2D \cdot \pi r^2 = \sigma \cdot \pi r^2$$

$$\text{Одержуємо } D = \frac{\sigma}{2}; \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon \epsilon_0}; \quad (3.15).$$

Видно, що індукція і напруженість не залежать від положення точки і однакові в усіх точках простору. Такі поля називаються однорідними.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №4

**ТЕМА: ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ В РІЗНИХ РЕЧОВИНАХ**

**МЕТА: оволодіти знаннями про основні характеристики електричного поля**

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Поляризація діелектрика.
2. Поляризованність діелектрика.

3. Електричне зміщення.
4. Діелектрична проникність.

### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

1. Що таке поляризація діелектрика?
2. Що таке поляризованність діелектрика?
3. Що таке електричне зміщення?
4. Що таке діелектрична проникність?

#### 1.1) Поляризація діелектрика.

Порівняно з провідниками кількість вільних заряджених частинок в діелектриках дуже мала, тому ними можна знехтувати.

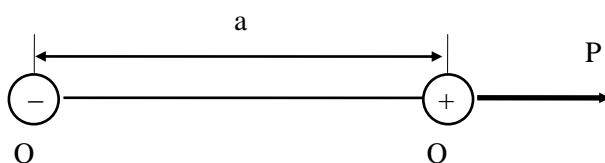
Розрізняють полярні та неполярні молекули. Полярні молекули можна уподібнити електричному диполю.

Електричним диполем називається сукупність двох точкових заряджених тіл, що мають однакові за значенням і протилежні за знаком заряди, відстань між ними дуже мала порівняно з відстанню від них до точок, де розглядається поле диполя.

Електричною характеристикою диполя є його момент  $p$ :

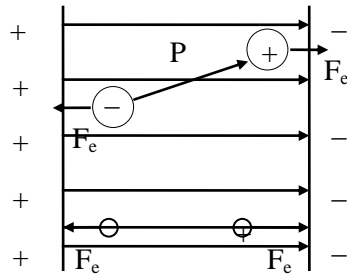
$$\boxed{p = Q \cdot a}, \quad (126)$$

напрямок його приймають від негативного заряду до позитивного.



Малюнок 49. Діелектрик в електричному полі.

Розглянемо діелектрик вміщений у рівномірне електричне поле з напруженістю  $E$ .



Малюнок 50. Діелектрик в електричному полі.

В зовнішньому електричному полі полярна молекула (диполь) зазнає дії пари сил, яка обертає її так, що електричний момент диполя напрямлений так само, як і напруженість поля.

У неполярних молекулах діелектрика під дією зовнішнього електричного поля відбувається зміщення заряджених частинок уздовж його напрямку, внаслідок чого вони набувають властивостей диполів.

Це явище називається поляризацією діелектрика.

### 1.2) Поляризованість діелектрика.

Ступінь поляризації оцінюють вектором поляризованості  $P$ .

$$P = \frac{\sum P}{V} \quad (127)$$

$\sum P$  — геометрична сума електричних моментів молекул/

$V$  — об'єм діелектрика.

Поляризованість тим більша, чим сильніше електричне поле. Залежить вона і від властивостей діелектрика.

Тому поляризованість:

$$P = \varepsilon_0 \cdot \chi_r \cdot E \quad (128)$$

де  $\chi_r$  — відносна діелектрична сприйнятливість, яка характеризує здатність діелектрика поляризуватись.

$E$  — напруженість електричного поля.

$\varepsilon_0$  — електрична постійна.

Внаслідок поляризації диполі розташовуються уздовж ліній напруженості електричного поля.

Електричне поле в діелектрику відповідає загальному заряду частинок:  $Q = Q_0 - Q_n$ ; воно фізично існує у просторі між молекулами діелектрика. Це поле можна подати як результат накладання двох полів — зовнішнього (напруженість  $E_0$ ) і внутрішнього (напруженість  $E_n$ ).

Незалежне існування внутрішнього поля дещо умовне, оскільки воно виникає тільки при наявності зовнішнього поля і здебільшого зникає при його відсутності.

Проте є такі діелектрики, які будучи поляризованими зовнішнім електричним полем, зберігають залишкову поляризацію (сегнетоелектрики та електрети).

### 1.3) Електричне зміщення.

На основі теореми Гауса, для рівномірного поля вільних заряджених частинок:

$$N_0 = E_0 \cdot S = \frac{Q_0}{\varepsilon_0}$$

а для поля в діелектрику:

$$N = E \cdot S = (Q_0 - Q_n) / \varepsilon_0$$

Знайдемо значення вектора поляризованості  $P$ . Електричний момент елементарного поверхневого заряду має значення  $\sigma \cdot d \cdot S \cdot l$ .

$l$  — відстань між пластинками, або товщина діелектрика.

$\sigma \cdot S \cdot l$  — момент усього об'єму діелектрика.

Отже,  $\sum p = \sigma \cdot S \cdot l$

$$V = S \cdot l$$

Тоді  $P = \frac{\sum p}{V} = \frac{\sigma S l}{S l} = \sigma$

$$\boxed{P = \sigma} \quad (129)$$

Величина поляризованості дорівнює густині заряду на поверхні діелектрика.

Разом з тим заряд зв'язаних частинок на поверхні діелектрика дорівнює загальному зарядові частинок, які зміщуються в діелектрику крізь будь-яку площину, паралельну обкладкам:

$$\varepsilon_0 \cdot E \cdot S = Q_0 - Q_n$$

З урахуванням, що  $P = \sigma$

$$Q_n = \sigma \cdot S = P \cdot S$$

$$\varepsilon_0 \cdot E \cdot S = Q_0 - P \cdot S$$

або  $(\varepsilon_0 \cdot E + P) \cdot S = Q_0$

$$\boxed{\varepsilon_0 E + P = D} \text{ — електричне зміщення} \quad (130)$$

$$DS = Q_0$$

$$D = \varepsilon_0 \cdot E + \varepsilon_0 \cdot \chi_r \cdot E$$

$$\varepsilon_0 \cdot E = D_0 \text{ — електричне зміщення у вакуумі.}$$

$$\boxed{P = \varepsilon_0 \cdot \chi_r \cdot E} \text{ — враховується явище поляризації діелектрика} \quad (129)$$

### г) Діелектрична проникність.

При внесенні діелектрика між металеві пластини електричне поле стає слабшим.

$$D = \varepsilon_0 \cdot E + \varepsilon_0 \cdot \chi_r \cdot E = \varepsilon_0 \cdot E(1 + \chi_r)$$

$$(1 + \chi_r)\varepsilon_0 = \varepsilon_a \text{ — діелектрична проникність речовини} \quad (130)$$

$$\boxed{D = \varepsilon_a \cdot E} \quad (131)$$

$$\boxed{\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_0} = \frac{(1 + \chi_r)\varepsilon_0}{\varepsilon_0} = 1 + \chi_r} \quad (132)$$

відносна діелектрична проникність речовини.

Показує у скільки разів електричне поле в діелектрику слабкіше, ніж у пустоті.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №5

### ТЕМА: ЕЛЕКТРИЧНА ЄМКІСТЬ. КОНДЕНСАТОРИ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про основні характеристики електричного поля

#### Питання, що виносяться на самостійне вивчення.

1. Пробивна напруга.
2. Зміна електричного поля на межі двох діелектриків.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Що таке пробивна напруга?
2. Як змінюється електричне поле на межі двох діелектриків?
3. Послідовне і паралельне з'єднання конденсаторів.

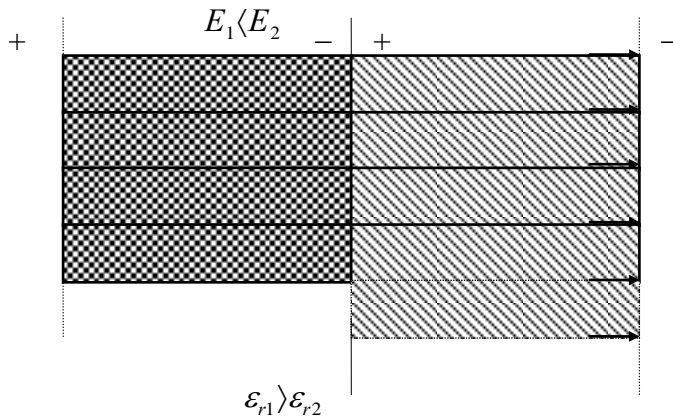
1) Напруженість електричного поля в діелектрику залежить від напруги між провідниками (электродами), відстані між ними, форми і розмірів електродів, властивостей діелектрика.

Значення напруженості електричного поля, при якому починається пробій діелектрика й ізоляційні характеристики його порушуються, називається пробивною напруженістю або електричною міцністю діелектрика.

Відношення електричної міцності до дійсного значення напруженості поля називають запасом міцності:

$$K = \frac{E_{kp}}{E} \quad (143)$$

Розглянемо плоский конденсатор, між обкладками якого є два шари діелектриків з діелектричними проникностями  $\epsilon_{r1}$  і  $\epsilon_{r2}$  (мал.53).



Малюнок 53. Конденсатор з двома шарами різнорідних діелектриків.

Значення і напрям вектора напруженості електричного поля на межі поділу діелектриків змінюються тим більше, чим більше відрізняються їхні діелектричні проникності.

На основі теореми Гауса напишемо вирази для електричного зміщення в діелектриках:

$$\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1} \cdot E_1 S = D_1 S = Q_0 = \sigma S$$

$$\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r2} \cdot E_2 S = D_2 S = Q_0 = \sigma S$$

Як видно, при напрямі поля, перпендикулярному до площини поділу діелектриків, електричне зміщення в обох діелектриках однакове: чисельно воно дорівнює поверхневій густині заряду обкладок конденсатора:

$$D_1 = D_2 = \sigma \quad (144)$$

Напруженість поля в обох діелектриках неоднакова:

$$\epsilon_0 \epsilon_{r1} E_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r2} E_2 \quad (145)$$

$$\text{або } \frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \quad (146)$$

Напруженість поля більша в діелектрику з меншою діелектричною проникністю.

Стрибокподібна зміна напруженості поля на межі поділу двох діелектриків, які мають різні діелектричні проникності, фізично пояснюється тим, що внаслідок різної поляризації діелектриків на межі утворюється надлишковий зв'язаний заряд, густиною:

$$\sigma_{зв.} = P_2 - P_1$$

Це приводить до посилення поля в одному діелектрику і послаблення в іншому.

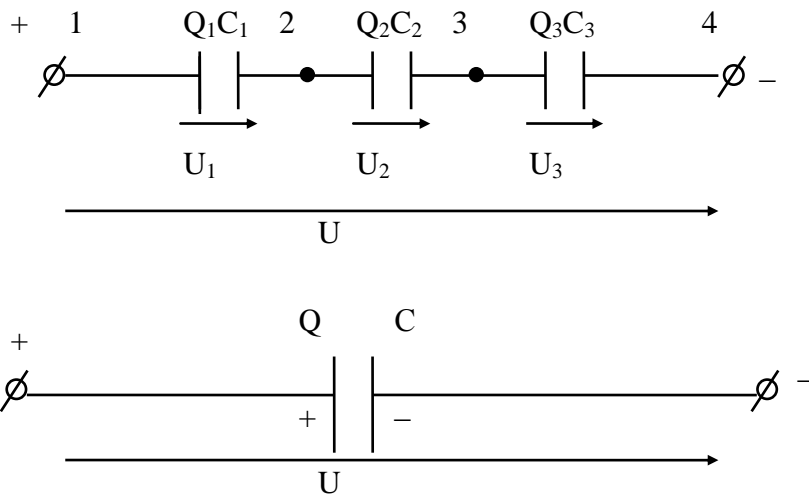
Наявність заряду на межі поділу діелектриків дає підставу вважати, що конденсатор з двома або кількома шарами складено з двох або кількох конденсаторів.

Обладнання ізоляції з кількох шарів різних діелектриків у нерівномірному електричному полі дає змогу певною мірою вирівняти напруженість електричного поля і тим створити більш сприятливі умови для роботи ізоляції і зменшити її розміри.

3) На малюнку 54 зображено три конденсатори які з'єднані між собою послідовно.

До затискачів сталої напруги (точки 1, ..., 4) приєднано дві крайні обкладки послідовного ланцюжка конденсаторів, інші обкладки з джерелом безпосередньо не з'єднані і заряджаються внаслідок електростатичної індукції. Тому заряд усіх конденсаторів і кожного окремо той самий:

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_n \quad (147)$$



Малюнок 54. Послідовне з'єднання конденсаторів.

Для спрощення розрахунків групу конденсаторів можна замінити одним з еквівалентною ємністю.

Напруга на еквівалентному конденсаторі дорівнює загальній напрузі групи послідовно з'єднаних конденсаторів:

$$U_1 + U_2 + U_3 = U \quad (148)$$

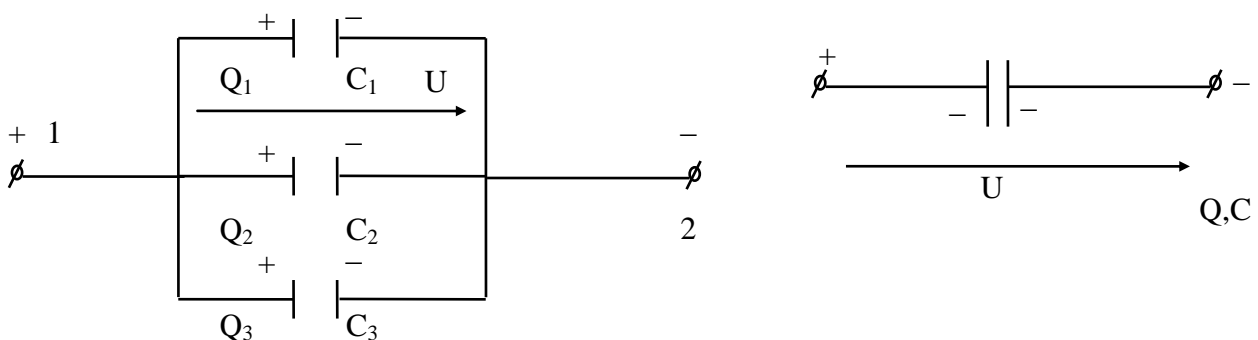
Оскільки  $U = \frac{Q}{C}$ , то отримаємо:

$$\frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3} = \frac{Q}{C}$$

$$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{C} \quad (149)$$

При паралельному з'єднанні всі конденсатори з'єднані однією обкладкою в точці 1, а іншою – в загальній точці 2 (мал. 55).

До цих точок підводиться напруга джерела. У такому випадку групу конденсаторів теж можна замінити одним з еквівалентною ємністю  $C$ .



Малюнок 55. Паралельне з'єднання конденсаторів.

Усі конденсатори мають між обкладками ту саму напругу  $U$ , а заряди будуть різними:

$$Q_1 = C_1U; \quad Q_2 = C_2U; \quad Q_3 = C_3U; \quad Q_n = C_nU \quad (150)$$

Кожний конденсатор дістає заряд незалежно від іншого, тому загальний заряд дорівнює сумі зарядів конденсаторів:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n = Q$$

Отримаємо:

$$C_1U + C_2U + C_3U + \dots + C_nU = CU$$

$$C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = C \quad (151)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №6

### ТЕМА: ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ У ПРОВІДНИКАХ. ЗАКОН ОМА

**МЕТА:** оволодіти знаннями про основні характеристики електричного струму

#### Питання, що виносяться на самостійне вивчення.

1. Електронна теорія будови атома.
2. Явище електричного струму провідності.
3. Величина електричного струму провідності.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Пояснити електронну теорію будови атома.
2. Пояснити явище електричного струму провідності.
3. Пояснити величину електричного струму провідності.

1) Поділ речовин за ступенем електропровідності на провідники, напівпровідники та діелектрики пов'язаний з поняттям електричного струму провідності.

Провідники поділяються на два види, в залежності від носіїв заряду, що створюють електричний струм. У провідниках першого виду (метали) струм створюється вільними електронами, тому електропровідність їх називають електронною.

У провідниках другого виду (розчин солей, кислот, лугів) носіями зарядів є іони —заряджені атоми і молекули, тому електропровідність їх називають іонною.

Уявлення про електронну структуру атомів стало основою для класичної теорії будови металів. У цій теорії враховуються валентні електрони зовнішнього шару відокремленого атома слабо зв'язаного з ядром. При утворенні кристалів на електрони кожного атома діють ядра інших атомів. За таких умов деякі валентні електрони втрачають постійний зв'язок з атомами і переходять від одного атома до іншого. Такі електрони називаються вільними.

На заряджені частинки (електрони) в електричному полі діють сили  $F_e$ . Якщо електричне поле підтримується у провіднику, то вільні заряджені частинки, які беруть участь у тепловому хаотичному русі, набувають швидкості уздовж ліній напруженості електричного поля. За цієї умови, частинки рухаються переважно в один бік: позитивні у напрямі поля, а негативні — в зворотний бік.

Явище напрямленого руху вільних носіїв електричного заряду в речовині або у вакуумі називається електричним струмом. Частинки, які утворюють електричний струм у речовині провідників, є структурними елементами самих провідників. Тому електричний струм у провідниках другого виду супроводжується хімічними змінами, перенесенням речовини (наприклад, явище електролізу).

Оскільки всі електрони однакові, то у провідниках першого виду електричний струм не супроводжується зміною хімічного складу провідника. Не спостерігається і перенесення речовини тому що, маса електронів дуже мала порівняно з масою ядер.

Інтенсивність електричного струму оцінюється фізичною величиною, яка називається силою електричного струму, або просто струмом.

Сила струму визначається електричним зарядом, що проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{Q}{t} \quad (9)$$

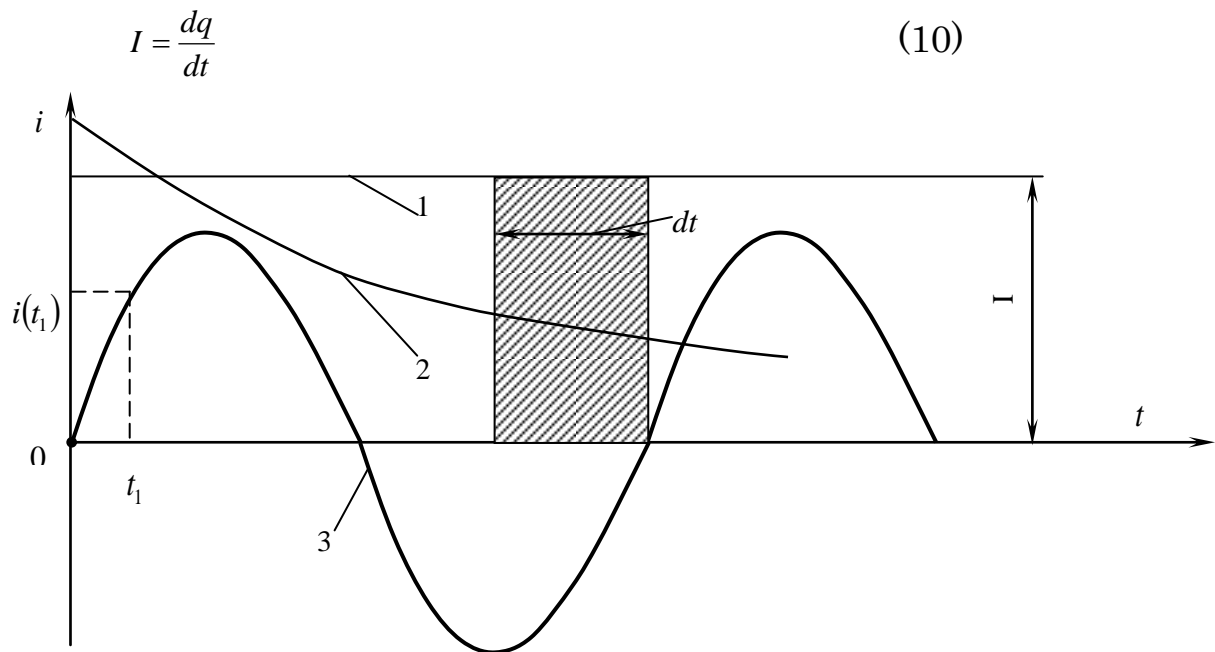
Одиниця вимірювання струму:

$$[I] = \left[ \frac{Q}{t} \right] = \frac{\text{Кулон}}{\text{секунда}} = \text{Ампер (А)}$$

Додатнім напрямом струму умовно вважають напрям, в якому рухаються позитивно заряджені частинки.

Електричний струм який не змінюється з часом і величиною називається постійним (1 мал. 7). Якщо струм змінюється в часі, він називається змінним (2, 3. мал. 7).

В цьому випадку на графіках відкладають миттєві значення струму, які визначаються зміною зарядів  $q$  за нескінченно малий проміжок часу:



Малюнок 7. Графіки електричного струму.

Густина струму:

$$j = \frac{I}{S} \quad (11)$$

$$[j] = \frac{\text{Ампер}}{\text{метр}^2} \left( \frac{\text{А}}{\text{м}^2} \right)$$

При постійному струмі у провіднику розподіл зарядів стаціонарний, тому кількість зарядів що вибуває рівна кількості зарядів що прибуває.

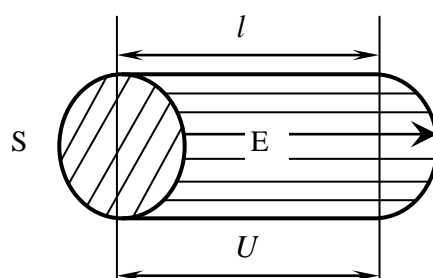
Електричне поле пов'язане з рухомими зарядженими частинками у провіднику, називається стаціонарним, на відміну від електростатичного пов'язаного з нерухомими електричними зарядами.

Електричний струм у провіднику і відповідне стаціонарне йому електричне поле потрібно підтримувати безперервно, поновлюючи енергію яка витрачається внаслідок руху заряджених частинок, перетворюючись на тепло.

2) Дослідами встановлено, що густина струму в провіднику пропорційна напруженості електричного поля  $E$  і питомої електричної провідності  $\gamma$ .

$$j = \gamma \cdot E \quad (12)$$

Розглянемо відрізок провідника завдовжки  $l$  з поперечним перерізом  $S$  (мал. 8) в якому існує електричне поле з напруженістю  $E$ .



Малюнок 8. Ділянка електричного проводу.

Якщо електричне поле в провіднику рівномірне і напрямлене уздовж провідника, то різницю потенціалів між його кінцями можна визначити за формулою (7);  $U = El$ , тоді отримаємо:

$$\frac{I}{S} = \gamma \cdot E \quad \text{або} \quad \frac{I}{S} = \gamma \frac{U}{l} \quad \text{звідси:}$$

$$I = \frac{\gamma \cdot S}{l} \cdot U, \quad \text{звідси:}$$

$$\boxed{\frac{I}{U} = \frac{\gamma \cdot S}{l} = G} \quad \text{– електрична провідність} \quad (13)$$

Одиниця провідності:

$$[G] = \left[ \frac{I}{U} \right] = \frac{\text{Ампер}}{\text{Вольт}} = \text{сіменс (См)}$$

Величина обернена до електричної провідності називається електричним опором, тобто:

$$\boxed{R = \frac{1}{G}} \quad \text{– електричний опір провідника} \quad \boxed{R = \frac{l}{\gamma \cdot S}} \quad (14)$$

Отримаємо:

$$\frac{I}{U} = \frac{1}{R}; \quad \boxed{\frac{U}{I} = R}; \quad \boxed{I = \frac{U}{R}} \rightarrow \text{– закон Ома для ділянки кола.} \quad (15)$$

Сила струму у провіднику прямопропорційна напрузі прикладеній до цього провідника і обернено пропорційна опору цього провідника.

Властивості струмопровідного матеріалу характеризуються також величиною, оберненою питомій провідності  $\gamma$ , яка називається питомим опором.

$$\rho = \frac{1}{\gamma} \quad \text{– питомий опір.} \quad (17)$$

Враховуючи формули (13) і (15) отримаємо:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{l}{\gamma \cdot S} = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

$$\boxed{R = \rho \cdot \frac{l}{S}} \quad \text{– електричний опір провідника.} \quad (18)$$

Розмірність опору:

$$[R] = \left[ \frac{U}{I} \right] = \frac{\text{Вольт}}{\text{Ампер}} = \text{Ом (Ом)}$$

Електронна теорія пояснює суть електричного опору металів.

Вільний пробіг електронів обмежений зіткненням їх з іонами, які утворюють кристалічну решітку. При зіткненні кінетична енергія електронів віддається кристалічній решітці металу. Після кожного зіткнення електрони під дією електричного поля знову набувають швидкості і т.д. При цьому провідник нагрівається за рахунок роботи сил електричного поля.

При підвищенні температури провідника посилюється тепловий хаотичний рух частинок, що збільшує кількість зіткнень і утруднює упорядкований рух електронів, тобто збільшується опір провідника.

Залежність опору та питомого опору від температури виражається співвідношеннями:

$$\rho_2 = \rho_1 \cdot [1 + \lambda \cdot (t_2 - t_1)] \quad (19)$$

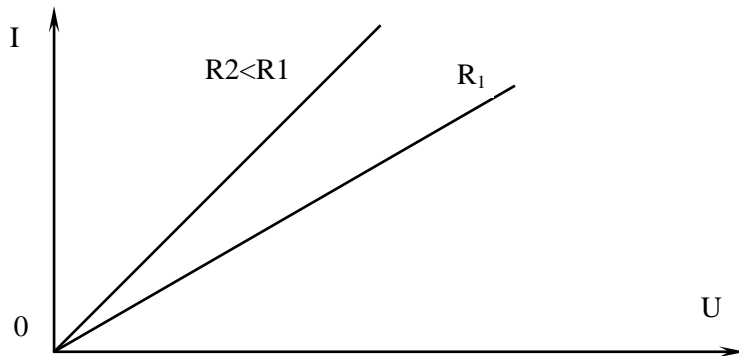
$$R_2 = R_1 [1 + \lambda \cdot (t_2 - t_1)] \quad (20)$$

де  $\rho_1, \rho_2, R_1, R_2$  – питомі опори та опори при початковій та кінцевій температурах  $t_1$  і  $t_2$ .

$\lambda$  – температурний коефіцієнт.

Питомі опори та температурний коефіцієнт провідників надаються в довідниковій літературі.

Залежність між струмом  $I$  та напругою  $U$ , поданою на графіку, називається вольт-амперною характеристикою і для провідників має форму прямої лінії.



Малюнок 9. Вольт-амперна характеристика металічного провідника.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №7

### ТЕМА: ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ У ВАКУУМІ І ГАЗАХ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про основні характеристики електричного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Іонізація газів.
2. Вольт-Амперні характеристики газорозрядних приладів.

### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

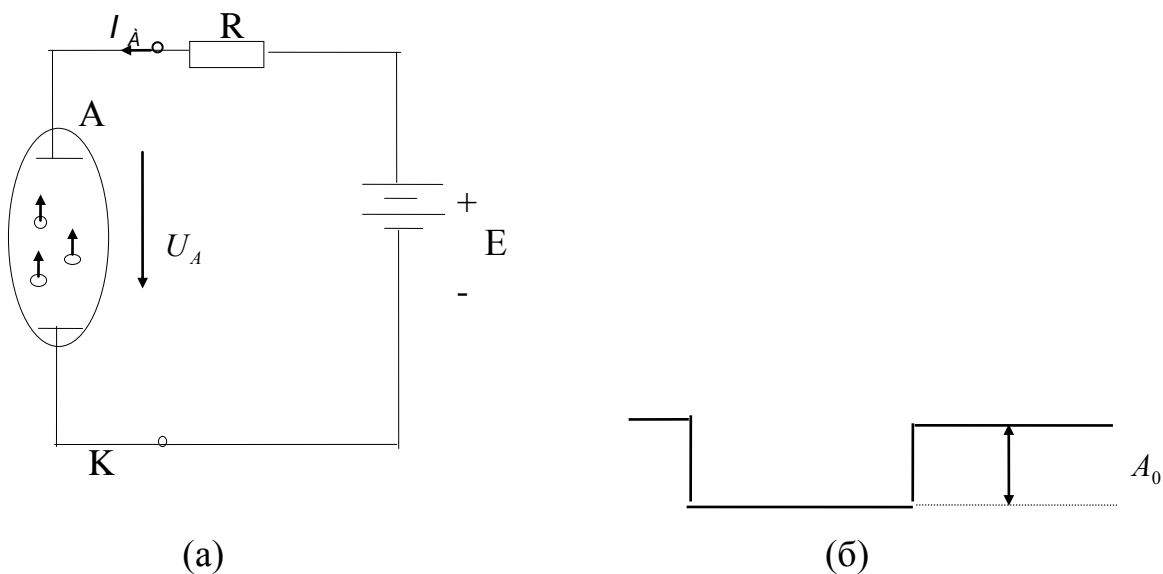
6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

1. Що таке рекомбінація?
2. Що таке ударна іонізація?
3. Що таке самостійний розряд?

1) В сучасній техніці широко примінюються електровакуумні прилади (електронні лампи, вакуумні прилади), в яких забезпечуються умови для виникнення і підтримання електричного струму в середовищі, що не має електропровідності.

Розглянемо двохелектродну лампу (діод), схему якої надано на мал.10.



(a)

(б)

Мал.10. Схема для добування струму у вакуумі (а) та потенціальний бар'єр на межі метал-вакуум (б).

Два металеві електроди знаходяться всередині скляного або металевого балону з якого викачане повітря, мають виводи назовні, це дає змогу підвести до них електричну напругу. Один електрод під'єднаний до негативного полюса джерела живлення і називається катодом, другий електрод — до позитивного і називається анодом.

Різниця потенціалів між електродами у вакуумі створює електричне поле, необхідне для виникнення і підтримання електричного струму між електродами. Проте

цієї умови не досить. Електричний струм не може виникнути, оскільки всередині балону не має вільних заряджених частинок.

Для того щоб створити і підтримувати струм, необхідно в простір між електродами безперервно подавати вільні заряджені частинки. В електровакуумних приладах для цього використовується фізичний процес виходу вільних електронів з катоду — електронна емісія.

Вільні електрони з катоду можуть виходити і при нормальній температурі. Проте відокремлені від металу електрони не можуть віддалитись більш як на кілька міжатомних відстаней, оскільки метал, заряджений позитивно, електростатичними силами притягує їх назад.

Процеси випускання та поглинання електронів металом відбувається одночасно, тому біля катода утворюється електронна хмарка, яка теж перешкоджає виходу електронів з металу. Електричне поле між металом і електронною хмаркою створює для вільних електронів на межі метал-вакуум потенціальний бар'єр з різницею потенціалів  $U_0$ .

Без спеціальних заходів щодо збільшення кінетичної енергії вільних електронів до значення, при якому можливе подолання потенціального бар'єру, електронна емісія настільки слабка, що використати її практично не можна.

Електрон може подолати потенціальний бар'єр і вийти з металу, якщо йому надати енергію яка дорівнює роботі, що витрачається на переміщення електрона крізь поверхневий шар на межі металу з вакуумом.

Значення цієї роботи, яке дорівнює добутку заряду електрона  $e$  і напруги  $U_0$ , називається роботою виходу ( мал.10.б.):

$$A_0 = e \cdot U_0 \quad (21)$$

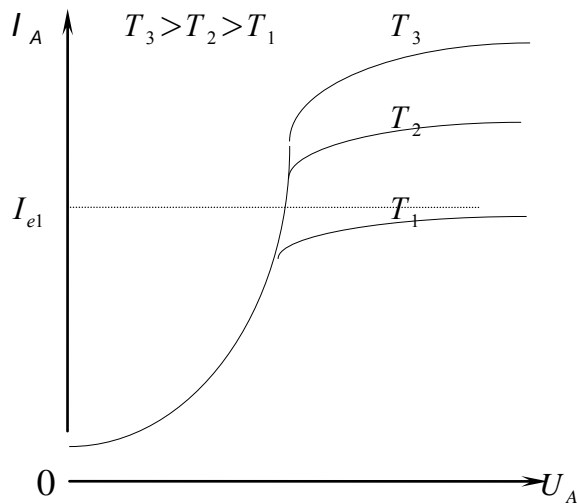
Одним із способів збільшення електронної емісії є нагрівання металів. В цьому випадку емісія електронів називається термоелектронною.

В електронній лампі джерелом електронів(емітером) є катод, нагрітий до певної температури; наприклад, робоча температура катоду з вольфраму сягає  $2250...2550^{\circ}C$ .

Електрони, що перейшли з катоду у вакуум, під дією електричного поля прямують на анод. За таких умов проміжок між електродами електронної лампи є провідним, а в колі (мал.10.а.) встановиться електричний струм, який називається анодним ( $I_A$ ).

Сила анодного струму залежить в основному від температури катоду  $T$  і напруги між електродами  $U_A$ .

Ці залежності, які названо вольт-амперними (анодними) характеристиками показано на малюнку 11.



Із зростанням напруги  $U_A$  струм спочатку повільно, а потім різко зростає, що пояснюється збільшенням швидкості руху електронів до аноду. При певному значенні  $U_A$  і температурі катода  $T_1$  анодний струм досягає струму  $I_{e1}$  коли всі електрони, що залишили катод, досягають анода /похила ділянка анодної характеристики./

Мал.11. Вольт-амперні характеристики діоду.

Якщо потенціал катода вищий від потенціалу аноду ( $U_A < 0$ ), то струм у колі практично рівний нулю; електричне поле напрямлене від катода до анода; електрони, які вилетіли з катода, не можуть досягти анода, оскільки під дією поля повертаються на катод. Ця властивість використовується для випрямлення змінного струму і така лампа називається діодом.

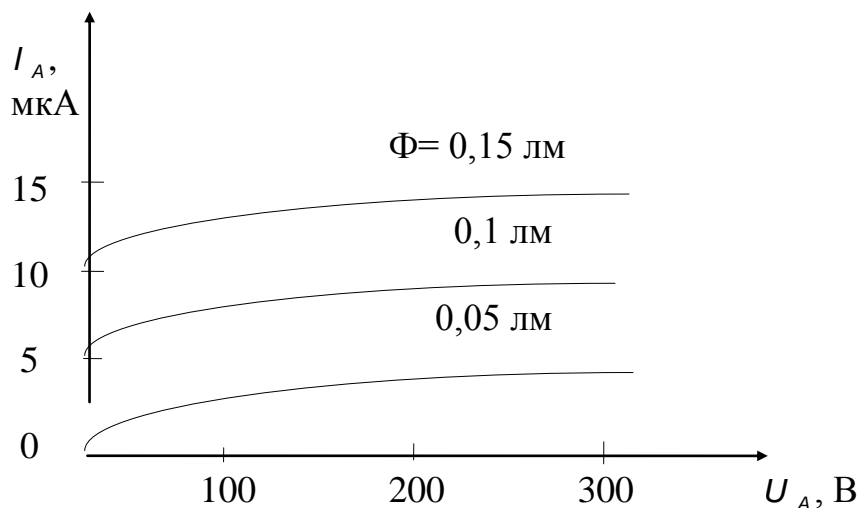
Крім двохелектродної лампи в радіоелектроніці широко приміняються три- і багатовелектродні лампи, які теж мають нелінійні вольтамперні характеристики.

Енергія необхідна для подолання потенціального бар'єру, може бути передана електронам випромінюванням (видиме світле, ультрафіолетові й інфрочервоні промені та інші випромінювання).

Явище виходу електронів з металу під дією променистої енергії називається фотоелектронною емісією.

Як емітер фотоелектронних катодів, використовуються лужно-земельні елементи. Фотокатоли використовуються в електронних приладах, які реагують на випромінювання; ці прилади називаються фотоелементами.

Якщо анод має позитивний потенціал відносно катода, то в електричному колі, що містить фотоелемент встановиться фотострум, який залежить від інтенсивності освітлення, довжини хвиль випромінювання і напруги між катодом і анодом.



Мал.12. Вольтамперна характеристика вакуумного фотоелементу з сурм'яно-цезієвим фотокатодом.

Енергію електронів можна підвищити бомбардуванням поверхні провідника потоком електронів, що швидко рухаються і називаються первинними. Електрони що залишили провідник внаслідок бомбардування його первинними електронами, називаються вторинними, а саме явище виходу електронів — вторинною електронною емісією.

Електрони з провідника можна “вирвати” дією сильного електричного поля (напруженність порядку  $10^6$  В/м). Така емісія називається автоелектронною, або холодною. В приладах, що працюють за принципом холодної емісії, найчастіше використовується ртутний катод.

2) Гази є діелектриками, якщо перебувають у звичайних фізичних умовах. В цьому випадку вони складаються в основному з нейтральних атомів та молекул, а заряджені частинки (електрони, іони) є в незначній кількості і не можуть створити помітний струм.

Проте з нейтральних молекул і атомів можуть утворюватись заряджені частинки-іони, якщо внаслідок будь-яких причин, кількість електронів у них збільшиться; цей процес називається іонізацією.

Іонізація відбувається під дією космічних променів, рентгенівського і ультрафіолетового випромінювання, високої температури, електричного поля.

Електропровідність газу яка виникає внаслідок зовнішньої іонізації називається несамостійною.

Найбільше значення має іонізація газів яка спричиняється зіткненням їх з електронами, які швидко рухаються.

Процес утворення іонів при зіткненні нейтральних атомів і молекул з електронами, що швидко рухаються, називається ударною іонізацією.

В іонізованому стані газ є провідником.

Електропровідність газів підтримувана завдяки ударній іонізації дією зовнішнього електричного поля, називається самостійним розрядом.

Розрізняють кілька видів самостійних розрядів: тихий, тліючий, іскровий, дуговий.

Тихий розряд, виникає при відносно великих тисках (наприклад, атмосферному), коли поле в розрядному проміжку між електродами дуже нерівномірне через малий радіус кривизни електродів. Тихий розряд спостерігається біля електродів у тих місцях де напруженість поля досягає деякого значення, яке називається критичним для цього газу й супроводиться свіченням — “короною” (приклад — високовольтні лінії електропередач).

Тліючий розряд виникає при низьких тисках, наприклад у довгій скляній трубці, якщо між електродами прикласти напругу у кілька сотень вольт. Різні гази дають свічення різного кольору. Завдяки цьому тліючий розряд використовується в декоративних цілях.

Іскровий розряд виникає між холодними електродами при великому внутрішньому опорі джерела живлення. Іонізація газу яка почалася під дією електричного поля; набуває лавиноподібного характеру, внаслідок чого газовий проміжок стає провідним і між електродами проскакує іскра, при цьому різко зменшується опір газового проміжку. За відстанню між електродами, при якій виникає пробій повітря можна робити висновок про значення напруги між електродами. На цьому принципі ґрунтується вимірювання дуже високих напруг, для чого застосовуються кульові розрядники.

Дуговий розряд. При великій потужності джерела живлення іскровий розряд може перетворитись на дуговий, більш стійкий самостійний розряд в газі при атмосферному або підвищеному тиску.

Характерною особливістю дугового розряду є те, що він супроводиться сліпучим свіченням і сильним нагріванням електродів (до  $3000^{\circ}\text{C}$  і більше).

Світлова дія електричної дуги використовується для спеціального освітлення (прожектори, проєкційні апарати), а тепла — для зварювання і плавлення металів.

Електрична дуга виникає при вимиканні електричних апаратів. Це явище небажане, оскільки тепла дія дуги руйнує контакти вимикальних апаратів (рубильників, контакторів, вимикачів). Тому доводиться вживати спеціальних заходів для гасіння дуги, що приводить до збільшення їх розмірів, ускладнення їх конструкцій та збільшення їх вартості.

У техніці широко застосовуються газорозрядні прилади, в яких провідність газового проміжку зумовлена зарядженими частинками, добутими як за рахунок електронної емісії розжареного катода, так і іонізації газів або пари. До таких приладів належить газотрони, тиратрони, ртутні випрямлячі та інші.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №8

### ТЕМА: ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ У НАПІВПРОВІДНИКАХ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про основні характеристики електричного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Явище в контакті двох металів.
2. Електронно-дірковий перехід при зворотній напрузі.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Пояснити явище в контакті двох металів.
2. Пояснити процеси в електронно-дірковому переході при зворотній напрузі

1) Напівпровідники займають проміжне місце між провідниками та діелектриками. До напівпровідників належать хімічні елементи германій, кремній, телур і інші.

Концентрація вільних електронів у напівпровідниках у тисячі і мільйони разів менша ніж у металах, цим пояснюється низька електропровідність напівпровідників порівняно із металами.

Із зростанням температури провідність напівпровідників на відміну металів, зростає, це пов'язано з тим, що із зростанням температури у напівпровіднику збільшується кількість вільних електронів.

У напівпровідниках, так само їх і в металах, електричний струм утворюється електронами. Проте при розгляді провідності напівпровідників вважають, що в них є два носії заряду: електрони та дірки.

Якщо деякий електрон дістає ззовні енергію достатню, щоб розірвати парно-електронний зв'язок між атомами, то він стає вільний. Вивільнене електроном місце в міжатомному електронному зв'язку називають діркою, причому відсутність електрона рівнозначна наявності в цьому місці такого самого за значенням позитивного заряду. На це не зайняте місце може перейти інший електрон, який розірвав зв'язок з атомом і утворив нову дірку.

Рух вільних електронів зумовлює електронну провідність (типу **n**), а рух дірок — діркову (типу **p**). Швидкість електронів значно перевищує швидкість руху дірок, тому електропровідність більшості чистих напівпровідників є в основному електронною.

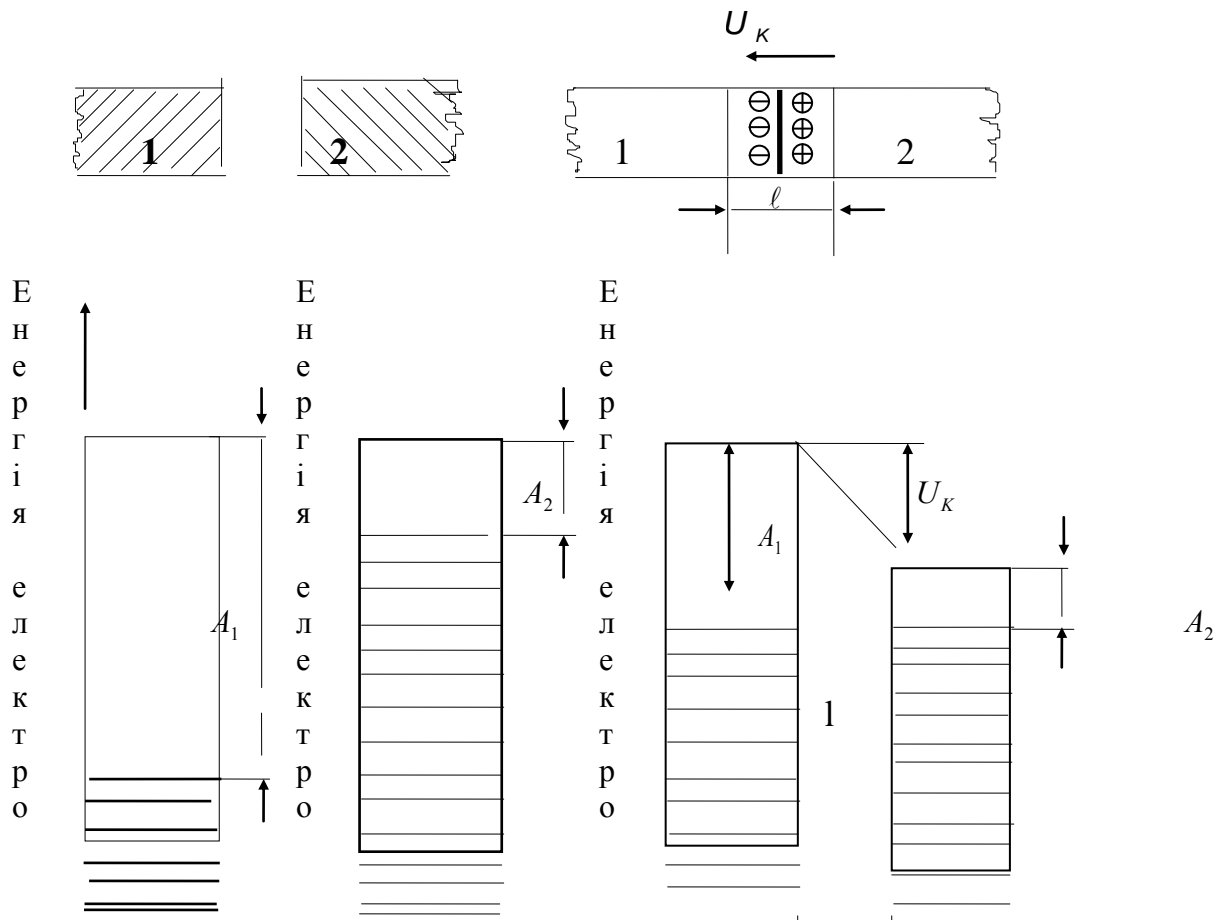
Для того щоб збільшити провідність напівпровідника і надати їй чітко вираженого характеру типу **n** або **p**, до надчистого напівпровідника додають дуже малу кількість домішки ( $10^{-6} \dots 10^{-5} \%$ ).

Розрізняють два види домішок. До першого виду належать хімічні елементи з більшою валентністю, а до другого — елементи з меншою валентністю, ніж валентність напівпровідника.

В першому випадку електропровідність, напівпровідника з домішками буде електронною (типу **n**), у другому — дірковою (типу **p**).

Велике значення для практики мають явища в контакті двох металів, а також напівпровідників, з яких один має електронну а інший діркову провідність.

Розглянемо контакт двох металів 1 і 2 які мають різні значення роботи виходу електронів ( мал.13.)



Мал.13. Визначення контактної різниці потенціалів на діаграмі.

Метал 2 має меншу роботу виходу, тобто верхній рівень енергії електронів у того вищий, ніж у металу 1. Маючи більшу енергію, електрони можуть залишити метал 2, при встановленні контакту ці електрони починають переходити з металу 2 в метал 1, причому цей процес здійснюється за рахунок електронів з більш високим рівнем енергії. в результаті енергетичний рівень електронів у металі 2 зміщується, а у металі 1 підвищується; в металі 2 створюється надлишок позитивного заряду, а в металі 1 — надлишок негативного заряду.

Вирівнювання енергетичних рівнів, що відбувається на границі металів, супроводжується появою контактної різниці потенціалів  $U_k$ , в пограничному шарі товщиною  $l$ .

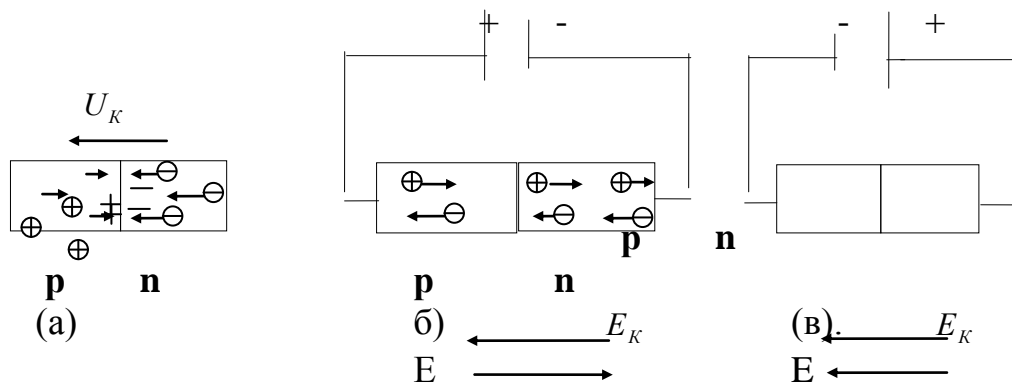
Значення контактної різниці потенціалів пропорційне різниці робіт виходу:

Згідно з формулою (21)

$$U_k = \frac{A_1 - A_2}{e} \quad (22)$$

Електричне поле, яке утворюється внаслідок дифузії електронів з одного металу в інший, заважає рухові електронів крізь контакт. З переходом електронів збільшується різниця потенціалів  $U_k$  і підсилюється електричне поле, яке протидіє рухові електронів. Процес закінчується, коли досягається рівновага, при якій сили електричного поля дорівнюють стороннім силам, що викликають дифузію електронів. Контактна різниця потенціалів набуває усталеного значення, утворюючи для електронів певний потенціальний бар'єр.

Розглянемо контакт двох напівпровідників з різними провідностями електронною ( $n$ ) та дірковою ( $p$ ). (мал. 14).



Мал.14. Контакт двох напівпровідників з різними видами електропровідності.

В результаті контакту електрони з  $n$ -напівпровідника переходять в  $p$ -напівпровідник, а в зворотньому напрямку переходять дірки. В приконтактних шарах напівпровідників створюється надлишкові заряди різних знаків:  $p$ -напівпровідник набуває негативного, а  $n$ -напівпровідник позитивного заряду.

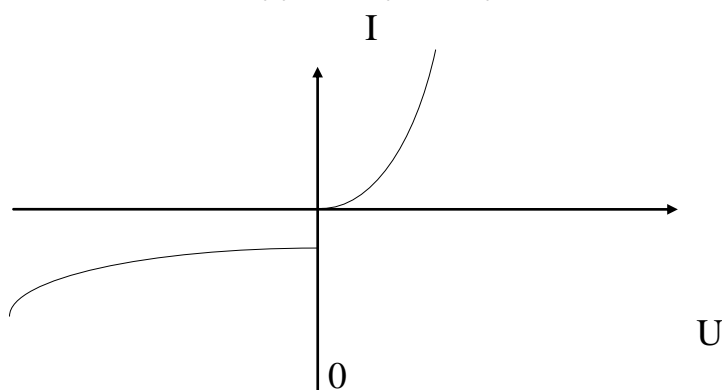
Електричне поле на межі створює потенціальний бар'єр  $U_k$ , який перешкоджає дальшому переміщенню електронів і дірок. Завдяки наявності контактної різниці

потенціалів електронно-дірковий перехід має одnobічну провідність, тобто вентильні властивості.

Припустимо, що до напівпровідників підведемо напругу від стороннього джерела живлення, ( мал.14.б) плюсом до **p**-напівпровідника, внаслідок чого на межі напівпровідників створюється електричне поле  $E$ , електричне поле  $E_K$  - створене внаслідок дифузії буде слабшати під дією джерела, потенціальний бар'єр буде зменшуватись. При деякому значенні напруги потенціальний бар'єр зникне, тоді протидія зарядженим частинкам буде визначатись тільки активним опором напівпровідника.

Якщо змінити полярність прикладеної напруги (мал.14.в), то електричне поле в **n-p** переході підсилюється, потенціальний бар'єр збільшується, опір носіям електричних зарядів збільшується.

Напівпровідник з електронно-дірковим переходом за своїми вентильними властивостями аналогічний вакуумному діоду і його називають напівпровідниковим діодом.



Мал.15. Вольт-амперна характеристика напівпровідникового діода.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №9

**ТЕМА: ЕЛЕМЕНТИ І СХЕМИ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ. ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ**

**МЕТА: оволодіти знаннями про елементи електричного кола**

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Перетворення хімічної енергії в електричну.
2. Перетворення теплової енергії в електричну.
3. Перетворення променевої енергії в електричну.

**Література:**

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

1. Що таке електрорушійна сила?
2. Режими розрядки акумулятора.
3. Що таке електрична потужність?

2) Фізичні процеси добування електричної енергії розрізняють залежно від виду перетворюваної енергії. Основна відмінність полягає в природі сил, які розділяють позитивний і негативний заряди в речовині.

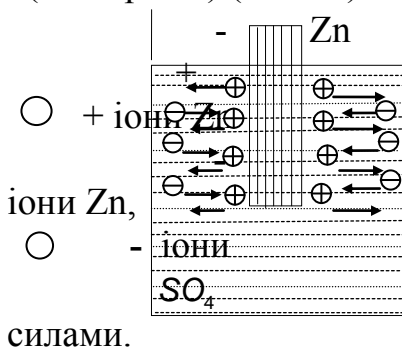
Внаслідок дії сторонніх сил в джерелі електричної енергії відбувається поділ електричних зарядів і утворюється електрорушійна сила (Е.р.с.).

Розглянемо приклади перетворення хімічної, теплової, променистої енергії на електричну.

Перетворення хімічної енергії на електричну.

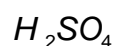
Електрохімічними джерелами електричної енергії є гальванічні елементи, акумулятори, паливні елементи.

Розглянемо цинкову пластинку, опущену у водний розчин сірчаної кислоти (електроліт) (мал.18).



Цинк розчиняється в електроліті, причому в розчин переходять позитивно заряджені

розчин заряджається позитивно, а цинк негативно. Розчинення цинку зумовлюється хімічними



Мал. 18. Цинкова пластинка в розчині сірчаної кислоти.

В області контакту цинк-розчин виникає електричне поле, напрямлене від розчину до цинку.

З розчиненням цинку зростає заряд, а разом і з ним напруженість електричного поля. Це електричне поле протидіє переходові іонів  $Zn$  в розчин, тому на певній стадії розчинення цинку припиняється.

Такий рівноважений стан відповідає рівності двох сил, що діють на іони  $Zn$ : хімічних, під дією яких цинк розчиняється, та електричних, що протидіють розчиненню.

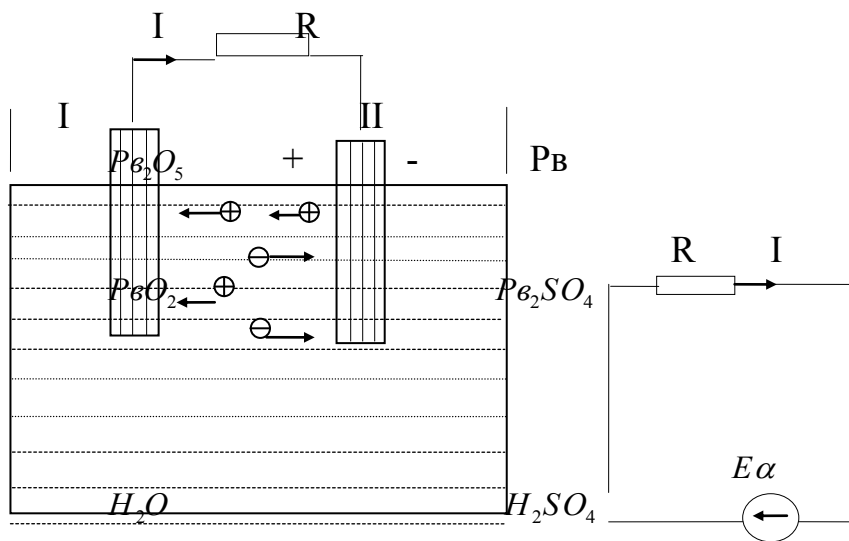
Розчинення цинку припиняється при деякій різниці потенціалів  $U_1$  між цинком та розчином.

Якщо в той самий розчин помістити пластинку з іншої речовини, то описаний процес матиме місце і в цьому випадку. Проте різниця потенціалів  $U_2$  може бути іншою величиною, більшою або меншою від  $U_1$ .

При з'єднанні пластинок I і II провідником, у замкненому колі діятиме е.р.с. хімічного елемента

$$E = U_1 - U_2 \quad \text{і виникне електричний струм.} \quad (23)$$

За таким принципом утворюється е.р.с. гальванічного елемента й акумулятора (мал.19.)



Мал.19. Режим розрядження свинцевого акумулятора.

В цьому випадку е.р.с. створюється і підтримується при роботі хімічного елемента хімічними силами, отже можна говорити про перетворення хімічної енергії в електричну.

Застосування гальванічних елементів обмежено — за одиницю часу вони можуть дати незначну кількість електроенергії, а термін роботи їх невеликий і закінчується, коли активна речовина електродів буде витрачена.

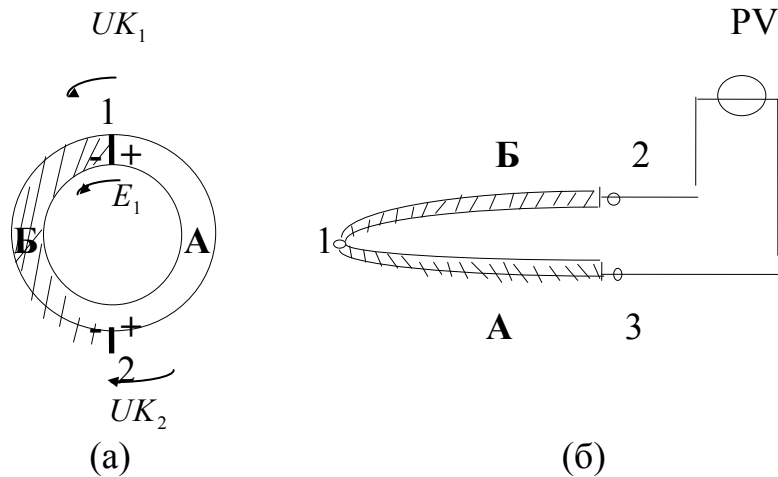
Значно ширше застосовуються акумулятори, електрохімічні процеси яких зворотні, це дає змогу багато разів заряджати та розряджати акумулятори.

Перетворення теплової енергії на електричну.

Безпосереднє перетворення теплової енергії на електричну можна здійснити використовуючи явище в контактї двох металів або напівпровідників де діють сторонні сили, якими зумовлена дифузія заряджених частинок.

Значення контактної різниці потенціалів залежить не тільки від властивостей контактуючих матеріалів, а й від температури контакту, оскільки з температурою пов'язана енергія вільних електронів та їхня концентрація.

Розглянемо замкнуте коло з двох різних матеріалів (мал.20)



Мал. 20. Утворення термо- е.р.с.

При однаковій температурі контактів 1 і 2 електричний струм у колі не виникає, оскільки контактні різниці потенціалів, які визначаються формулою  $(U_{1,2} = (A_1 - A_2) / \ell)$ , в обох контактах однакові, але напрямлені в протилежні сторони по колу тобто:

$$U_{K1} - U_{K2} = \frac{A_1 - A_2 + A_2 - A_1}{\ell} = 0 \quad (24)$$

Якщо один з контактів, наприклад 1, нагріти ( $t_2 > t_1$ ), то рівновага порушиться і в контактї 1 з'явиться додатковий стрибок потенціалу, пов'язаний з нагріванням. При цьому  $U_{K1} > U_{K2}$ , в колі утвориться термоелектрорушійна сила (термо-е.р.с.), абсолютне значення якої пропорційне різниці температур контактів:

$$E_T = U_{K1} - U_{K2} = E_0(t_1 - t_2) \quad (25)$$

де  $E_0$  – величина, яка залежить від контактуючих матеріалів.

Концентрація електронів в контактуючих металах дуже велика і при переході з одного металу в інший змінюється дуже мало. В зв'язку з цим контактна різниця потенціалів незначна і мало залежить від температури. Тому металеві термоелементи мають дуже малі термо-е.р.с. та к.к.д і застосовуються для вимірювання температур (мал.20.б)

На відміну від металів у напівпровідниках при збільшені температури дуже збільшується концентрація вільних електронів і дірок. Ця властивість напівпровідників має змогу дістати більш високі термо-е.р.с. і к.к.д. термоелементів.

Перетворення променистої енергії на електричну.

Концентрація і енергія вільних полів заряду в напівпровідниках може збільшуватися не тільки при нагріванні, а й під дією променистої енергії (світло, інфрачервоне випромінювання).

Провідність напівпровідників, зумовлена дією на них променистої енергії, називається фотопровідністю (внутрішнім фотоефектом).

На явищі фотопровідності ґрунтується дія групи електронних пристроїв, які називаються фотоопорами.

Освітлення контакту напівпровідників призводить до зменшення потенціального бар'єру в контакті і встановлюється новий стан рівноваги при меншому його значенні, яке дорівнює  $U_{k.c}$ .

Різниця потенціальних бар'єрів у контакті напівпровідників у неосвітленому та освітленому станах називається фотоелектронною рушійною силою (фото-е.р.с.)

$$E_c = U_K - U_{KC} \quad (26)$$

Фото-ерс тим більша, чим інтенсивніше освітлення напівпровідника. Фотоелектричні генератори призначені для прямого перетворення сонячної енергії на електричну і застосовуються в космічній техніці.

Виникнення е.р.с.  $E$  в усіх випадках пов'язане з роботою сторонніх сил по переміщенню заряджених частинок, тобто

$$E = \frac{A_{CT}}{Q} \quad (27)$$

Одиниця вимірювання ерс є вольт так само як і напруги.

Додатній напрям ерс збігається з напрямом в якому сторонні сили діють на частинки з позитивним зарядом, це відповідає і додатньому напрямку струму у колі.

Робота сторонніх сил  $A_{CT}$  дорівнює енергії, яку віддає джерело живлення у зовнішнє коло. Ця енергія називається електричною енергією джерела

$$W_{дж} = A_{CT} = E \cdot Q \quad (28)$$

Заряд  $Q$  виразим через струм в джерелі

$$I = \frac{Q}{t}; \quad Q = I \cdot t, \text{ отримаємо}$$

$$\boxed{W_{дж} = E \cdot I \cdot t} \quad (29)$$

Значення енергії, що виробляється за одиницю часу, називається потужністю джерела:

$$P_{дж} = \frac{W_{дж}}{t} = \frac{EI \cdot t}{t} = E \cdot I$$

$$\boxed{P_{дж} = E \cdot I} \quad (30)$$

Одиниця енергії — джоуль [Дж]; одиниця потужності:

$$[P] = \left[ \frac{W}{t} \right] = \frac{\text{Джоуль}}{\text{секунда}} = \text{Ват} [\text{Вт}]$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №10

### ТЕМА: ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ В ДРУГІ ВИДИ ЕНЕРГІЇ. РЕЖИМИ РОБОТИ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про елементи електричного кола

#### Питання, що виносяться на самостійне вивчення.

1. Перетворення електричної енергії в хімічну.
2. Перетворення електричної енергії в теплову.
3. Перетворення електричної енергії в променеву.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Що таке пасивні елементи електричних кіл?
2. Що таке активні елементи електричних кіл?
3. Що таке гілка та вузол електричної схеми?

1) В електричному колі електрична енергія одночасно утворюється в джерелі і перетворюється в інший вид енергії в приймачі.

Розглянемо принципи перетворення електричної енергії на теплову, світлову і хімічну.

Перетворення електричної енергії на теплову.

При проходженні електричного струму через провідник, внаслідок чинення провідником опору, він нагрівається.

Припустимо, що в провіднику, який має на кінцях різницю потенціалів  $U$ , заряд переміщених частинок рівний  $Q = I \cdot t$ .

Енергія електричного поля, витрачена на переміщення заряджених частинок, згідно з формулою

$$U = \frac{A}{Q}; \quad W_{\ell} = A = QU = UI \cdot t$$

Робота електричного поля витрачається на нагрівання провідника, тому енергію  $W_{\ell}$  можна вважати такою, що дорівнює тепловій енергії приймача, тобто

$$\boxed{W_{\text{пр}} = W_{\ell} = UI \cdot t} \quad (31)$$

Згідно із законом Ома

$$U = I \cdot R, \text{ тоді}$$

$$\boxed{W_{\text{пр}} = I^2 \cdot R \cdot t} \text{ – Закон Джоуля-Ленца} \quad (32)$$

Кількість електричної енергії що перетворюється в провіднику на тепло пропорційна квадрату струму, опору і часу протікання струму.

Кількість електричної енергії що перетворюється в провіднику на теплову за одиницю часу, називається потужністю приймача.

$$P = U \cdot I \quad [Вт] \quad (33)$$

$$P = I^2 \cdot R \quad [Вт] \quad (34)$$

Перетворення електричної енергії на світлову.

Принципи перетворення електричної енергії на теплову, покладено в основу роботи електричних ламп розжарювання.

Нитка лампи, виготовлена із тугоплавкого металу (вольфрам), нагрівається при електричному струмі в ній до температури порядку  $3000^{\circ}\text{C}$ .

При високій температурі нитки лампи частина енергії випромінюється у вигляді світлової енергії, яка в загальному потоці енергії, випромінюється лампою, становить менше як 10%.

Перетворення електричної енергії в хімічну.

Акумулятор при зарядженні або електролітична ванна є приймачами електроенергії.

Переміщення заряджених частинок при зарядженні акумулятора здійснюється внаслідок дій електричного поля, яке створюється стороннім джерелом живлення.

Енергія, що витрачається на зарядження:

$$W_{\text{пр}} = E_{\alpha} \cdot Q = E_{\alpha} \cdot I \cdot t \quad [Дж]: \quad (35)$$

потужність споживача становить

$$P_{\text{пр}} = \frac{E_{\alpha} \cdot I \cdot t}{t} = E_{\alpha} \cdot I \quad [Вт] \quad (36)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №11

### ТЕМА: ЗАКОНИ КІРХГОФА

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методи розрахунку електричних кіл

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Перший закон Кірхгофа.
2. Другий закон Кірхгофа.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Методика складання рівнянь по першому закону Кірхгофа.
2. Методика складання рівнянь по другому закону Кірхгофа.

1) Основна мета розрахунку електричного кола полягає у визначенні струмів в його вітках. Знаючи струм, можна знайти напруги та потужності окремих віток.

Для розрахунку електричних кіл поряд із законом Ома застосовується два закони Кірхгофа.

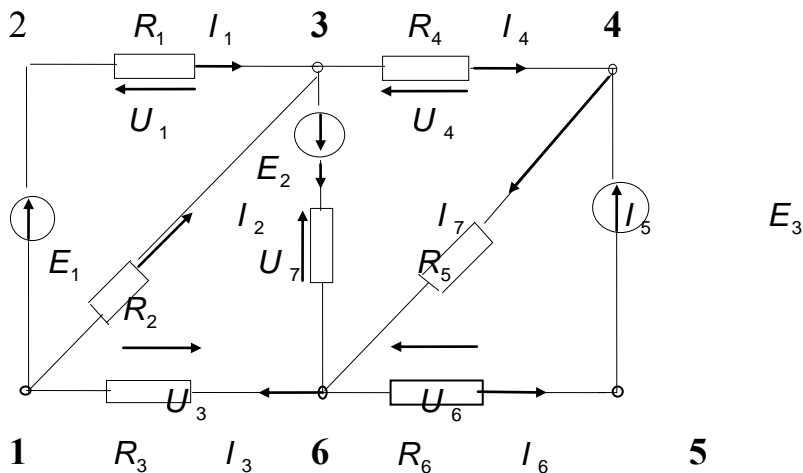
Перше правило Кірхгофа застосовується для вузлів електричного кола.

У вітках, які утворюють вузол електричного кола, алгебраїчна сума струмів дорівнює нулю.

$$\Sigma I = 0$$

(50)

Розглянемо електричну схему:



Мал. 25. Схема електричного кола.

Розглянемо наприклад, вузол 3. Складемо рівняння для даного вузла за першим законом Кірхгофа:

Струми які напрямлені до вузла беремо із знаком (+), а струми які напрямлені від вузла — із знаком (-).

Отримаємо:

$$I_1 + I_2 - I_4 - I_7 = 0$$

Перепишемо дане рівняння:

$$I_1 + I_2 = I_4 + I_7$$

Дане рівняння дає змогу дати інше формулювання першого закону Кірхгофа:

Сума струмів напрямлених до вузла електричного кола, дорівнює сумі струмів напрямлених від цього вузла.

2) Друге правило Кірхгофа застосовується до контурів електричних кіл:

У контурі електричного кола алгебраїчна сума напруг і ерс рівна нулю.

$$\Sigma U + \Sigma E = 0$$

(51)

Для доведення другого правила Кірхгофа обійдемо контур 1-2-3-4-5-6-1 на схемі (мал.25) за годинковою стрілкою і запишемо вираз потенціалів точок контура при зазначених струмах у вітках.

Обхід почнемо від точки 1, потенціал якої позначимо  $\varphi_1$ . Потенціал кожної наступної точки подамо відносно попередньої точки.

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \varphi_1 + E_1 & \varphi_1 + E_1 - \varphi_6 + I_3 \cdot R_3 + \varphi_2 - I_1 \cdot R_1 - \varphi_1 - E_1 + \varphi_3 - \\ \varphi_3 &= \varphi_2 - I_1 \cdot R_1 & - I_4 \cdot R_4 - \varphi_2 + I_1 \cdot R_1 + \varphi_4 - E_3 - \varphi_3 + I_4 \cdot R_4 + \varphi_5 + \\ \varphi_4 &= \varphi_3 - I_4 \cdot R_4 & + I_6 \cdot R_6 - \varphi_4 + E_3 + \varphi_6 - I_3 \cdot R_3 - \varphi_5 - I_6 \cdot R_6 = 0 \\ \varphi_5 &= \varphi_4 - E_3 & \Delta \varphi_1 = E_1; \Delta \varphi_2 = -I_1 \cdot R_1; \Delta \varphi_3 = -I_4 \cdot R_4; & (52) \\ \varphi_6 &= \varphi_5 + I_6 \cdot R_6 & \Delta \varphi_4 = -E_3; \Delta \varphi_5 = I_6 \cdot R_6; \Delta \varphi_6 = -I_3 \cdot R_3 \end{aligned}$$

$$\varphi_1 = \varphi_6 - I_3 \cdot R_3 \quad E_1 - I_1 \cdot R_1 - I_4 \cdot R_4 - E_3 + I_6 \cdot R_6 - I_3 \cdot R_3 = 0 \quad (53)$$

Сумарна зміна потенціалу по вибраному контуру повинна дорівнювати нулю, оскільки вона виражає роботу, витрачену на переміщення заряджених частинок по замкненому шляху.

В даному рівнянні:

$I_1 \cdot R_1 = U_1; I_4 \cdot R_4 = U_4; I_6 \cdot R_6 = U_6; I_3 \cdot R_3 = U_3$  – напруги (спади напруг) на елементах кола, їх напрямок завжди протилежний напрямку струмів в цих елементах.

Правила знаків:

1) Якщо напрямок обходу контура співпадає з напрямком дії джерела е.р.с, то вони беруться із знаком + , якщо ні, то — -.

2) Якщо напрямок обходу контура співпадає з напрямком спаду напруги на елементах кола, то вони беруться із знаком + , якщо ні — то із знаком - .

Перепишемо рівняння (52) в іншому вигляді:

$$E_1 - E_3 = I_1 \cdot R_1 + I_4 \cdot R_4 - I_6 \cdot R_6 + I_3 \cdot R_3 = 0 \quad (54)$$

Дане рівняння дає змогу сформулювати другий закон Кірхгофа в іншій інтерпретації:

У контурі електричного кола алгебраїчна сума е.р.с. рівна сумі спадів напруг на елементах( опорах) цього кола.

Правило знаків.

1) Якщо напрям обходу контура співпадає з напрямком від джерела е.р.с. то вони беруться із знаком + , якщо ні — то із знаком -.

2) Якщо напрямок обходу контура співпадає із напрямком струму у вітці, то спад напруги цієї вітки береться із знаком + , якщо ні — то із знаком -.

Розглянемо контур 1-2-3-6-1. Обійдемо контур за годинковою стрілкою. Складемо рівняння для цього контура за другим законом Кірхгофа:

$$E_1 - I_1 \cdot R_1 + E_2 - I_7 \cdot R_7 - I_3 \cdot R_3 = 0, \quad \text{або}$$

$$E_1 + E_2 = I_1 \cdot R_1 + I_7 \cdot R_7 + I_3 \cdot R_3 = 0$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №12

**ТЕМА: НЕРОЗГАЛУЖЕНЕ І РОЗГАЛУЖЕНЕ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА.  
РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ МЕТОДОМ ЕКВІВАЛЕНТНИХ ОПОРІВ**

**МЕТА: оволодіти знаннями про методи розрахунку електричних кіл**

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Нерозгалужене електричне коло.
2. Розгалужене електричне коло з двома вузлами .

## Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

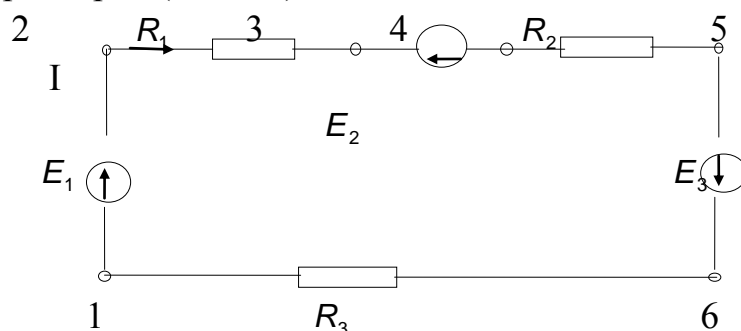
### Питання для самоконтролю.

1. Послідовне з'єднання пасивних елементів.
2. Послідовне з'єднання активних елементів.
4. Паралельне з'єднання пасивних елементів.
5. Паралельне з'єднання активних елементів.

В нерозгалуженому електричному колі елементи з'єднані між собою послідовно.

Відмінною особливістю послідовного з'єднання є те, що електричний струм на всіх ділянках кола той самий.

Розглянемо загальний випадок послідовного з'єднання джерел і приймачів електроенергії (мал. 26).



Мал. 26. Схема нерозгалуженого електричного кола.

Складемо рівняння за другим правилом Кірхгофа, довільно взявши напрям струму у колі і напрям обходу контура (наприклад за годинковою стрілкою).

$$I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 = E_1 - E_2 + E_3 \quad (55)$$

Тоді струм у колі:

$$I(R_1 + R_2 + R_3) = E_1 - E_2 + E_3$$

$$I = \frac{E_1 - E_2 + E_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (56)$$

Струм у колі визначається дією всіх трьох е.р.с. і при заданих напрямках ерс та струму неважко встановити, що елементи з е.р.с.  $E_1$  і  $E_3$  виробляють електричну енергію, а елемент з е.р.с.  $E_2$  споживає. Якщо джерела е.р.с. рахувати акумуляторами, то джерела  $E_1$  і  $E_3$  розряджаються, а джерело е.р.с.  $E_2$  — заряджається.

В елементах електричного кола, які характеризуються опорами  $R_1, R_2, R_3$  електрична енергія перетворюється в теплову.

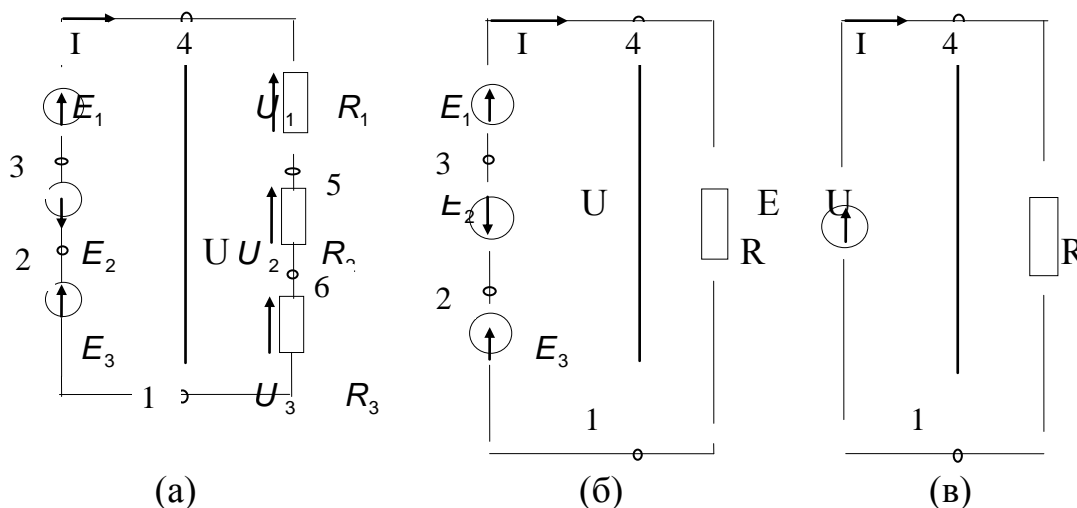
Домножимо ліву і праву частину рівняння (55) на  $I$ , отримаємо:

$$I^2 \cdot R_1 + I^2 \cdot R_2 + I^2 \cdot R_3 = E_1 \cdot I - E_2 \cdot I + E_3 \cdot I \quad (57)$$

Отримане рівняння являє собою рівняння балансу потужностей.

Тобто сума потужностей джерел ел.енергії рівна сумі потужностей приймачів електроенергії.

Струм у колі з послідовним з'єднанням елементів не зміниться і баланс потужностей збережеться, якщо зробити перестановку елементів кола згрупувавши опори як показано на малюнку 27.



Мал. 27. Перетворення схеми нерозгалуженого електричного кола.

Ділянка кола 4-5-6-1 являє собою послідовне з'єднання пасивних елементів, наприклад резисторів.

На розглядуваній ділянці діє напруга  $U$ , яка дорівнює алгебраїчній сумі е.р.с. лівої частини схеми. Ця напруга також рівна сумі спадів напруг в правій частині схеми (див.55), тобто:

$$U = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 = U_1 + U_2 + U_3;$$

Отримаємо:

$$U = I(R_1 + R_2 + R_3), \quad \text{або} \quad \frac{U}{I} = R_1 + R_2 + R_3;$$

Відношення  $\frac{U}{I} = R$ , це деякий опір, еквівалентний за своєю дією всім трьом опорам:

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

Ця рівність дає змогу на ділянці 4-5-6-1 три опори замінити одним (еквівалентним і дістати схему 27.б) при умові збереження незмінного струму в колі та збереження того самого балансу потужностей. Цей висновок можна поширити на будь-яку кількість послідовно ввімкнених опорів:

$$R = \sum_{n=1}^n R_n \quad (58)$$

Тобто при послідовному з'єднанні опорів сумарний опір кола рівний сумі всіх опорів.

Ділянка кола (мал.27б) 1-2-3-4 являє собою послідовне з'єднання джерел е.р.с. Тоді напруга між точками 1-4:

$$U = E_1 - E_2 + E_3$$

Остання рівність дає змогу на ділянці 1-2-3-4 три е.р.с. замінити однією (еквівалентною).

$$E = E_1 - E_2 + E_3; \quad (59)$$

Дістанемо найпростішу схему (мал.27.в), в якій діє тільки одна е.р.с. E.

Цей висновок можна поширити на будь-яку кількість послідовно ввімкнених е.р.с. Якщо е.р.с. усіх джерел однакова і напрямлена в одному напрямку, як це має місце при з'єднанні акумуляторних елементів в батареї, то загальну ерс можна визначити формулою:

$$E = n \cdot E_n \quad (60)$$

де  $E_n$  — е.р.с. одного елемента;

n — кількість елементів в батареї.

Згідно із складеною еквівалентною схемою струм у колі:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E_1 - E_2 + E_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

В схемі поданій на (мал.26) при переході з точки 1 в точку 2 потенціал підвищується на величину  $E_1$ , а при переході від точки 2 до точки 3 — знижується на величину  $U_{2,3} = U_1 = I \cdot R_1$ . При переході з точки 3 до точки 4 потенціал знижується на величину  $E_2$  і т.д.

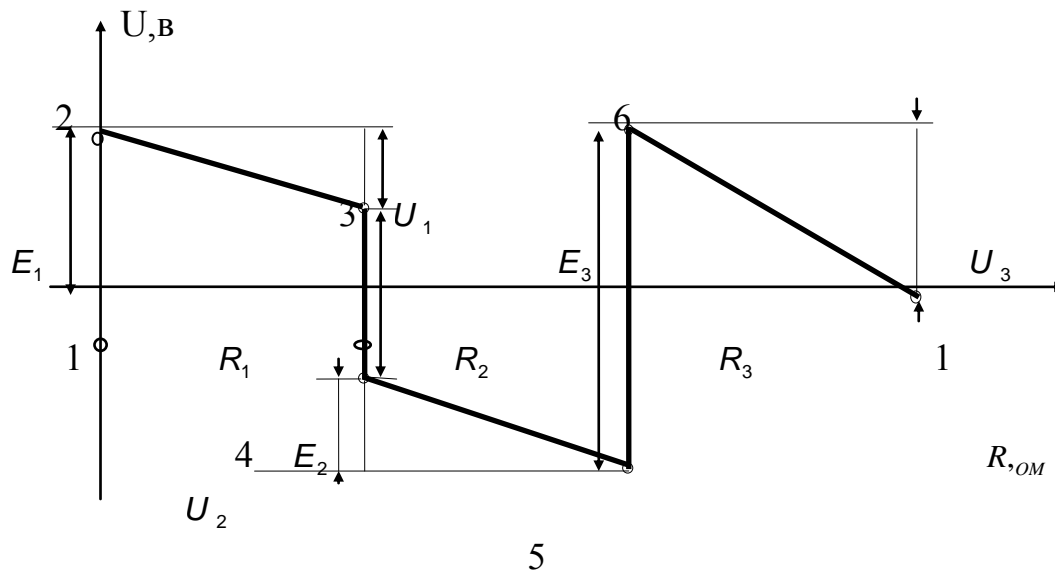
Зміну потенціалів в електричному колі можна наочно зобразити графічно у вигляді потенціальної діаграми.

Потенціальна діаграма — це графік зміни потенціалів при обході кола, побудований у прямокутній системі координат, на якій по осі абсцис відкладають у певному масштабі опори ділянок кола, а на осі ординат — потенціали відповідних точок.

Знайдемо потенціали точок, прийнявши потенціал точки, наприклад точки 1, рівним нулю:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 0; \varphi_2 = \varphi_1 + E_1 = E_1 \\ \varphi_3 &= \varphi_2 - I \cdot R_1 = E_1 - I \cdot R_1; \\ \varphi_4 &= \varphi_3 - E_2 = E_1 - I \cdot R_1 - E_2; \\ \varphi_5 &= \varphi_4 - I \cdot R_2 = E_1 - I \cdot R_1 - E_2 - I \cdot R_2 \\ \varphi_6 &= \varphi_5 + E_3 = E_1 - I \cdot R_1 - E_2 - I \cdot R_2 + E_3 \\ \varphi_1 &= \varphi_6 - I \cdot R_3 = E_1 - I \cdot R_1 - E_2 - I \cdot R_2 + E_3 - I \cdot R_3 = 0 \end{aligned}$$

Потенціальну діаграму показано мал. 28.



Мал.28. Потенціальна діаграма електричного кола.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №13

### ТЕМА: МЕТОД КОНТУРНИХ СТРУМІВ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методи розрахунку електричних кіл

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Контурні струми і ЕРС.
2. Власні і спільні опори контурів.

### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### **Питання для самоконтролю.**

1. Що таке контурні струми і ЕРС?
2. Що таке власні і спільні опори контурів?

1. Розрахунок електричних кіл методом вузлових та контурних рівнянь вимагає розв'язання великої кількості рівнянь, а саме  $m$ -рівнянь: кількість рівнянь можна скоротити до величини  $m - (n - 1)$  і тим самим спростити розрахунок, якщо ввести поняття контурних струмів.

Контурний струм це деяка розрахункова величина, однакова для всіх віток заданого контура.

Дійсний струм вітки визначається накладанням усіх контурних струмів які протікають по даній вітці, тобто він рівний алгебраїчній сумі контурних струмів тих контурів до яких входить дана вітка.

#### Порядок розрахунку:

- 1) Вибираємо напрямки струмів у вітках.
- 2) Вибираєм незалежні контури.
- 3) Складаємо контурні рівняння. По вітках в яких протікають кілька контурних струмів враховуються спади напруг від всіх контурних струмів. Причому якщо контурний струм сусіднього контура напрямлений в протилежну сторону ніж контурний струм розглядуваного контура то складова спаду напруги яку він створює береться з протилежним знаком, ніж складова яку створює контурний струм розглядуваного контура.
- 4) Рішаємо отриману систему рівнянь і знаходимо контурні струми.
- 5) Знаходимо струми віток.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №14

### ТЕМА: МЕТОД ВУЗЛОВИХ НАПРУГ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методи розрахунку електричних кіл

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Вузлові і загальні провідності.
2. Вузлова напруга.

#### Література:

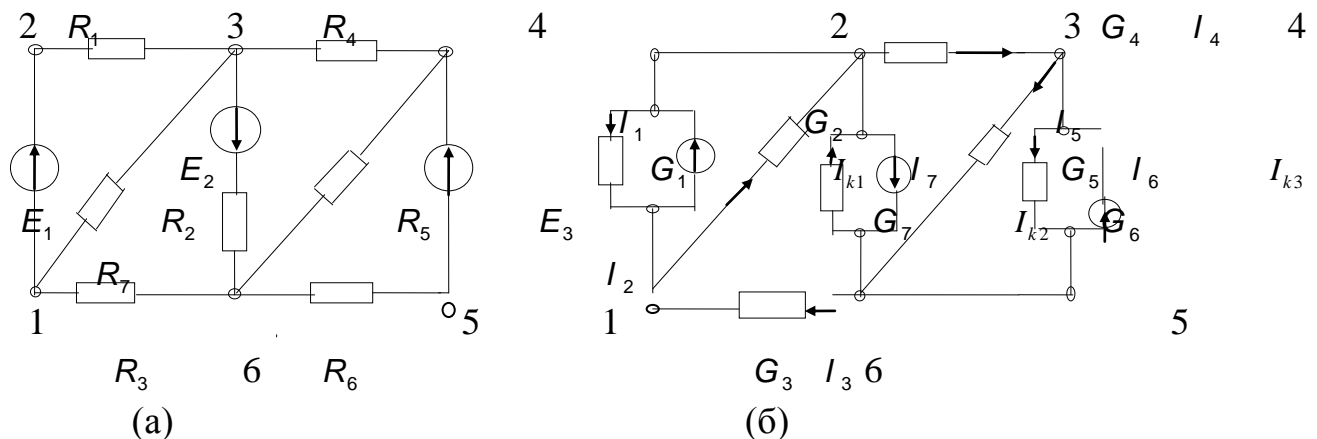
- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Як визначаються вузлові і загальні провідності?
2. Що таке вузлова напруга?

Метод вузлових напруг дає можливість зменшити кількість рівнянь у системі до значення  $n-1$ . Де  $n$  — кількість вузлів.

Розглянемо електричну схему (мал. 36).



Мал. 36. Схема розгалуженого електричного кола.

Замінімо джерела е.р.с. на джерела струму і отримаємо схему (мал. 36б).

Джерела енергії показані як джерела струму:

$$I_{k1} = E_1 \cdot G_1; \quad I_{k2} = E_2 \cdot G_7; \quad I_{k3} = E_3 \cdot G_6.$$

Внутрішні провідності взято такими що дорівнюють нулю.

Вважають, що один з вузлів базисний і його потенціал рівний нулю (наприклад  $\varphi_6 = 0$ ).

Вузловою напругою називається різниця потенціалів між розглядуваним вузлом та базисним.

В розглядуваній схемі вузлові напруги:

$$U_I = U_1 - \varphi_6 = \varphi_1; \quad U_{III} = \varphi_3 - \varphi_6 = \varphi_3; \quad U_{IV} = \varphi_4 - \varphi_6 = \varphi_4 \quad (87)$$

Подамо напруги віток через вузлові напруги.

Неважко помітити, що вузлова напруга чисельно дорівнює напрузі вітки, яку приєднано до базисного вузла:

$$U_3 = -U_I; U_5 = U_{IV}; U_7 = -U_{III}; U_6 = U_{IV} \quad (88)$$

Напруга вітки, не під'єднаної до базисного вузла, дорівнює різниці вузлових напруг тих вузлів до яких під'єднана дана вітка:

$$U_1 = \varphi_3 - \varphi_1 = U_{III} - U_I; U_2 = U_1 - \varphi_3 = U_I - U_{III} \quad (89)$$

$$U_4 = \varphi_3 - \varphi_4 = U_{III} - U_{IV}$$

За першим законом Кірхгофа складемо систему рівнянь для трьох незалежних вузлів (крім базисного) розглядуваної схеми:

$$\begin{aligned} \text{Для вузла 1:} \quad & -I_{k1} + I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ \text{Для вузла 3:} \quad & -I_{k2} + I_1 + I_2 - I_4 + I_{k1} - I_1 = 0 \\ \text{Для вузла 4:} \quad & I_{k3} - I_6 + I_4 - I_5 = 0 \end{aligned} \quad (90)$$

Перепишемо рівняння:

$$\begin{aligned} 1. \quad & I_1 - I_2 + I_3 = I_{k1} \\ 3. \quad & -I_1 + I_2 - I_4 + I_7 = -I_{k1} + I_{k2} \\ 4. \quad & I_4 - I_5 - I_6 = -I_{k3} \end{aligned} \quad (91)$$

Вузловим струмом називається алгебраїчна сума внутрішніх струмів джерел струму всіх віток під'єднаних до розглядуваного вузла.

Струми джерел струму, напрямлені до вузла, вважають додатними, а від вузла — від'ємними:

$$I_I = -I_{k1}; \quad I_{III} = I_{k1} - I_{k2}; \quad I_{IV} = I_{k3} \quad (92)$$

Якщо, до якогось вузла не під'єднано вітки з джерелами струмів, то його вузловий струм рівний нулю.

Подамо струми через напруги і провідності цих віток:

$$\begin{aligned} I_1 = U_1 \cdot G_1; \quad I_2 = U_2 \cdot G_2; \quad I_3 = U_3 \cdot G_3; \quad I_4 = U_4 \cdot G_4; \\ I_5 = U_5 \cdot G_5; \quad I_6 = U_6; \quad I_7 = U_7 \cdot G_7. \end{aligned} \quad (93)$$

Врахувавши (88) систему рівнянь (91) перепишемо так:

$$\begin{aligned} \text{Для вузла 1:} \quad & U_1 \cdot G_1 - U_2 \cdot G_2 + U_3 \cdot G_3 = I_{k1} \\ \text{Для вузла 2:} \quad & -U_1 \cdot G_1 + U_2 \cdot G_2 - U_4 \cdot G_4 + U_7 \cdot G_7 = -I_{k1} + I_{k2} \end{aligned} \quad (94)$$

$$3: \quad U_4 \cdot G_4 - U_5 \cdot G_5 - U_6 \cdot G_6 = -I_{k3} \quad \text{Для вузла}$$

$$\begin{cases} (U_{III} - U_I)G_1 - (U_I - U_{II}) \cdot G_2 + (-U_I) \cdot G_3 = -I_I \\ -(U_{III} - U_I) \cdot G_1 + (U_I - U_{III}) \cdot G_2 - (U_{III} - U_{IV}) \cdot G_4 + (-U_{III}) \cdot G_7 = -I_{III} \\ (U_{III} - U_{IV}) \cdot G_4 - U_{IV} \cdot G_5 - U_{IV} \cdot G_6 = -I_{IV} \end{cases} \quad (95)$$

$$\begin{cases} 1 \left\{ U_{III} \cdot G_1 - U_I \cdot G_1 - U_I \cdot G_2 + U_{III} \cdot G_2 - U_I \cdot G_3 = -I_I \right. \\ 3 \left\{ -U_{III} \cdot G_1 + U_I \cdot G_1 + U_I \cdot G_2 - U_{III} \cdot G_2 - U_{III} \cdot G_4 - U_{III} \cdot G_3 = -I_{III} \right. \\ 4 \left\{ U_{III} \cdot G_4 - U_{IV} \cdot G_4 - U_{IV} \cdot G_5 - U_{IV} \cdot G_6 = -I_{IV} \right. \end{cases} \quad (96)$$

$$\begin{cases} 1 \left\{ U_I(G_1 + G_2 + G_3) - U_{III}(G_1 + G_2) = I_I \right. \\ 3 \left\{ U_{III}(G_1 + G_2 + G_3 + G_4) - U_I(G_1 + G_2) - U_{IV} \cdot G_4 = I_{III} \right. \\ 4 \left\{ U_{IV}(G_4 + G_5 + G_6) - U_{III} \cdot G_4 = I_{IV} \right. \end{cases} \quad (97)$$

Вузловою провідністю називають сума провідностей усіх віток, приєднаних до розглядуваного вузла.

У системі рівнянь (97) вузлові провідності виражено так:

$$\begin{cases} \text{Для вузла 1. } \gamma_1 + G_2 + G_3 \\ \text{Для вузла 3. } \gamma_3 + G_2 + G_{34} \\ \text{Для вузла 4. } \gamma_4 + G_5 + G_6 \end{cases} \quad (98)$$

Загальною провідністю називається сума провідностей усіх віток, що з'єднують два вузли.

У системі рівнянь (97) загальна провідність:

$$G_{13} = G_1 + G_2; \quad G_{34} = G_4$$

Для вузла 1. /ванням нових позначень перепишем рівняння (97):

$$\begin{cases} \text{Для вузла 3. } \gamma_1 - U_{III} \cdot G_{13} = I_I \\ \text{Для вузла 4. } \gamma_{33} - U_I \cdot G_{13} - U_{IV} \cdot G_{34} = I_{III} \\ U_{IV} \cdot G_{44} - U_{III} \cdot G_{34} = I_{IV} \end{cases} \quad (99)$$

Порядок розрахунку:

1) У заданій схемі вибирають напрямки струмів.

2) Від джерел е.р.с. переходять до джерел струму:

$$I_{kn} = E_n \cdot G_n \quad (100)$$

3) Замінюють опори віток їх провідностями:

$$G_n = \frac{1}{R_n} \quad (101)$$

4) Намічають базисний вузол та всі незалежні вузли і вибирають додатні напрямки вузлових напруг: від незалежних вузлів до базисного.

5) Визначають вузлові струми:

$$I_{Bn} = \sum I_{kn} \quad (102)$$

де  $I_{kn}$  – алгебраїчна сума внутрішніх струмів джерел струму які під'єднані до даного вузла.

Причому якщо струм джерела струму напрямлений до розглядуваного вузла то він береться із знаком плюс, від вузла — мінус.

6) Визначають вузлові провідності:

$$G_{nn} = \Sigma G_n \quad (103)$$

де  $\Sigma G_n$  – сума провідностей усіх віток під'єднаних до даного вузла.

7) Визначають загальні провідності:

$$G_{kn} = \Sigma G_{kn} \quad (104)$$

де  $\Sigma G_{kn}$  – сума провідностей усіх віток що з'єднують розглядувані сусідні вузли.

8) Записують систему рівнянь для визначення вузлових напруг, для вузла n:

$$U_n \cdot G_{nn} - \Sigma U_k \cdot G_{kn} = I_n \quad (105)$$

де  $U_n$  – вузлова напруга розглядуваного вузла.

$G_{nn}$  – вузлова провідність n-ного вузла.

$\Sigma U_k \cdot G_{kn}$  – сума добутків вузлових напруг сусідніх вузлів на загальну провідність між цими вузлами і розглядуваним.

9) Рішаємо систему рівнянь, визначаємо вузлові напруги  $U_n$ .

10) Знаходимо напруги віток ( $U_k$ ), використовуючи формули (88), (89).

11) Знаходимо струми віток:

$$I_n = U_k \cdot G_k \quad (106)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №15

### ТЕМА: МЕТОД ВУЗЛОВИХ РІВНЯНЬ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методи розрахунку електричних кіл

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Призначення методу.
2. Метод вузлових рівнянь.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

### **Питання для самоконтролю.**

1. Як складаються рівняння?
2. Навести приклад складання вузлових рівнянь.

1. Аналізом електричного кола називають визначення струмів (напруг) в його вітках.

Розглянуті раніше методи розрахунку електричних кіл застосовуються для кіл відносно простих.

У розрахунках кіл складної конфігурації з кількома джерелами енергії розглянуті раніше методи застосовуються для окремих простих ділянок, якщо є необхідні початкові дані.

В загальних же випадках, застосовуються інші методи, основою яких є закони Кірхгофа.

Методи аналізу із застосуванням законів Кірхгофа дають змогу розрахувати електричне коло будь-якої конфігурації та складності, тобто є основними.

#### Порядок розрахунку:

- 1) Позначаємо вузли в схемі.
- 2) Вибираємо напрямки струмів у вітках (довільно). У вітках, в яких є джерела е.р.с. бажано, щоб напрямки вибраних струмів співпадали з напрямком е.р.с. цих віток.
- 3) Складаємо рівняння за першим законом Кірхгофа для вибраних вузлів, кількість рівнянь складених за першим законом Кірхгофа повинна бути  $(n-1)$ , де  $n$  — кількість вузлів в схемі.
- 4) Складаємо для вибраних контурів рівняння за другим законом Кірхгофа. Кількість рівнянь складених за другим законом Кірхгофа повинна бути  $m-(n-1)$ -рівнянь, де  $m$ - кількість невідомих струмів.
- 5) Ров'язуємо систему рівнянь, складених за I-м та II-м законами Кірхгофа і знаходимо струми віток.

Правильність визначення струмів у схемі можна перевірити склавши рівняння балансу потужностей.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №16

### ТЕМА: МЕТОД КОНТУРНИХ РІВНЯНЬ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методи розрахунку електричних кіл

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Призначення методу.
2. Метод контурних рівнянь.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Як складаються рівняння?
2. Навести приклад складання вузлових рівнянь.

1. Аналізом електричного кола називають визначення струмів (напруг) в його вітках.

Розглянуті раніше методи розрахунку електричних кіл застосовуються для кіл відносно простих.

У розрахунках кіл складної конфігурації з кількома джерелами енергії розглянуті раніше методи застосовуються для окремих простих ділянок, якщо є необхідні початкові дані.

В загальних же випадках, застосовуються інші методи, основою яких є закони Кірхгофа.

Методи аналізу із застосуванням законів Кірхгофа дають змогу розрахувати електричне коло будь-якої конфігурації та складності, тобто є основними.

Порядок розрахунку:

- 1) Позначаємо вузли в схемі.
- 2) Вибираємо напрямки струмів у вітках (довільно). У вітках, в яких є джерела е.р.с. бажано, щоб напрямки вибраних струмів співпадали з напрямком е.р.с. цих віток.
- 3) Складаємо рівняння за першим законом Кірхгофа для вибраних вузлів, кількість рівнянь складених за першим законом Кірхгофа повинна бути  $(n-1)$ , де  $n$  — кількість вузлів в схемі.
- 4) Складаємо для вибраних контурів рівняння за другим законом Кірхгофа. Кількість рівнянь складених за другим законом Кірхгофа повинна бути  $m-(n-1)$ -рівнянь, де  $m$ - кількість невідомих струмів.
- 5) Ров'язуємо систему рівнянь, складених за I-м та II-м законами Кірхгофа і знаходимо струми віток.

Правильність визначення струмів у схемі можна перевірити склавши рівняння балансу потужностей.

## **САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №17**

### **ТЕМА: ЕКВІВАЛЕНТНІ СХЕМИ НАЙПРОСТІШИХ НЕЛІНІЙНИХ КІЛ**

**МЕТА: оволодіти знаннями про методи розрахунку нелінійних електричних кіл**

#### **Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Статичні і динамічні опори нелінійного елемента.
2. Нелінійний активний двухполюсник.

#### **Література:**

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

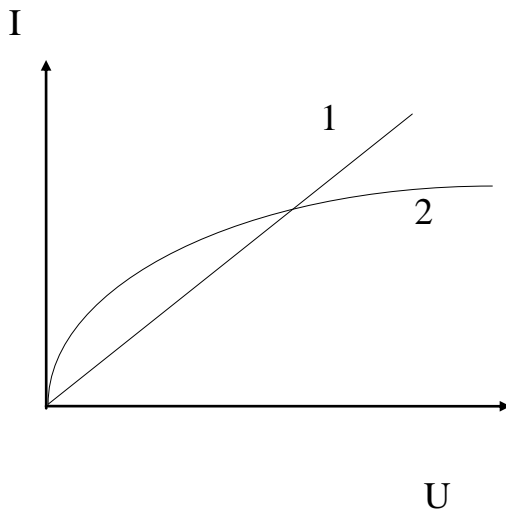
### Питання для самоконтролю.

1. Що таке статичні опори?
2. Що таке динамічні опори?
3. Що таке нелінійний активний двухполюсник?

1) Електричне коло, в яке входять нелінійні елементи називається нелінійним.

Елемент електричного кола, опір якого залежить від струму в ньому або напруги на його затискачах називають нелінійним елементом.

Залежність напруги на якому небудь елементі від струму в ньому  $U(I)$  називають його вольт-амперною характеристикою.



0

Малюнок. 37. Вольт-амперні характеристики нелінійних елементів.

1. – ВАХ лінійного елемента
2. – ВАХ лампи з металічною ниткою.

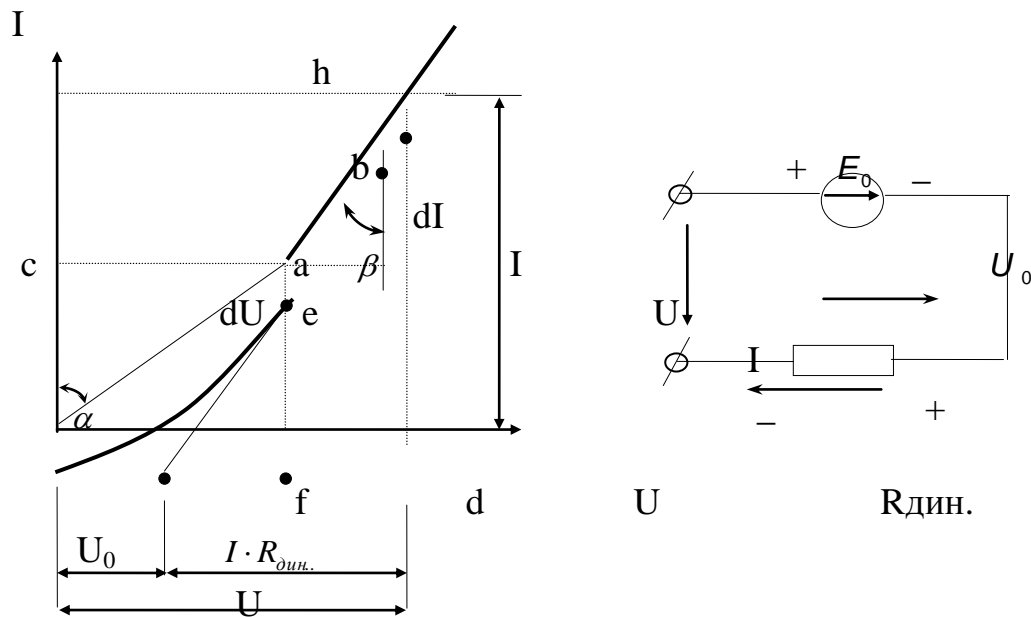
Для електронної лампи аналітична залежність між напругою та струмом має вигляд.

$$I = KU^{3/2} \quad (107)$$

Деякі ВАХ нелінійних елементів в певному інтервалі мають прямолінійні ділянки, тобто залежність між струмом та напругою лінійна. В таких випадках можна

скласти для нелінійного елемента еквівалентну схему замінення з лінійними елементами і вести розрахунок аналітично.

У нелінійних схемах розрізняють статичний та динамічний опори.



Малюнок 38. Вольт-амперна характеристика та схема заміщення нелінійного елемента.

Статичним опором у заданій точці а вольт-амперної характеристики називається відношення напруги до струму, які відповідають цій точці:

$$R_{CT} = \frac{U_a}{I_a} = \frac{m_u \cdot 0d}{m_I \cdot 0c} = m_R \cdot \text{tg } \alpha \quad (108)$$

де  $m_I$ ,  $m_u$ ,  $m_R$  – масштаби струму, напруги та опору.

Динамічний опір у точці (а) визначається відношенням нескінченно малих приростів напруги  $dU$  і струму  $dI$ :

$$R_{dyn} = \frac{du}{dI} \approx \frac{m_u \cdot ac}{m_I \cdot bc} = m_R \cdot \text{tg } \beta \quad (109)$$

Динамічний опір пропорційний тангенсу кута нахилу дотичної до ВАХ в точці (а).

2) Якщо продовжити лінійну ділянку h-в-а характеристики до перетину з віссю напруги, то вона перетне її в точці f.

Відрізок 0-f виражає сталу напругу  $U_0$ . В будь якій точці U прямолінійної частини ВАХ напруга складається із сталої напруги  $U_0$  і змінюваної частини, яка визначається добутком струму і динамічного опору  $I \cdot R_{дин.}$ , тобто пряма f-h виражається рівнянням:

$$U = U_0 + I \cdot R_{дин.} \quad (110)$$

Дане рівняння дає змогу нелінійний елемент подати схемою послідовного з'єднання е.р.с.  $E_0 = U_0$  і динамічного опору  $R_{дин.}$ , при цьому  $U = E_0 + I \cdot R_{дин.}$

Нелінійний елемент, вольт-амперна характеристика якого не проходить через початок координат (мал. 39а) можна подати схемою послідовного з'єднання сталої е.р.с. і нелінійного опору.

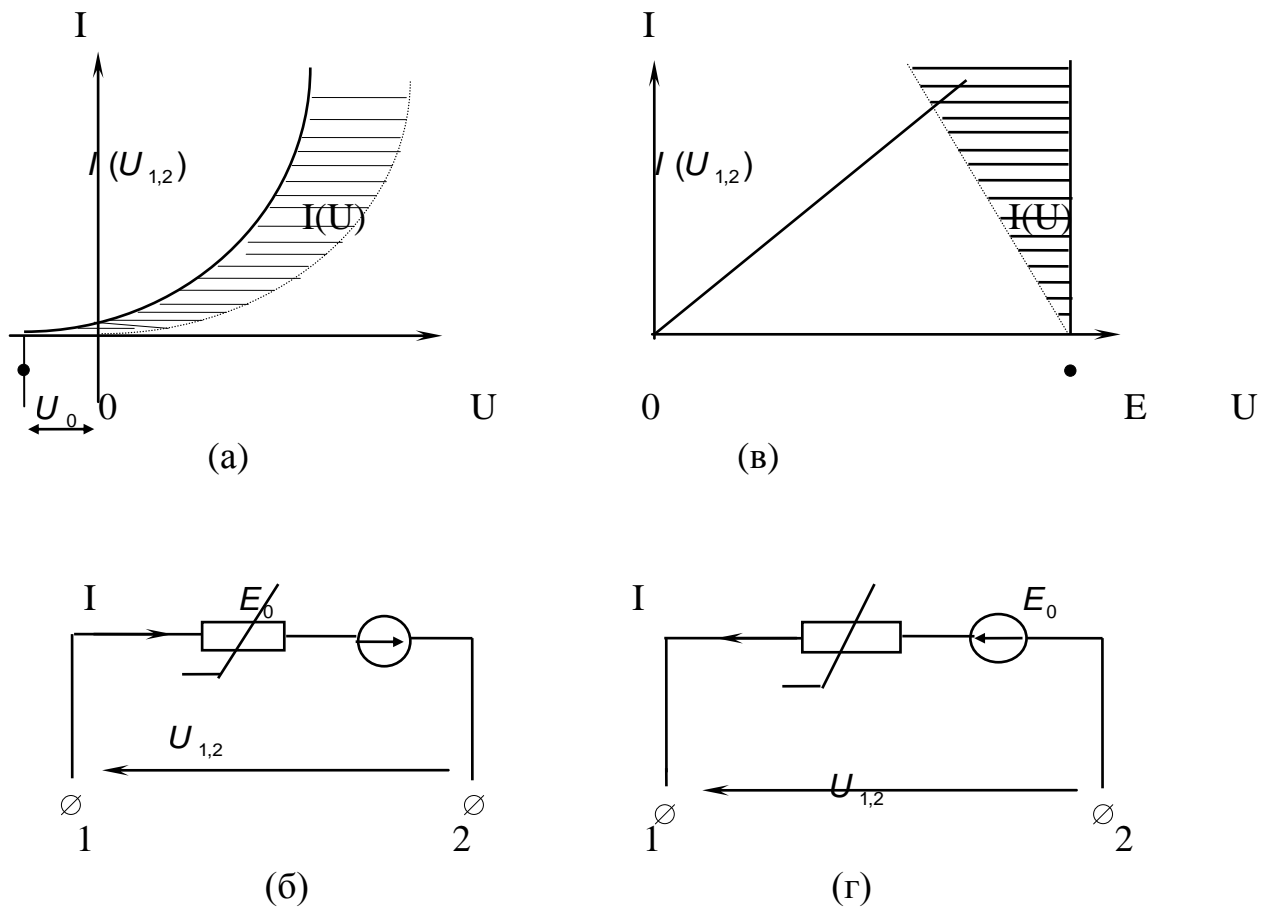
Якщо характеристику нелінійного елемента перенести так, щоб вона проходила через початок координат, то дістанемо залежність  $I(U)$  нелінійного опору еквівалентної схеми, в яку крім цього нелінійного опору послідовно ввімкнено джерело е.р.с.  $E_0$ .

Еквівалентна схема (мал. 39б) являє собою активний нелінійний двополіусник, для якого справедливе рівняння за другим законом Кірхгофа. При цьому:

$$U_{1,2} = -U_0 + U(I); \quad U_{1,2} = -E_0 + U(I) \quad (111)$$

Цю схему не можна вводити в аналітичний розрахунок, оскільки вона залишається нелінійною на відміну від схеми (мал. 38). Проте її можна використати для спрощення більш складної схеми, в яку вона входить як частина.

У деяких випадках корисна або необхідна обернена побудова: за відомою вольт-амперною характеристикою нелінійного елемента і значенням е.р.с.  $E$  послідовно з ним ввімкненого джерела будують вольт-амперну характеристику активного нелінійного двополіусника (малю 39в).



Малюнок 39. ВАХ і схеми заміщення нелінійних елементів.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №18

**ТЕМА: ГРАФІЧНИЙ РОЗРАХУНОК НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ**

**МЕТА: оволодіти знаннями про методи розрахунку нелінійних електричних кіл**

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Коло з двома нелінійними опорами.
2. Метод послідовних приближень.

### **Література:**

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### **Питання для самоконтролю.**

1. Як розраховується коло з двома вузлами?
2. Як розраховується Коло з одним нелінійним опором?
3. Як розраховується коло з двома нелінійними опорами?
4. Що таке метод послідовних приближень?

1) Багато які нелінійні елементи, що застосовуються на практиці, мають вольт-амперні характеристики, в яких немає лінійних ділянок і рівнянь для аналітичного вираження їх.

Розрахунок кіл, що містять такі елементи, здійснюють графічними методами.

Початкові дані для розрахунку (ВАХ кола) задають у вигляді графіків або таблиць.

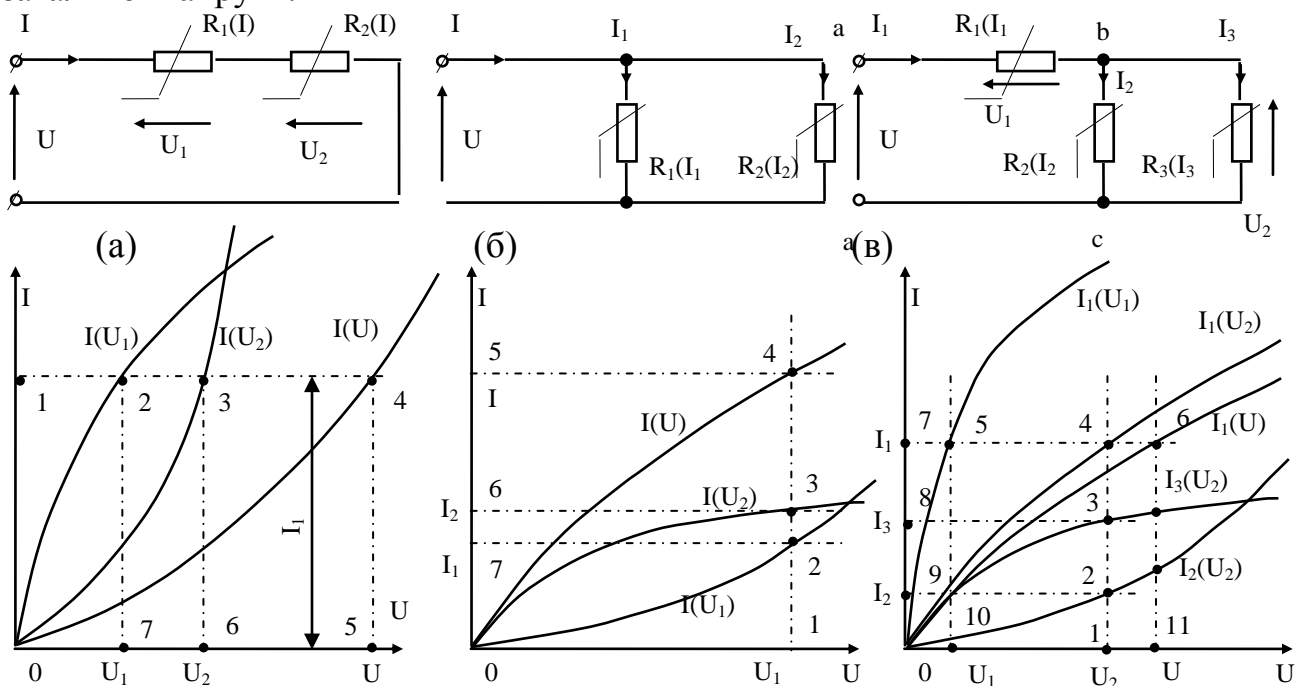
Визначити струм одного елемента за напругою цього елемента, або розв'язати обернену задачу досить просто: задану величину відкладають на осі координат, знаходять відповідну їй точку кривої, а потім на іншій осі визначають шукану величину.

Розглянемо, як розв'язують такі задачі, коли кілька елементів з'єднано між собою в нелінійному колі.

Послідовне з'єднання двох нелінійних елементів.

Для розрахунку такого кола (мал. 40а) задані ВАХ елементів  $I(U_1)$  та  $I(U_2)$  будують в загальній системі координат (мал. 40б).

Далі будують ВАХ  $I(U)$  всього кола, яка виражає залежність струму в колі від загальної напруги.



Малюнок 40. Розрахунок нелінійних кіл при послідовному (а), паралельному (б) та мішаному (в) з'єднанні елементів.

Струм  $I$  обох ділянок кола однаковий, а загальна напруга  $U = U_1 + U_2$ .

Для побудови загальної ВАХ досить додати абсциси початкових кривих  $I(U_1)$  та  $I(U_2)$ .

Проведемо пряму, паралельну осі абсцис, яка відповідає струму  $I_1$ . Відрізки 1-2 і 1-3 у вибраному масштабі виражають напругу  $U_1, U_2$  на ділянках. Додавши ці відрізки, на тій самій прямій дістанемо точку 4 загальної ВАХ.

Для інших значень струму аналогічно знайдемо ще ряд точок, через які проведено загальну ВАХ.

Побудова ВАХ (мал. 40а) є підготовчим етапом для розв'язання різних задач, що стосуються подібних кіл.

Треба, наприклад, визначити струм у колі та напруги  $U_1$  і  $U_2$  на ділянках, якщо загальну напругу  $U$  відомо.

На осі абсцис знаходимо точку 5, яка визначає напругу  $U$  (відрізок 0-5 в масштабі напруг виражає напругу в колі). Через неї проводимо перпендикуляр до осі абсцис до перетину із заголоною ВАХ  $I(U)$  в точці 4. Із точки 4 проводимо лінію, паралельну осі абсцис. Відрізок 5-4 виражає струм у колі, а відрізки 1-2 і 1-3 — напруги на ділянках  $U_1$  і  $U_2$ .

#### Паралельне з'єднання двох нелінійних елементів.

При паралельному з'єднанні двох нелінійних елементів (40б) до них прикладено ту саму напругу  $U$ , а струм у нерозгалуженій частині кола дорівнює сумі струмів у вітках:  $I = I_1 + I_2$

Для побудови загальної  $I(U)$  треба для ряду значень  $U$  додати ординати ВАХ елементів як показано на (мал. 40б). При напрузі  $U_1$  (відрізок 0-1) сума відрізків 1-2 (струм  $I_1$ ) та 1-3 (струм  $I_2$ ) дорівнює відрізку 1-4 (струм  $I$ ).

Припустимо, що за заданим значенням  $U = U_1$  треба визначити струми у вітках і загальний струм  $I$ . На осі абсцис відкладаємо відрізок 0-1, який виражає напругу  $U_1$ , і через точку 1 проводимо лінію, паралельну осі ординат. Визначаємо точки 2, 3, 4 перетину прямої з ВАХ. Відрізки 1-2, 1-3, 1-4 в масштабі струмів виражають струми в колі, відповідно  $I_1, I_2, I$ .

#### Мішане з'єднання нелінійних елементів.

При мішаному з'єднанні нелінійних елементів графічний розрахунок кола виконують методом “згортання” схеми: згідно із схемою з'єднання додають інші ВАХ. Розглянемо розв'язання цієї задачі щодо схеми (мал. 40в).

За заданими ВАХ  $I_2(U_2), I_3(U_3)$  паралельно з'єднаних елементів будуюмо ВАХ ділянки кола між точками б, с.

Далі будуюмо ВАХ  $I_1(U)$  всього кола, враховуючи, що ділянку кола між точками б, с ввімкнено послідовно з нелінійним елементом на ділянці а-б.

Нехай задано напругу прикладену до кола  $U$ , необхідно визначити струми в схемі та напруги на ділянках кола.

Відклавши на осі абсцис відрізок 0-11, який виражає напругу  $U$ , проведемо лінію паралельно осі ординат 11-6 до перетину з кривою  $I_1(U)$ .

Відрізком 11-6 визначається струм  $I_1$  в нерозгалуженій частині кола. Пряма, паралельна осі абсцис, проведена через точку 6, перетинає криві  $I_1(U_1)$  та  $I_1(U_2)$  в точках 5 і 4. Відрізками 7-4 і 7-5 визначаються напруги  $U_2$  і  $U_1$  на ділянках. Напруга  $U_2$  — загальна для паралельно з'єднаних ділянок зі струмами  $I_2$  та  $I_3$ . Щоб визначити ці струми, через точку 4 проводимо пряму, паралельно осі ординат. Перетин цієї прямої з кривими  $I_1(U_2)$  та  $I_3(U_2)$  в точках 2 і 3 дає відрізки 1-2, 1-3, які визначають струми  $I_2$  та  $I_3$ .

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №19

### ТЕМА: ЗАКОН АМПЕРА. МАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методи розрахунку магнітних кіл

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Лінії магнітної індукції.
2. Привідник зі струмом в магнітному полі.

#### Література:

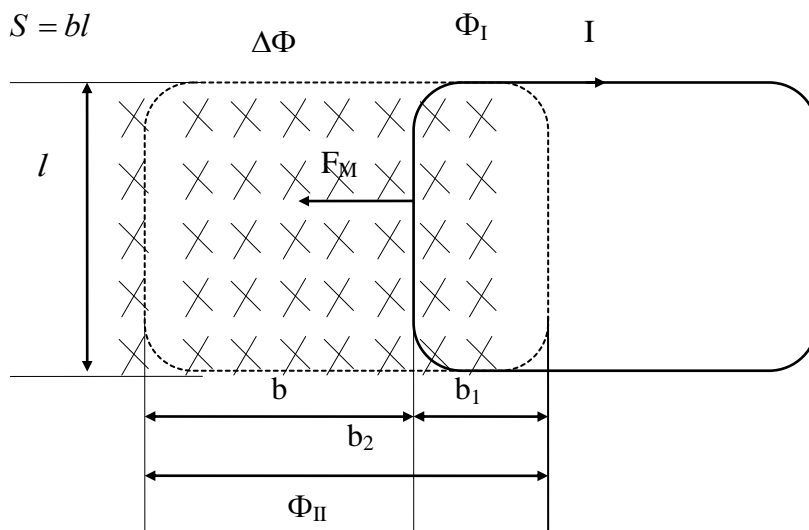
- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Правило свердлика.
2. Що таке однорідне магнітне поле?
3. Правило лівої руки.

2) Розглянемо струмопровідний контур прямокутної форми, одна сторона якого перебуває в магнітному полі.

$I$  – струм в контурі. На нього діє сила  $F_M$  і він переміщується. На шляху  $b$  його сторона описує площу:



Малюнок 63. Замкнений виток із струмом в магнітному полі.

При русі контуру із струмом  $I$  електромагнітна сила  $F_M$  на шляху  $b$  виконує роботу:

$$A = F_M \cdot b = B \cdot I \cdot l \cdot b = \Phi \cdot I \quad (168)$$

Магнітний потік крізь поверхню окреслену провідником, є різницею потоків що пронизують контур в кінцевому та початковому положеннях:

$$\Delta\Phi = \Phi_{II} - \Phi_I$$

Робота витрачена на переміщення контуру:

$$A = \Delta\Phi \cdot I \quad (169)$$

Висновок:

1) Робота електромагнітних сил, витрачена на переміщення контуру зі струмом, дорівнює добуткові струму в контурі на зміну магнітного потоку, зчепленого з контуром.

2) Усякий контур зі струмом у магнітному полі намагається зайняти положення, при якому магнітний потік, що пронизує контур, виявляється найбільшим.

(Електромагніти, реле).

3) При визначенні роботи, здійснюваної електромагнітними силами, було взято рамку, що має один виток.

Якщо рамку взяти з кількома витками, то робота збільшиться.

Припустимо ми взяли рамку яка має  $N$  витків. Тоді:

$$A = N \cdot \Delta\Phi \cdot I$$

Добуток кількості витків і зчепленого з цими витками магнітного потоку називають потокозчепленням.

$$\Psi = N \cdot \Phi \quad (170)$$

$$\Delta\Psi = N \cdot \Delta\Phi \quad (171)$$

Отже, робота електромагнітних сил виражається добутком струму в витках і приросту магнітного потокозчеплення:

$$A = \Delta\Psi \cdot I \quad (172)$$

Якщо у відокремленому контурі будь-якої форми є струм, то його магнітне поле зчеплене із самим контуром.

Потокозчеплення такого контуру називають власним (потокозчепленням самоіндукції).

Власне потокозчеплення характеризує зв'язок між струмом в контурі і створеним ним магнітним полем.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №20

### ТЕМА: ІНДУКТИВНІСТЬ ВЛАСНА І ВЗАЄМНА

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методи розрахунку магнітних кіл

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Індуктивність власна.
2. Індуктивність взаємна.

## Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

1. Що таке індуктивність власна?
2. Що таке індуктивність взаємна?
3. Що таке коефіцієнт зв'язку?

1) Досвід показує, що однакова зміна струму в різних контурах приводить до неоднакових змін їх потокозчеплень.

Тому, щодо утворення потокозчеплення контуру або котушок вводять поняття власної або взаємної індуктивності.

На залежність між потокозчепленням і струмом відокремленого контуру впливають форма, розміри контуру та середовище.

Власна індуктивність відокремленого контуру (катушки) є величина, яка чисельно рівна відношенню потокозчеплення самоіндукції до струму в ньому:

$$L = \frac{\Psi}{I} \text{ (Генрі)} \quad (173)$$

2) Розглянемо магнітний зв'язок двох катушок зі струмами, розташованими поблизу один від одного так, що магнітний потік створений струмом першої катушки  $I_1$ , зчеплений з витками обох катушок (мал. 64).

Власне потокозчеплення першої катушки:

$$\Psi_{11} = \Phi_1 \cdot N_1 = L_1 \cdot I_1 \quad (174)$$

$N_1$  – кількість витків першої катушки.

Магнітний потік створений першою катушкою зчеплений також із другою катушкою.

Взаємне потокозчеплення, як і власне, пропорційне струмові, який створює цей потік:

$$\Psi_{12} = \Phi_1 \cdot N_2 = M_{12} \cdot I_1 \quad (175)$$

$M_{12}$  – коефіцієнт пропорційності який називається взаємодуктивністю.

$$\frac{\Phi_1 N_1}{\Phi_1 N_2} = \frac{L_1 I_1}{M_{12} I_1}; \quad \frac{N_1}{N_2} = \frac{L_1}{M_{12}}$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{L_2}{M_{21}};$$

Звідси випливає:

$$\boxed{M_{12} M_{21} = L_1 L_2}$$

2) Неважко довести, що:

$$M_{12} = M_{21}, \text{ тоді:}$$

$$M_{12} = M_{21} = M$$

$$M^2 = L_1 L_2;$$

$$\boxed{M = \sqrt{L_1 L_2}}$$

$$(176)$$

Формула справедлива коли немає розсіювання магнітного потоку, в противному випадку вводять коефіцієнт зв'язку:

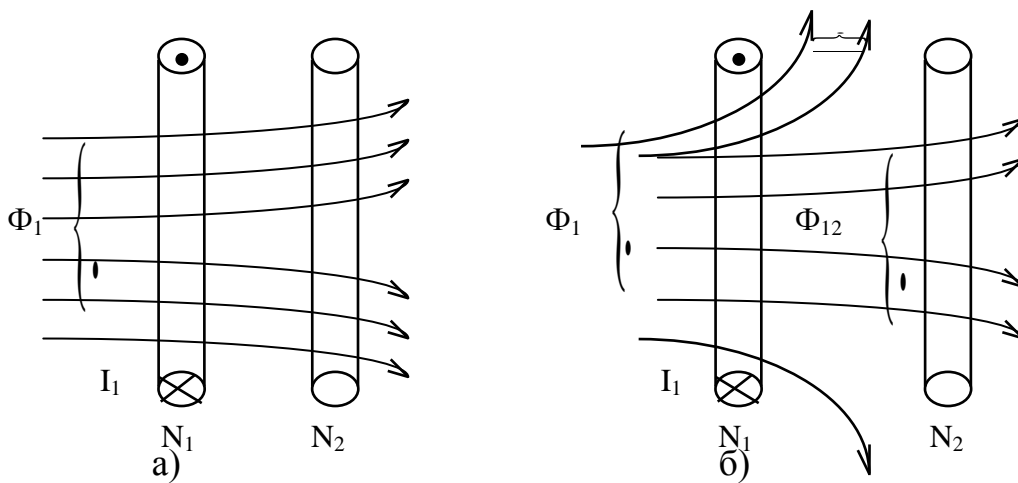
$$K = 0 \div 1$$

Тоді:

$$M = K \sqrt{L_1 L_2}$$

$$(177)$$

Якщо напрями намагнічуючих сил двох котушок, визначені за правилом свердлика збігаються, то вмикання котушок називають узгодженим.



Малюнок 64. Магнітний зв'язок двох котушок.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №21

### ТЕМА: МАГНІТНІ ВЛАСТИВОСТІ РЕЧОВИНИ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методи розрахунку магнітних кіл

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Намагнічування речовини.
2. Намагніченість речовини.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Намагнічування речовини.
2. Намагніченість речовини.
3. Напруженість магнітного поля.
4. Магнітна проникність речовини.

1) Будь-яка речовина, що перебуває в магнітному полі зовнішніх струмів, набуває особливого стану намагніченості, який характеризується виникненням у ньому додаткового магнітного поля.

Рух заряджених частинок всередині атома можна розглядати як елементарні внутрішньоатомні струми, тому додаткове магнітне поле, яке виникає внаслідок намагнічування, називається полем елементарних (внутрішніх) струмів.

Магнітні властивості елементарного колового струму (мал. 67а) можна характеризувати магнітним моментом, який визначається як добуток елементарного колового струму і площі описаного ним кола, а напрям — за правилом свердлика:

$$m = i \cdot S \quad (181)$$

При відсутності магнітного поля зовнішніх струмів елементарні струми усередині речовини орієнтовані безладно, тому загальний магнітний момент навіть малих об'ємів речовини дорівнює нулю, а магнітне поле елементарних струмів не виявляється.

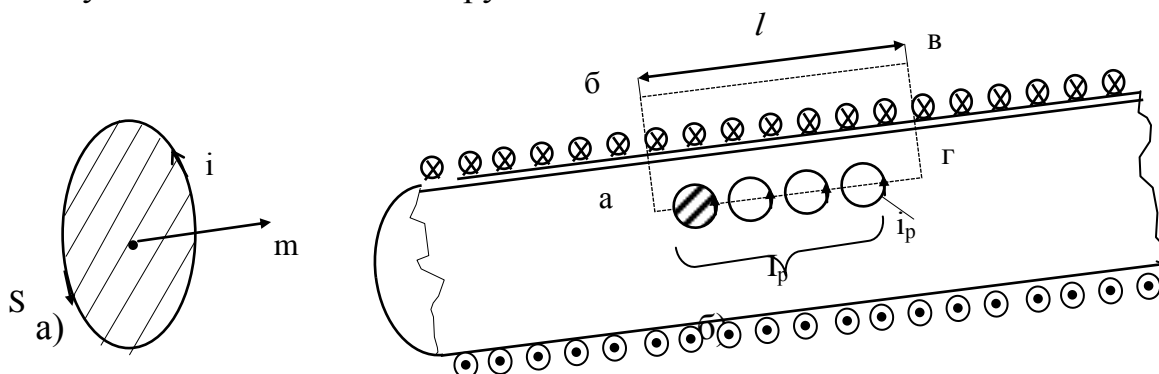
Вплив магнітного поля зовнішніх струмів на колові елементарні струми в речовині полягає в тому, що змінюється орієнтація осей обертання частинок так, що їхні магнітні моменти напрямлені в один бік.

Інтенсивність і характер намагнічування різних речовин в однаковому магнітному полі зовнішніх струмів значно відрізняються. Тому всі речовини поділяють на три групи.

До першої групи відносять діамагнітні речовини, в яких магнітне поле елементарних струмів напрямлене проти поля зовнішніх струмів, яке його створило. Інакше кажучи, результуюче магнітне поле в речовинах цієї групи слабкіше від магнітного поля зовнішніх струмів. До діамагнітних речовин належать вода, водень, кварц, срібло, мідь та ін.

До другої і третьої груп належать відповідно парамагнітні (алюміній, кисень, повітря та ін.) і феромагнітні (залізо, нікель, кобальт та деякі їхні сплави) речовини. Загальним для речовин цих груп є те, що при намагнічуванні магнітні моменти елементарних струмів у них орієнтуються в напрямі поля зовнішніх струмів. В результаті магнітне поле посилюється.

Феромагнітні речовини мають особливе значення, оскільки магнітна індукція в даній речовині в сотні і тисячі раз більша, ніж у парамагнітній, при однаковій намагнічуючій силі зовнішніх струмів.



Малюнок 64. Магнітний момент елементарних струмів.

2) Таким чином, результуюче магнітне поле складається із двох полів: поле зовнішнього струму та поле елементарних внутрішніх струмів.

Можна записати:

$$B \cdot l = \mu_0 \cdot I \cdot N + \mu_0 \cdot I_p \quad (182)$$

$I_p$  — повний елементарний струм, зчеплений з контуром а-б-в-г.

Ступінь намагнічування речовини оцінюється вектором намагніченості:

$$M = \frac{\sum m}{V} \quad (183)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №22

### ТЕМА: ЗАКОН ПОВНОГО СТРУМУ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методи розрахунку магнітних кіл

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Властивості феромагнітних матеріалів.
2. Магніто-м'яккі і магніто-тверді матеріали.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Що таке крива намагнічення?
2. Що таке магнітний гістерезис?
3. Що таке коерцитивна сила?

4) На підставі досвіду намагнічування і перемагнічування феромагнітних матеріалів можна сформулювати основні їхні властивості:

Феромагнітні матеріали легко й сильно намагнічуються. Відносна проникність  $\mu_r$  досягає значень  $10^5$  і вище.

Із зростанням напруженості зовнішнього магнітного поля намагніченість і магнітна індукція збільшується, проте ця залежність нелінійна. Це означає, що магнітна сприйнятливість  $\aleph$  і магнітна проникливість  $\mu_r$  – не сталі величини, а залежать від намагніченості  $M$ .

Починаючи з деякої напруженості поля  $H$  при її збільшенні відбувається магнітне насичення, тобто такий стан феромагнітних речовин, при якому зростання напруженості поля не призводить до збільшення намагніченості.

При зменшенні напруженості поля  $H$ , після досягнення стану насичення, намагніченість і магнітна індукція зменшуються. Проте  $M$  і  $B$  відрізняються від тих, які було зафіксовано для однакових  $H$  при збільшенні напруженості.

При ліквідації зовнішнього поля ( $H = 0$ ) спостерігається залишкова намагніченість ( $M$  і  $B$  не дорівнюють нулю).

При збільшенні напруженості поля  $H$  в зворотньому напрямку відбувається спочатку розмагнічування намагніченого зразка, а потім намагнічування в зворотньому напрямі ( $M$  і  $B$  змінюють знак) до насичення.

При циклічному перемагнічуванні з певною частотою феромагнітна речовина нагрівається, що свідчить про витрату енергії на перемагнічування.

Абсолютна проникність феромагнітної речовини визначається відношенням у кожній точці основної кривої намагнічування (мал. 70) відношенням:

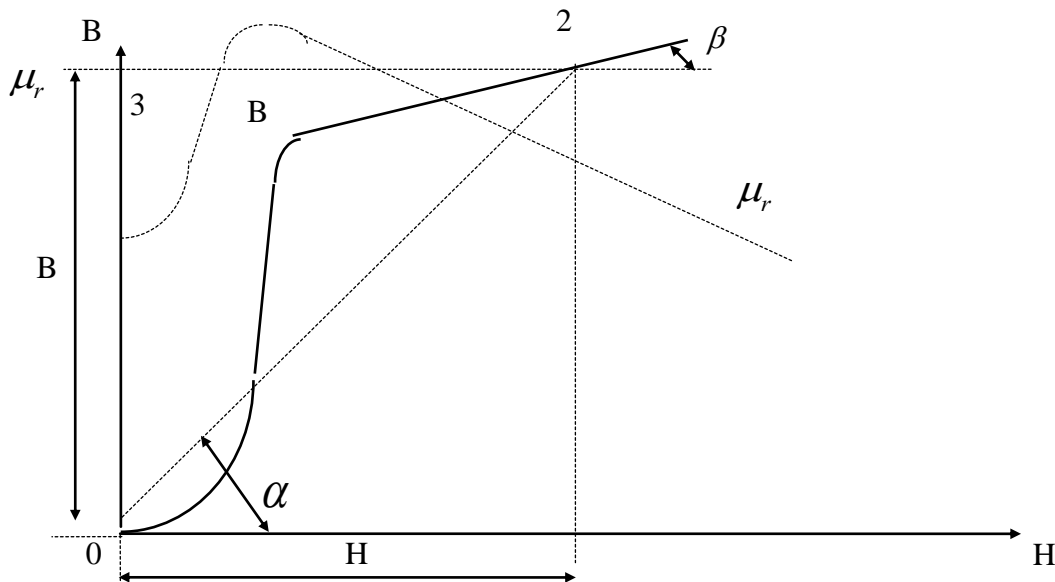
$$\mu_a = \frac{B}{H} = \frac{m_B}{m_H} \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (196)$$

де  $m_B, m_H$  – масштаби по осях координат.

Магнітна проникність, яка визначається цим відношенням, називається статичною.

Крім статичної  $\mu_a$ , визначають диференціальну магнітну проникність ( $\mu_{a_{\text{диф.}}}$ ), яка пропорційна тангенсу кута нахилу дотичної до основної кривої намагнічування в кожній точці:

$$\mu_{a_{\text{диф.}}} = \frac{dB}{dH} = \frac{m_B}{m_H} \cdot \operatorname{tg} \beta \quad (197)$$



Малюнок 70. Визначення магнітної проникності.

5) Для всіх феромагнітних матеріалів зазначені властивості є загальними, проте виявляються вони по-різному в залежності від їх хімічного складу.

В зв'язку з цим розрізняють дві основні групи феромагнітних матеріалів: магніто-м'які і магніто-тверді.

Магніто-тверді матеріали мають великі значення залишкової магнітної індукції і коерцитивної сили, широку петлю гістерезису. До таких матеріалів відносять хромовольфрамкові і хромомолібденові сталі ( $B_r = 1$  Тл,  $H_c = 60$  А/см), сплав алніко (Al, Ni, Co) та ін.

Для магніто-м'яких матеріалів характеристиками є велика магнітна проникність і мала коерцитивна сила (вузька петля магнітного гістерезису). До них належать електротехнічна сталь, чисте електротехнічне залізо, електротехнічний чавун, пермалой. Вони застосовуються для обладнання магнітних кіл електричних машин, генераторів, електромагнітів.

## **САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №23**

### **ТЕМА: РОЗРАХУНОК НЕРОЗГАЛУЖЕНОГО МАГНІТНОГО КОЛА**

**МЕТА: оволодіти знаннями про методи розрахунку магнітних кіл**

#### **Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Розрахунок неоднорідного магнітного кола, пряма задача.
2. Розрахунок неоднорідного магнітного кола, зворотна задача.

#### **Література:**

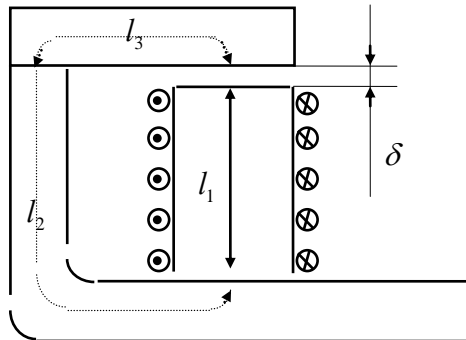
- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### **Питання для самоконтролю.**

1. Методика розрахунку неоднорідного магнітного кола, пряма задача.
2. Методика розрахунку неоднорідного магнітного кола, зворотна задача.

2) Неоднорідне магнітне поле складається з кількох ділянок, які відрізняються довжиною, поперечним перерізом та матеріалом.

Найчастіше зустрічаються магнітні кола, в яких крім ділянок з феромагнітних матеріалів є повітряні зазори.



Малюнок 72. Нерозгалужене неоднорідне магнітне коло.

### I. Пряма задача:

При розв'язанні прямої задачі розміри і матеріал кожної ділянки відомо, а магнітний потік задано; визначають намагнічуючу силу.

Порядок розрахунку такий самий, як і для однорідного кола, але магнітну індукцію і напруженість поля визначають для кожної ділянки; при цьому потоки розсіювання не враховують.

Магнітна індукція  $k$ -ї ділянки.

$B_k = \Phi/S_k$  і  $S_k$  — площа поперечного перерізу  $k$ -ї ділянки.

Знаючи магнітну індукцію, визначають напруженість поля; для ділянок з феромагнітних матеріалів — за кривими намагнічування, для інших ділянок з неферомагнітних матеріалів — за формулою  $H_0 = B_0/\mu_0$ .

Складають рівняння за законом повного струму:

$$\sum I_k \cdot N_k = \sum H_k \cdot l_k$$

Для даного магнітного потоку намагнічуюча сила:

$$I \cdot N = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + H_3 \cdot l_3 + H_0 \cdot \delta$$

### II. Обернена задача.

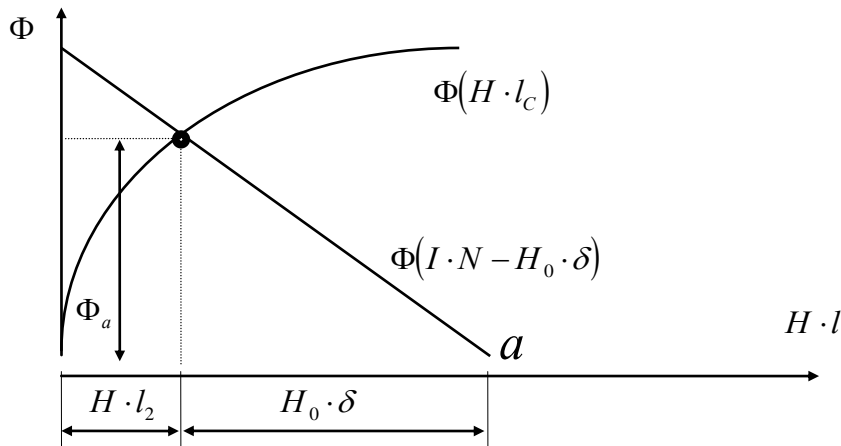
Обернену задачу можна розв'язувати або методом послідовних наближень, або графо-аналітичним методом.

Графо-аналітичний метод:

За взятими довільно кількома значеннями магнітного потоку знаходять значення  $H \cdot l_c$  (для сталюї частини кола) і  $H_0 \cdot \delta$  (для повітряного зазору). Потім з початку координат будують криву  $\Phi(H \cdot l)$ .

На осі абсцис знаходять точку  $a$ , яка відповідає заданій намагнічуючій силі  $I \cdot N$ , з якої зліва проводимо пряму  $\Phi(I \cdot N - H_0 \delta)$ .

В точці перетину цих графіків по осі ординат знаходять шуканий потік, а по осі абсцис значення  $H \cdot l_c$  і  $H_0 \cdot \delta$ .



Малюнок 73. Розрахунок неоднорідного нерозгалуженого магнітного кола.

### САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №24

**ТЕМА: РОЗРАХУНОК РОЗГАЛУЖЕНОГО МАГНІТНОГО КОЛА**

**МЕТА: оволодіти знаннями про методи розрахунку магнітних кіл**

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Характеристики розмагнічування постійних магнітів.
2. Визначення магнітного потоку в магнітному колі з постійним магнітом.

### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

## Питання для самоконтролю.

1. Пояснити характеристики розмагнічування постійних магнітів.
2. Пояснити порядок визначення магнітного потоку в магнітному колі з постійним магнітом.

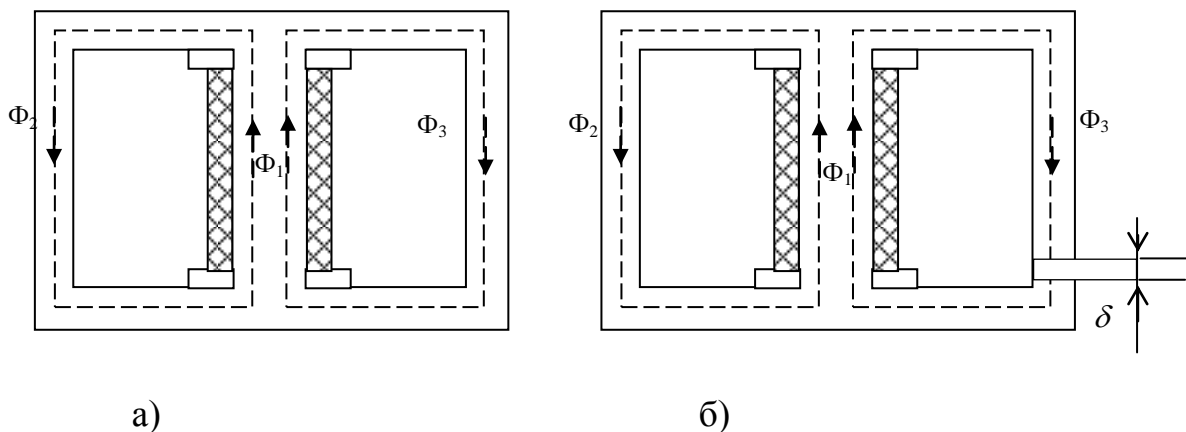
1) У розгалуженому магнітному колі магнітні потоки в загальному випадку різні в різних вітках (мал. 74) .

Розгалужені магнітні кола поділяють на симетричні (мал. 74а) та несиметричні (мал.74б)

Симетричне магнітне коло можна поділити на нерозгалужені кола таким чином, що в усіх ділянках виділеного кола магнітний потік буде той самий. Крім того, передбачається симетричне розташування намагнічуючих сил (мал. 74а).

Якщо зазначені умови не виконуються, то магнітне коло належить до несиметричних (мал. 74б).

Симетричне магнітне коло складається з двох однакових контурів (мал. 74а).



Малюнок 74. Розгалужене симетричне (а) та несиметричне (б) магнітні кола.

Місце з'єднання середнього стержня та ярма магнітопроводу, в якому магнітний потік  $\Phi_1$  ділиться на два потоки  $\Phi_2$  і  $\Phi_3$  називається вузлом магнітного кола.

$$\Phi_2 = \Phi_3 = \frac{\Phi_1}{2}$$

Розрахунок розгалуженого симетричного кола через рівність потоків симетричних контурів зводиться до розрахунку одного контуру, який виконують в тому ж порядку, що й розрахунок нерозгалуженого кола.

В аналогічному несиметричному магнітному колі потік у вузлі поділяється на нерівні частини, але для будь-якого вузла придатне рівняння:

$$\sum \Phi = 0 \quad (198)$$

Для схеми (мал. 74а) це рівняння в розгорнутому вигляді записують так:

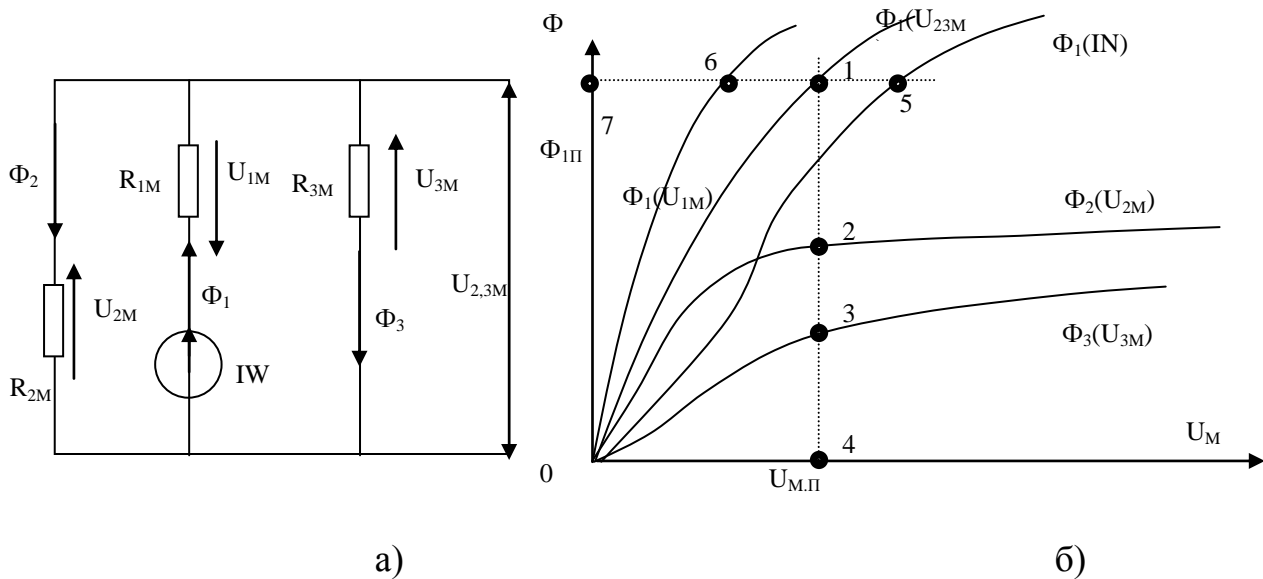
$$\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 = 0 \quad \text{або} \quad \Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$$

Для кожного контуру магнітного кола можна скласти рівняння за законом повного струму.

Припустимо, що всі ділянки магнітного кола виконано з матеріалів, які мають сталі значення магнітної проникності. Кожна ділянка і все коло характеризуються лінійною залежністю магнітного потоку від магнітної напруги  $\Phi(U_M)$ .

Визначивши для кожної ділянки магнітний опір  $R_M$ , магнітне коло можна подати відповідною схемою заміщення, в яку увійдуть магнітні опори і намагнічуючі сили.

На (мал. 75а) подано схему заміщення магнітного кола показаного на (мал. 74а). Нехтуючи потоками розсіювання, розрахунок магнітного кола можна виконати аналогічно розрахункові електричного кола, розв'язуючи систему лінійних рівнянь, складених для вузлів і контурів.



Малюнок 75. Розрахунок розгалуженого магнітного кола графічним методом.

Елементи схем заміщення магнітних кіл, здійснюваних на практиці (крім елементів, які відповідають повітряним зазорам), мають нелінійні характеристики  $\Phi(U_M)$ .

Аналогія з електричним колом свідчить про можливість графічного розрахунку нелінійного магнітного кола. Перший етап розрахунку полягає в побудові характеристик  $\Phi(U_M)$  для кожної ділянки кола в загальній системі координат. Для цього використовують характеристики намагнічування матеріалів, з яких виготовлене магнітне коло.

Наприклад, щоб побудувати характеристику  $\Phi_3(U_{3M})$ , потрібно ряд значень напруженості поля  $H_3$ , взятих з характеристики намагнічування матеріалу третьої ділянки магнітного кола, помножити на довжину цієї ділянки ( $H_3 l_3 = U_{3M}$ ), а відповідні їм значення магнітної індукції — на площу  $S_3$  цієї ділянки ( $B_3 S_3 = \Phi_3$ ).

За значеннями  $U_{3M}$  і  $\Phi_3$  будують графік  $\Phi_3(U_{3M})$  (мал. 75б). Магнітні опори  $R_{2M}$  і  $R_{3M}$  з'єднані паралельно. Тому магнітні напруги другої і третьої ділянок однакові:  $U_{2M} = U_{3M} = U_{2,3M}$ .

Сума магнітних потоків цих ділянок дорівнює магнітному потокові першої ділянки (опір  $R_{1M}$ ):  $\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$ .

Додавши магнітні потоки  $\Phi_2$  і  $\Phi_3$  для ряду значень магнітної напруги, дістанемо криву  $\Phi_1(U_{2,3M})$ .

На (мал. 75б) це показано для одного значення  $U_{M.П.}$ . Відрізки 4-3 і 4-2 в масштабі виражають магнітні потоки  $\Phi_3$  і  $\Phi_2$ . Сума цих відрізків дорівнює відрізку 4-1, виражає магнітний потік  $\Phi_{1П}$ . Магнітний опір  $R_{1M}$  і опір, еквівалентний  $R_{2M}$  і  $R_{3M}$ , з'єднані послідовно, тому намагнічуюча сила всього кола  $IN$  дорівнює сумі магнітних напруг  $U_{1M}$  і  $U_{2,3M}$ ;  $IN = U_{1M} + U_{2,3M}$ . Магнітні ж потоки ділянок з опорами  $R_{1M}$  і  $R_{3M}$  однакові.

Додавши магнітні напруги  $U_{1M}$  і  $U_{2,3M}$  для ряду значень магнітного потоку, дістанемо криву  $\Phi_1 = IN$ . На (мал. 75б) це показано для одного значення  $\Phi_{1П}$ . Відрізки 7-6 і 7-1 в масштабі магнітних напруг виражають магнітні напруги  $U_{1M}$  і  $U_{2,3M}$ . Сума цих відрізків дає відрізок 7-5, який виражає намагнічуючу силу  $IN$ .

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №25

### ТЕМА: ЗАКОН ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ІНДУКЦІЇ

#### МЕТА: оволодіти знаннями про електромагнітні явища

#### Питання, що виносяться на самостійне вивчення.

1. Визначення ЕРС в провіднику, що рухається в магнітному полі.
2. Сили Лоренца.
3. Правило правої руки.

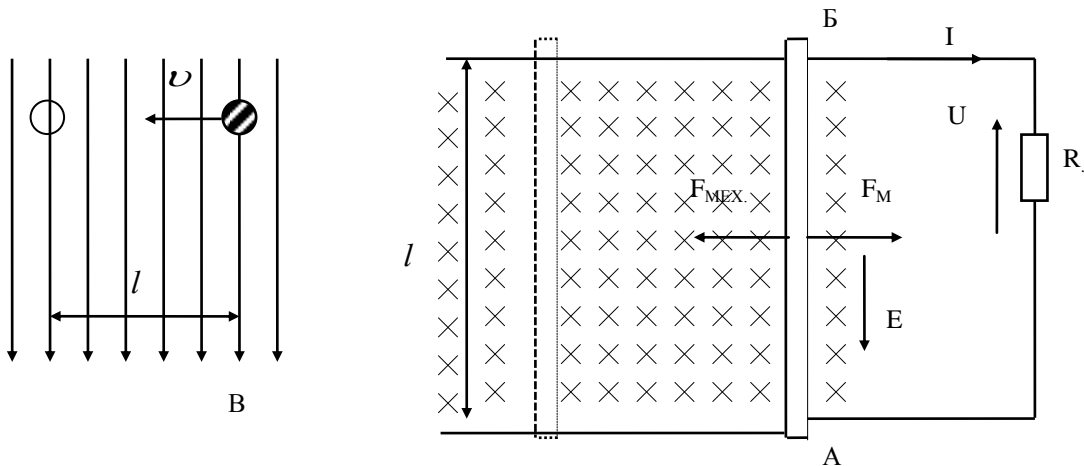
#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю

1. Визначення ЕРС в провіднику, що рухається в магнітному полі.
2. Сили Лоренца.
3. Правило правої руки

2) Розглянемо відрізок АБ прямолінійного дроту який під дією сили  $F_{MEX}$  рухається в магнітному полі зі швидкістю  $v$ .



Малюнок 78. Рух прямого проводу в магнітному полі.

В результаті переміщення провідника величина магнітного потоку що пронизує контур збільшується.

Цей приріст складає:

$$\Delta\Phi = B \cdot \Delta S = B \cdot l \cdot b$$

В результаті зміни магнітного потоку в провіднику наведеться ЕРС:

$$E = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B \cdot l \cdot b}{\Delta t}$$

$$\frac{b}{\Delta t} = v, \quad \text{тоді:}$$

$$E = B \cdot l \cdot v$$

Якщо провідник рухається під кутом  $\alpha < 90^\circ$ , тоді:

$$E = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha \quad (204)$$

Напрямок індукованої ЕРС в провіднику визначається за правилом правої руки:

Якщо розташувати праву руку так, що великий палець, відігнутий перпендикулярно до інших чотирьох, показував напрям руху провідника, а лінії магнітної індукції входили в долоню, то витягнуті чотири пальці покажуть напрям ЕРС електромагнітної індукції.

3) Зміна власного потокозчеплення є наслідком зміни струму:

$$e_L = -\frac{d\Psi_L}{dt}; \quad \Psi = L \cdot i, \quad \text{тоді:}$$

$$e_L = -\frac{d(L \cdot i)}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

$$e_L = -L \frac{di}{dt} \quad (205)$$

ЕРС самоіндукції пропорційна швидкості зміни струму  $\frac{di}{dt}$ . Вона протидіє зміні струму, тобто при збільшенні струму протидіє його зростанню, і навпаки.

Для системи магніто-зв'язаних котушок ЕРС взаємоіндукції:

$$e_{2M} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} \quad \text{і} \quad e_{2M} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt}$$

Зміна взаємного потокозчеплення може бути наслідком зміни струму в одній з котушок або зміни коефіцієнта зв'язку.

Припустимо, що змінюється струм в першій котушці  $i_1$ . ЕРС взаємоіндукції в котушці  $e_{2M}$  пропорційна швидкості зміни цього струму:

$$e_{2M} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt} \quad (206),$$

аналогічно при зміні струму  $i_2$ :

$$e_{1M} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -M \frac{di_2}{dt} \quad (207)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №26

### ТЕМА: ЕЛЕКТРОРУШІЙНА СИЛА САМОІНДУКЦІЇ

### МЕТА: оволодіти знаннями про електромагнітні явища

### Питання, що виносяться на самостійне вивчення.

1. ЕРС самоіндукції.
2. Принцип дії трансформатору.

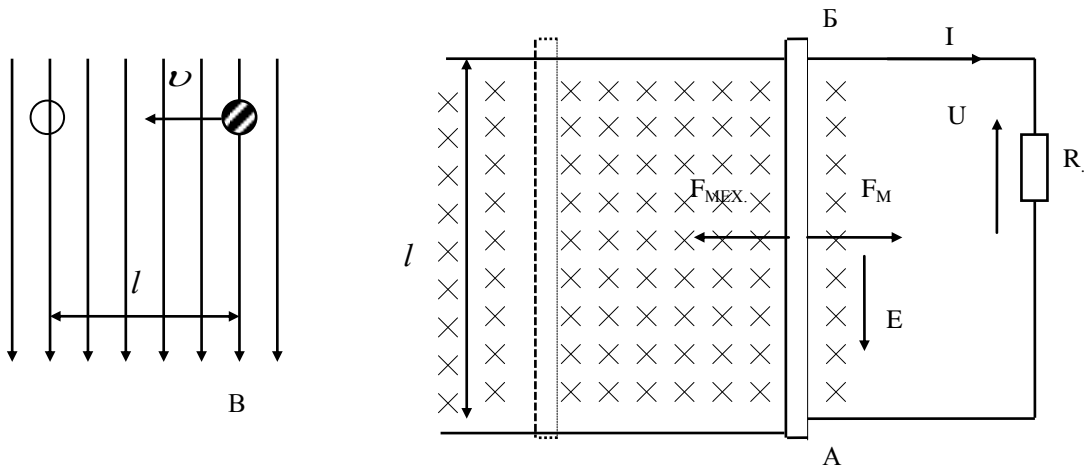
### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

1. ЕРС самоіндукції.
2. Принцип дії трансформатору.

2) Розглянемо відрізок АБ прямолінійного дроту який під дією сили  $F_{MEX}$  рухається в магнітному полі зі швидкістю  $v$ .



Малюнок 78. Рух прямого проводу в магнітному полі.

В результаті переміщення провідника величина магнітного потоку що пронизує контур збільшується.

Цей приріст складає:

$$\Delta\Phi = B \cdot \Delta S = B \cdot l \cdot b$$

В результаті зміни магнітного потоку в провіднику наведеться ЕРС:

$$E = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B \cdot l \cdot b}{\Delta t}$$

$$\frac{b}{\Delta t} = v, \quad \text{тоді:}$$

$$E = B \cdot l \cdot v$$

Якщо провідник рухається під кутом  $\alpha < 90^\circ$ , тоді:

$$E = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha \quad (204)$$

Напрямок індукованої ЕРС в провіднику визначається за правилом правої руки:

Якщо розташувати праву руку так, що великий палець, відігнутий перпендикулярно до інших чотирьох, показував напрям руху провідника, а лінії магнітної індукції входили в долоню, то витягнуті чотири пальці покажуть напрям ЕРС електромагнітної індукції.

3) Зміна власного потокозчеплення є наслідком зміни струму:

$$e_L = -\frac{d\Psi_L}{dt}; \quad \Psi = L \cdot i, \quad \text{тоді:}$$

$$e_L = -\frac{d(L \cdot i)}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

$$e_L = -L \frac{di}{dt} \quad (205)$$

ЕРС самоіндукції пропорційна швидкості зміни струму  $\frac{di}{dt}$ . Вона протидіє зміні струму, тобто при збільшенні струму протидіє його зростанню, і навпаки.

Для системи магніто-зв'язаних котушок ЕРС взаємоіндукції:

$$e_{2M} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} \quad \text{і} \quad e_{2M} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt}$$

Зміна взаємного потокозчеплення може бути наслідком зміни струму в одній з котушок або зміни коефіцієнта зв'язку.

Припустимо, що змінюється струм в першій котушці  $i_1$ . ЕРС взаємоіндукції в котушці  $e_{2M}$  пропорційна швидкості зміни цього струму:

$$e_{2M} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt} \quad (206),$$

аналогічно при зміні струму  $i_2$ :

$$e_{1M} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -M \frac{di_2}{dt} \quad (207)$$

### Повітряний трансформатор

Повітряний трансформатор представляє собою дві обмотки, що не мають гальванічного зв'язку між собою. Передача енергії з однієї обмотки у іншу відбувається через спільне магнітне поле. Повітряний трансформатор працює на використанні явища електромагнітної індукції.

Рівняння повітряного трансформатора:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 - j\omega M\dot{I}_2 \\ -\dot{U}_2 = -j\omega M\dot{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2$$

$$\underline{Z}_M = j\omega M$$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{Z}_1\dot{I}_1 - \underline{Z}_M\dot{I}_2 \\ -\dot{U}_2 = -\underline{Z}_M\dot{I}_1 + \underline{Z}_2\dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\dot{U}_2 = \underline{Z}_H\dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = \underline{Z}_H\dot{I}_2$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \frac{\underline{Z}_M}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_H} \quad \text{пов'язує між собою струми } I_1 \text{ і } I_2$$

$$\dot{U}_1 = \underline{Z}_1\dot{I}_1 - \frac{\underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_H}\dot{I}_1$$

$$\underline{Z}_M = j\omega M = jX_M \rightarrow \underline{Z}_M^2 = -X_M^2$$

$$\dot{I}_1 * \underbrace{\left(\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_H}\right)}_{\text{вхідний опір}} = \dot{U}_1$$

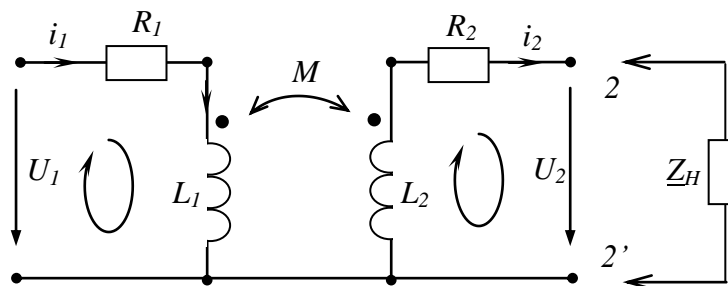


Рис.12.7.

$$\underline{Z}_{вх1} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_H} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{вн}$$

$Z_{\text{вх}}$  – власний додатковий опір, який вноситься другою обмоткою в першу.

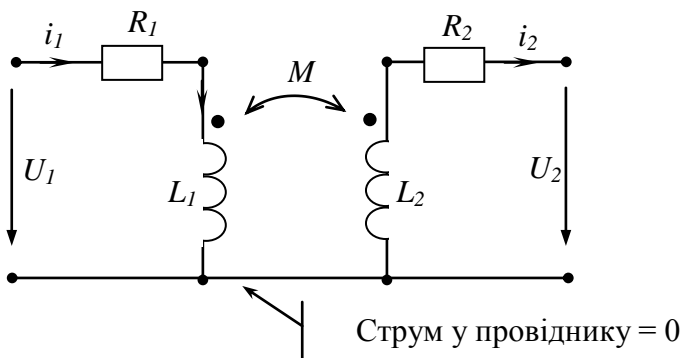


Рис.12.9.

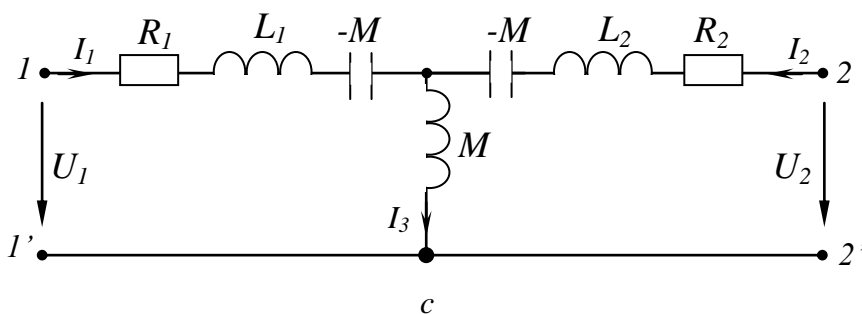


Рис.12.10.

$$\underline{Z}_{\text{вн}} = \frac{X_M^2}{R_2 + j\omega L_2 + R_H + jX_H}$$

### Одноконтурна заступна схема повітряного трансформатора

$$R_{\text{вн}} = \frac{X_M^2 \cdot (R_2 + R_H)}{(R_2 + R_H)^2 + (\omega L_2 + X_H)^2}$$

$$X_{\text{вн}} = \frac{-X_M^2 \cdot (\omega L_2 + X_H)}{(R_2 + R_H)^2 + (\omega L_2 + X_H)^2}$$

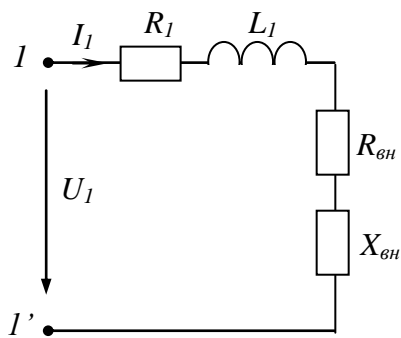


Рис.12.8.

### Двоконтурна замісна схема повітряного трансформатора

Наявність перемички дозволяє виконати розв'язку магнітного зв'язку (Рис.12.10):

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №27

### ТЕМА: ЕЛЕКТРОРУШІЙНА СИЛА ВЗАЄМІНДУКЦІЇ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про електромагнітні явища

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. ЕРС взаємоіндукції.
2. Вихрові струми.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. ЕРС взаємоіндукції.
2. Вихрові струми.

Вихрові струми, струми Фуко (на честь Леона Фуко) — вихрові індукційні струми, які виникають у масивних провідниках при зміні магнітного потоку, який їх пронизує.

Вперше вихрові струми виявлені французьким ученим Франсуа Араго (1786—1853) в 1824 р. у мідному диску, розташованому на осі під магнітною стрілкою, яка оберталася. За рахунок вихрових струмів диск теж обертася. Це явище, назване явищем Араго, було пояснене декілька років по тому М. Фарадеєм з позицій відкритого ним закону електромагнітної індукції: магнітне поле, яке обертається, індукує у мідному диску струми (вихрові), які взаємодіють з магнітною стрілкою. Вихрові струми названі на честь французького фізика Фуко (1819—1868). Він відкрив

явище нагрівання металічних тіл, які обертаються у магнітному полі, вихровими струмами.

Струми Фуко виникають під дією змінного електромагнітного поля і за своєю фізичною природою нічим не відрізняються від індукційних струмів, що виникають у лінійних проводах.

Так як електричний опір провідників малий, то сила струмів Фуко може досягати великих значень. Згідно з правилом Ленца вони вибирають у провіднику такий напрямок, щоб протистояти причині, яка їх викликає. Тому у сильному магнітному полі провідники, які рухаються, витримують сильне гальмування, яке пояснюється взаємодією струмів Фуко з магнітним полем. Цей ефект застосовується для демпфування рухливих частин гальванометрів, сейсмографів тощо.

Теплова дія струмів Фуко використовується в індукційних печах — у котушку, яка живиться від високочастотної батареї великої сили поміщають тіло-провідник, у якому виникають вихрові струми, які розігрівають його до плавлення.

У багатьох випадках струми Фуко небажані, шкідливі. Для боротьби з ними приймаються спеціальні заходи: наприклад, якоря трансформаторів набираються з тонких пластин. Поява феритів зробила можливим виготовлення цих провідників суцільними.

## **САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №28**

### **ТЕМА: ЕНЕРГІЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ**

#### **МЕТА: оволодіти знаннями про електромагнітні явища**

#### **Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Енергетичний баланс в електростатичній системі.
2. Узагальнене вираження електричної сили, перший випадок.
3. Узагальнене вираження електричної сили, другий випадок.

#### **Література:**

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

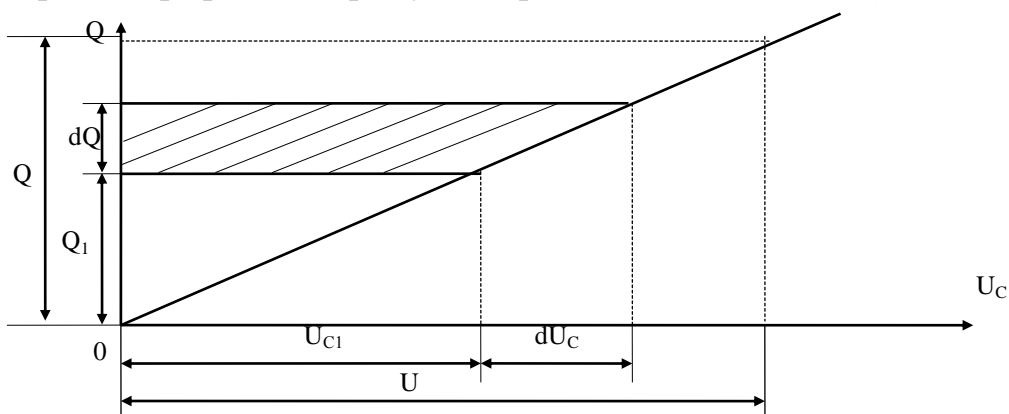
1. Пояснити енергетичний баланс в електростатичній системі.
2. Пояснити вираження електричної сили, перший випадок.
3. Пояснити вираження електричної сили, другий випадок.

1) При зарядженні конденсатора енергія накопичується у вигляді енергії електричного поля і може бути повернута джерелу при перетворенні її на інший вид енергії.

В процесі накопичування заряду зростає напруга на конденсаторі, тому при визначенні енергії, витраченої на утворення заряду на обмотках конденсатора, потрібно врахувати залежність між напругою й зарядом:

$$C = \frac{Q}{U}$$

Якщо ємність конденсатора — величина стала, залежність між напругою і зарядом графічно зображують прямою лінією (мал. 79).



Малюнок 79. Енергія електричного поля.

Припустимо, що заряд  $Q_1$  збільшився на  $dQ$  — величину таку малу, що в межах зміни заряду напругу можна вважати незмінною:  $U_c = U_{c1}(dU_c \rightarrow 0)$ . Тоді робота, виконана при збільшенні заряду на  $dQ$ , визначається добутком:

$$dA = dW_e = U_{c1} \cdot dQ \quad (208)$$

На графіку (мал. 79) ця робота показана заштрихованим елементом площі.

Усю роботу, витрачену на утворення заряду, можна визначити, підсумовуючи елементи площі в межах зміни заряду від 0 до  $Q$  і напруги від 0 до  $U_c = U$ , де  $U$  – напруга на затискачах джерела енергії.

Неважко помітити, що ця робота і енергія електричного поля конденсатора, що дорівнює їй, визначається площею прямокутного трикутника, катетами якого є  $Q$  і  $U$ .

Таким чином отримаємо:

$$W_e = \frac{QU}{2} \quad (209)$$

або

$$W_e = \frac{CU^2}{2} \quad (210)$$

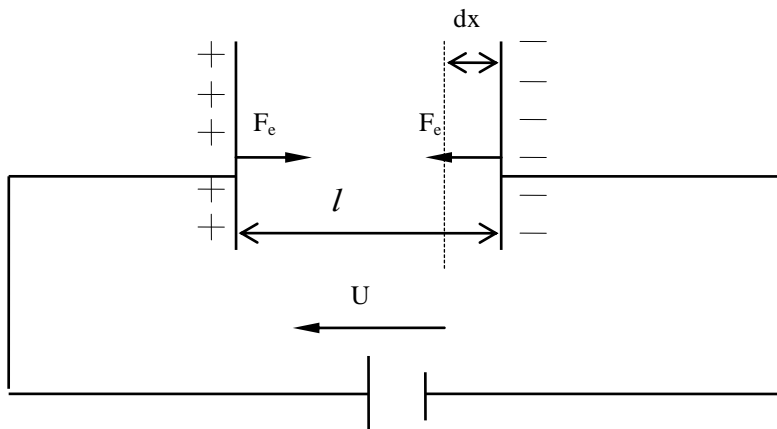
$$W_e = \frac{Q^2}{2C} \quad (211)$$

2) Розглянемо плоский конденсатор. Сили  $F_e$ , які виникають внаслідок взаємодії пластинок з електричним полем, прикладені до пластинок і напрямлені так, що вони притягуються.

Припустимо, що одна пластинка вільна і можливе мале переміщення її під дією сили  $F_e$  позначимо через  $dx$  (мал. 80).

Згідно із законом збереження енергії при зміні заряду конденсатора на  $dQ$  за рахунок енергії зовнішнього джерела змінюється енергія електричного поля на  $dW_e$  і здійснюється механічна робота  $F_e dx$ :

$$U \cdot dQ = dW_e + F_e \cdot dx \quad (212)$$



Малюнок 80. Механічні сили в електричному полі.

Розглянемо випадок, коли заряд конденсатора залишається незмінним ( $Q = const$ ), тобто заряджений конденсатор від'єднано від зовнішнього джерела енергії.

При  $dQ = 0$ , робота зовнішнього джерела  $U \cdot dQ = 0$ . Тому:

$$dW_e + F_e \cdot dx = 0 \quad \text{або} \quad F_e \cdot dx = -dW_e$$

Остання рівність показує, що механічна робота, пов'язана з переміщенням пластинок, здійснюється за рахунок енергії електричного поля.

Механічна сила яка намагається змінити положення пластинки:

$$F_e = -\frac{dW_e}{dx} \quad \text{при} \quad (Q = const) \quad (213)$$

Міркуючи аналогічно, можна дістати залежність між механічним моментом і кутом повороту  $\alpha$ , якщо механічний рух здійснюється у вигляді обертання однієї пластинки відносно іншої:

$$M = -\frac{dW_e}{d\alpha} \quad (214)$$

Припустимо, що напруга між пластинками стала ( $U = const$ ), тобто під час руху конденсатор не від'єднується від джерела енергії.

При зменшенні відстані між пластинками збільшується ємність конденсатора, що при незмінній напрузі приводить до збільшення заряду.

Зовнішнє джерело повинне витратити енергію на збільшення заряду конденсатора в кількості  $U \cdot dQ$ .

Зміна енергії електричного поля  $dW_e$  при зміні заряду, згідно з формулою (209):

$dW_e = \frac{U \cdot dQ}{2}$ , тобто становить половину енергії зовнішнього джерела, витраченої на збільшення заряду конденсатора. Друга половина енергії витрачається на покриття механічної роботи  $F_e \cdot dx$ , отже:

$$dW_e = F_e \cdot dx \quad (\text{при } U = const)$$

Звідси:

$$F_e = \frac{dW_e}{dx} \quad (215)$$

Аналогічно, при обертальному русі:

$$M = \frac{dW_e}{d\alpha} \quad (216)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №29

### ТЕМА: ЕНЕРГІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про електромагнітні явища

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Енергія магнітного поля котушки зі струмом.
2. Енергія магнітного поля магніто-зв'язаних котушок зі струмом.
3. Індуктивність в системі магніто-зв'язаних котушок зі струмом.
4. Вираження енергії через характеристики магнітного поля.

### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

1. Енергія магнітного поля котушки зі струмом.
2. Енергія магнітного поля магніто-зв'язаних котушок зі струмом.
3. Індуктивність в системі магніто-зв'язаних котушок зі струмом.
4. Вираження енергії через характеристики магнітного поля.

3) Визначимо енергію магнітного поля відокремленого контуру із струмом  $I$ , використавши формулу:

$$A = \Delta W_M = \Delta \Psi \cdot I \quad (217)$$

При цьому потрібно мати на увазі, що в процесі виникнення струму в контурі його значення збільшується від 0 до  $I$ , разом із зміною струму змінюється потокозчеплення  $\left( L = \frac{\Psi}{I} \right)$ .

За таких умов обидва множники у формулі (217) є змінними, тому за допомогою неї можна визначити тільки приріст енергії  $dW_M$  за деякий досить малий проміжок часу, протягом якого струм у контурі можна вважати незмінним:

$$dW_M = i \cdot d\Psi \quad (218)$$

де  $i$  – деяке проміжне значення струму між 0 та  $I$ , що не змінюється протягом нескінченно малого проміжку часу;

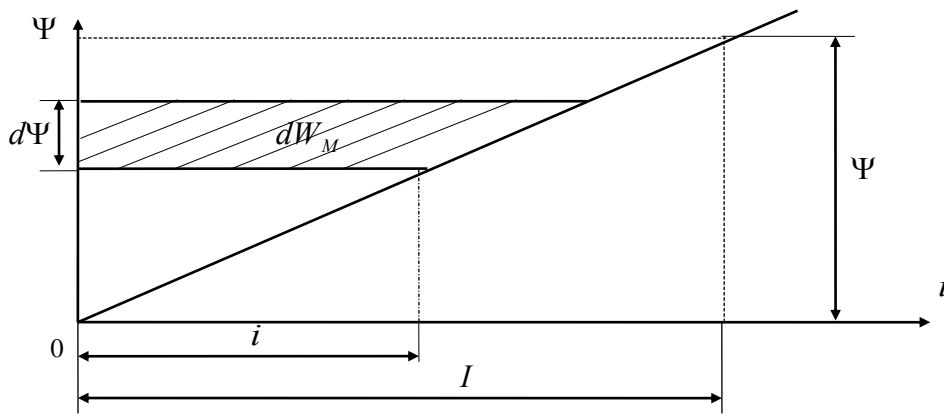
$d\Psi$  – приріст потокозчеплення за той самий проміжок часу.

Якщо індуктивність контуру стала, то залежність між потокозчепленням і струмом графічно зображують прямою лінією (мал. 81). Зміну енергії при струмі  $i$  позначаємо заштрихованим елементом площі. Енергію при потокозчепленні  $\Psi$  і струмі  $I$  можна визначити сумою таких елементів, тобто площею трикутника з катетами  $\Psi$  та  $I$ :

$$W_M = \frac{\Psi \cdot I}{2} \quad (219)$$

Враховавши формулу  $\left( L = \frac{\Psi}{I} \right)$  запишемо інші вирази для визначення енергії магнітного поля:

$$W_M = \frac{\Psi \cdot I}{2} = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{\Psi^2}{U} \quad (220)$$



Малюнок 81. Енергія магнітного поля.

2) Визначення електромагнітної сили  $F_M$  розглянемо на прикладі взаємодії полюсів електромагніту (мал. 82), вважаючи магнітне поле в повітряному зазорі між полюсами рівномірним.

Позначимо струм в обмотці електромагніту  $i$ , опір обмотки —  $R$ , можливе мале переміщення одного з полюсів (якоря електромагніту) —  $dx$ .

Робота зовнішнього джерела енергії, до затискачів якого під'єднано обмотку електромагніту, в загальному випадку витрачається на виділення тепла в обмотці ( $i^2 dt$ ), на зміну енергії в магнітному полі  $dW_M$  та механічну роботу ( $F_M dx$ ).

Згідно із законом збереження енергії:

$$U \cdot i \cdot dt = i^2 R \cdot dt + dW_M + R_M dx$$

Два останніх доданки в правій частині рівняння виражають зміну енергії в магнітній системі. Розглянемо їх більш докладно. При цьому врахуємо висновки про те, що зміна енергії магнітного поля й робота електромагнітних сил залежать від зміни потокозчеплення ( $A = \Delta \Psi \cdot I$ ), отримаємо:

$$i \cdot d\Psi = dW_M + F_M dx$$

Потокозчеплення у магнітній системі не змінюється ( $\Psi = const, d\Psi = 0$ ); ця умова дотримується в електромагнітах змінного струму.

$$\text{Тоді: } dW_M + F_M dx = 0$$

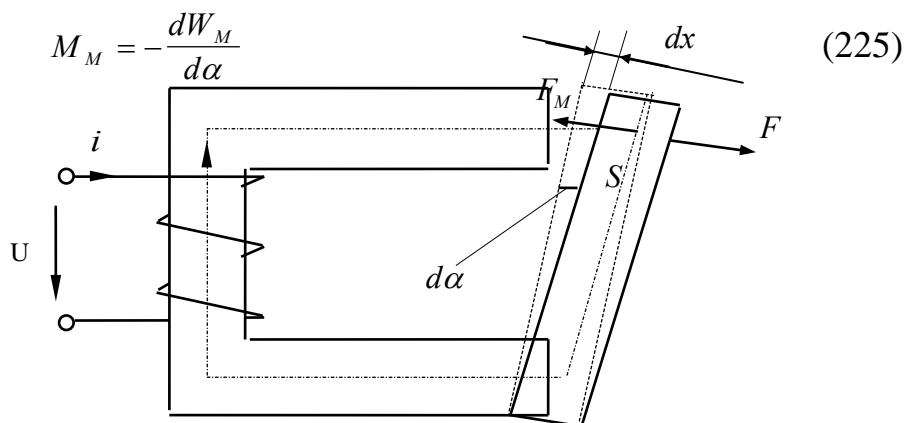
$$F_M dx = -dW_M \quad (\text{при } \Psi = const)$$

Остання рівність показує, що механічна робота, пов'язана з переміщенням якоря електромагніту, здійснюється за рахунок енергії магнітного поля.

Механічну силу, яка намагається змінити положення якоря:

$$F_M = -\frac{dW_M}{dx} \quad (224)$$

Аналогічно можна подати залежність між механічним моментом і кутом повороту якоря:



Малюнок 82. Взаємодія полюсів електромагніту.

### Тягове зусилля електромагніту.

Відривна сила (вантажу, пружини та ін.) намагається збільшити повітряний зазор між полюсами електромагніту. Припустимо, що цей зазор збільшився на  $dx$ . При цьому об'єм, в якому розподілено магнітне поле, збільшиться на  $dV = S \cdot dx$ , де  $S$  – площа полюса.

Зміна енергії магнітного поля становитиме:

$$dW_M = W_M \cdot dV = \frac{BH}{2} S \cdot dx$$

Тоді:

$$F_M = \frac{B \cdot H \cdot S}{2} = \frac{B^2 \cdot S}{2\mu_0} \quad (226)$$

### Сили взаємодії двох паралельних провідників із струмами:

На практиці часто зустрічається паралельне розташування проводів із струмами.

В цьому випадку силу взаємодії можна розглядати як дію магнітного поля струму першого проводу  $I$  на струм другого  $II$ , або навпаки (мал. 83).

Згідно з формулою:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot a}$$

Магнітне поле струму першого проводу в місці розташування другого проводу характеризується індукцією:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot a}$$

де  $a$  – відстань між осями проводів.

За формулою:

$$F_M = B \cdot I \cdot l,$$

сила, яка діє на струм другого проводу в полі першого проводу:

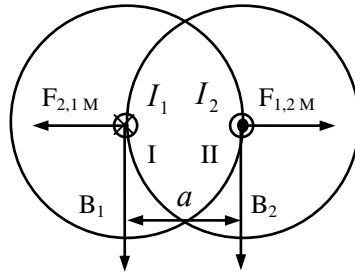
$$F_{1,2M} = B_1 I_2 l_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l_2}{2\pi \cdot a}$$

Аналогічний вираз дістанемо для сили, яка діє на струм першого проводу в магнітному полі другого проводу:

$$F_{2,1M} = B_2 I_1 l_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l_1}{2\pi \cdot a}$$

Розглянувши взаємодію однакових ділянок  $l$  двох проводів, дістанемо загальну формулу:

$$F_M = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2\pi \cdot a} \quad (227)$$



Малюнок 83. Взаємодія двох паралельних провідників із струмами.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №30

### ТЕМА: ОДЕРЖАННЯ СИНУСОЇДАЛЬНОЇ ЕРС

**МЕТА:** оволодіти знаннями про змінний електричний струм

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Рівняння і графіки синусоїдальних величин.
2. Характеристики синусоїдальних величин.

### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

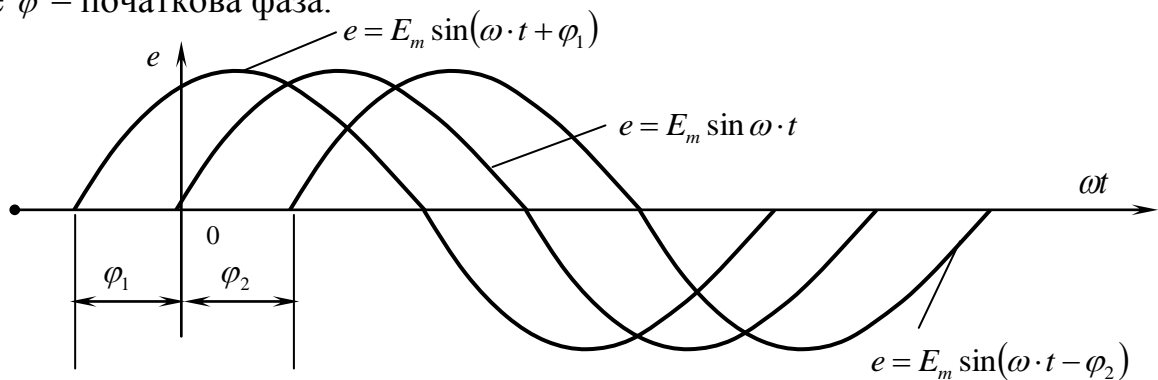
1. Що таке миттєва величина?
2. Що таке частота?
3. Що таке амплітуда?

4. Що таке фаза?
5. Що таке початкова фаза?
6. Що таке кутова частота?
7. Що таке період?

2) Рівняння (233) записане для випадку, коли початок відліку часу ( $t = 0$ ) збігається з моментом проходження рамки через нейтраль, тобто  $\alpha = 0$ ; якщо ж в момент часу  $t = 0$ ,  $\alpha \neq 0$ , тоді рівняння е.р.с. прийме вигляд:

$$e = E_m \cdot \sin(\omega t \pm \varphi) \quad (235)$$

де  $\varphi$  – початкова фаза.



Малюнок 85. Графіки е.р.с. зсунутих за фазою.

Рівнянням і графіком задаються всі характеристики величини, яка змінюється за синусоїдою: амплітуда, кутова швидкість, початкова фаза, період, частота і для будь-якого моменту часу миттєве значення.

Розглянемо ці характеристики:

1. Миттєве значення е.р.с.,  $e$  — це е.р.с. в розглядуваний момент часу.
2. Період  $T$  — найменший інтервал часу, із закінченням якого миттєві значення періодичної е.р.с. повторюються.
3. Частота  $f$  — величина, обернена періоду

$$\boxed{f = \frac{1}{T}} \quad \left[ 1\text{Гц} = \frac{1}{\text{с}} \right] \quad (236)$$

4. Амплітуда  $E_m$  — найбільше значення якого набуває е.р.с. протягом періоду.
5. Фаза (фазовий кут  $\omega t \pm \varphi$ ) — аргумент синусоїдної е.р.с., який відлічують від найближчої попередньої точки переходу е.р.с. через нуль до додатнього значення.
6. Початкова фаза — фаза синусоїдної е.р.с. у початковий момент часу.

Дві синусоїдні величини, які мають різні початкові фази, називаються зсунутими по фазі.

7. Кутова швидкість  $\omega$  — швидкість зміни фази. За час одного періоду  $T$  фазовий кут змінюється на  $2\pi$ , тому:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \quad (237)$$

- 3) Любу синусоїдну величину можна подати у вигляді вектора.

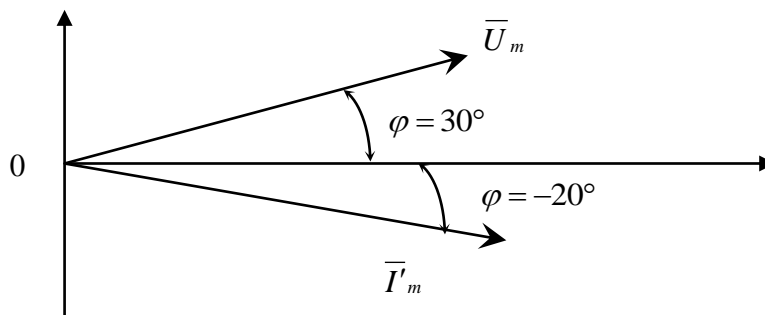
Наприклад, рівняння напруги має вигляд  $U = 125 \cdot \sin(\omega \cdot t + 30^\circ)$ , в даному рівнянні  $U_m = 125B$  і  $\varphi = 30^\circ$ .

Вибираємо масштаб  $m_U = 10 \frac{B}{\text{см}}$ . У вибраному масштабі відкладемо вектор довжиною  $\frac{U_m}{m_U} = \frac{125}{10} = 12,5$  см, під кутом  $\varphi = 30^\circ$  до горизонтальної осі проти годинникової стрілки, таким чином отримаємо вектор величини  $U_m$  (мал.86).

Аналогічно можна подати у вигляді вектора струм. Наприклад, маємо:  
 $i = 12 \cdot \sin(\omega \cdot t - 20^\circ)$

$$m_1 = 1 \frac{A}{\text{см}}; \quad \text{тоді} \quad \frac{I_m}{m_1} = \frac{12}{1} = 12 \text{ см}$$

Даний вектор подано на малюнку 86.



Малюнок 86. Векторна діаграма струму і напруги.

Сукупність векторів, які зображують на одному графіку кілька синусоїдних величин однакової частоти в початковий момент часу, називається векторною діаграмою.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №31

### ТЕМА: ВЕКТОРНІ ДІАГРАМИ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про змінний електричний струм

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Додавання і віднімання векторів.
2. Діюча величина змінного струму.
3. Середня величина змінного струму.

#### Література:

1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

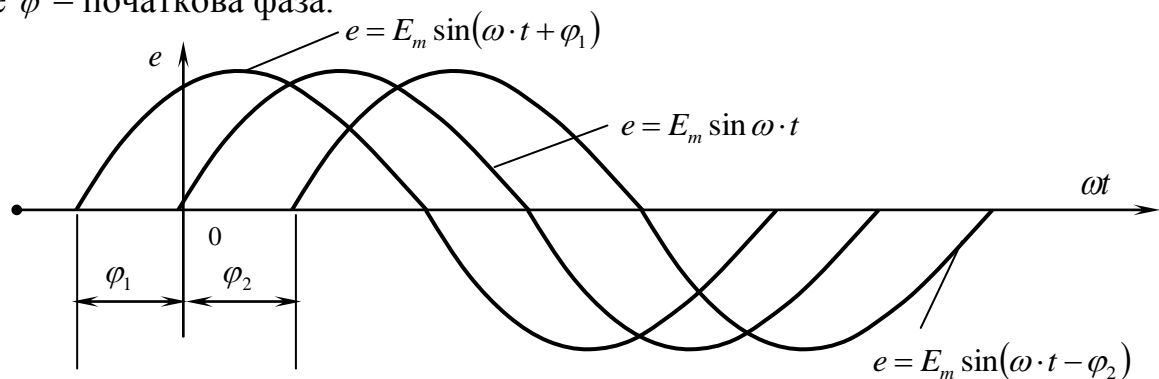
### Питання для самоконтролю.

1. Що таке векторна діаграма?
2. Що таке діюча величина змінного струму ?
3. Що таке середня величина змінного струму ?
4. Що таке коефіцієнт форми?

3) Рівняння (233) записане для випадку, коли початок відліку часу ( $t = 0$ ) збігається з моментом проходження рамки через нейтраль, тобто  $\alpha = 0$ ; якщо ж в момент часу  $t = 0$ ,  $\alpha \neq 0$ , тоді рівняння е.р.с. прийме вигляд:

$$e = E_m \cdot \sin(\omega t \pm \varphi) \quad (235)$$

де  $\varphi$  – початкова фаза.



Малюнок 85. Графіки е.р.с. зсунутих за фазою.

Рівнянням і графіком задаються всі характеристики величини, яка змінюється за синусоїдою: амплітуда, кутова швидкість, початкова фаза, період, частота і для будь-якого моменту часу миттєве значення.

Розглянемо ці характеристики:

4. Миттєве значення е.р.с.,  $e$  — це е.р.с. в розглядуваний момент часу.

5. Період  $T$  — найменший інтервал часу, із закінченням якого миттєві значення періодичної е.р.с. повторюються.

6. Частота  $f$  — величина, обернена періоду

$$\boxed{f = \frac{1}{T}} \quad \left[ 1\Gamma\eta = \frac{1}{c} \right] \quad (236)$$

7. Амплітуда  $E_m$  — найбільше значення якого набуває е.р.с. протягом періоду.

8. Фаза (фазовий кут  $\omega t \pm \varphi$ ) — аргумент синусоїдної е.р.с., який відлічують від найближчої попередньої точки переходу е.р.с. через нуль до додатнього значення.

9. Початкова фаза — фаза синусоїдної е.р.с. у початковий момент часу.

Дві синусоїдні величини, які мають різні початкові фази, називаються зсунутими по фазі.

8. Кутова швидкість  $\omega$  — швидкість зміни фази. За час одного періоду  $T$  фазовий кут змінюється на  $2\pi$ , тому:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \quad (237)$$

4) Любу синусоїдну величину можна подати у вигляді вектора.

Наприклад, рівняння напруги має вигляд  $U = 125 \cdot \sin(\omega \cdot t + 30^\circ)$ , в даному рівнянні  $U_m = 125B$  і  $\varphi = 30^\circ$ .

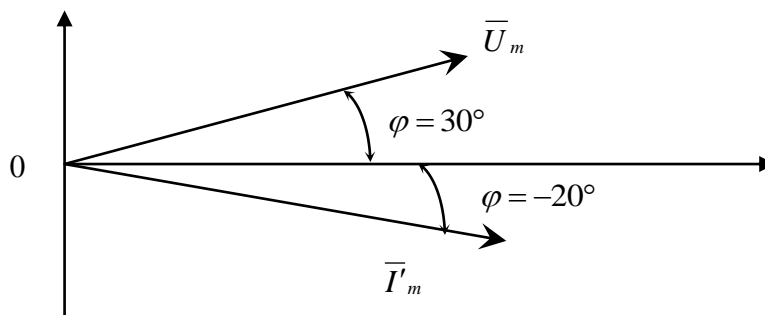
Вибираємо масштаб  $m_U = 10 \frac{B}{\text{см}}$ . У вибраному масштабі відкладемо вектор довжиною  $\frac{U_m}{m_U} = \frac{125}{10} = 12,5$  см, під кутом  $\varphi = 30^\circ$  до горизонтальної осі проти годинникової стрілки, таким чином отримаємо вектор величини  $U_m$  (мал.86).

Аналогічно можна подати у вигляді вектора струм. Наприклад, маємо:

$$i = 12 \cdot \sin(\omega \cdot t - 20^\circ)$$

$$m_1 = 1 \frac{A}{\text{см}}; \quad \text{тоді} \quad \frac{I_m}{m_1} = \frac{12}{1} = 12 \text{ см}$$

Даний вектор подано на малюнку 86.



Малюнок 86. Векторна діаграма струму і напруги.

Сукупність векторів, які зображують на одному графіку кілька синусоїдних величин однакової частоти в початковий момент часу, називається векторною діаграмою.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №32

### ТЕМА: КОЛО З АКТИВНИМ ОПОРОМ, ІНДУКТИВНІСТЮ І ЄМНІСТЮ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про елементи кіл змінного електричного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Миттєва і реактивна потужності в колі з індуктивністю.
2. Потужність в колі з ємністю.

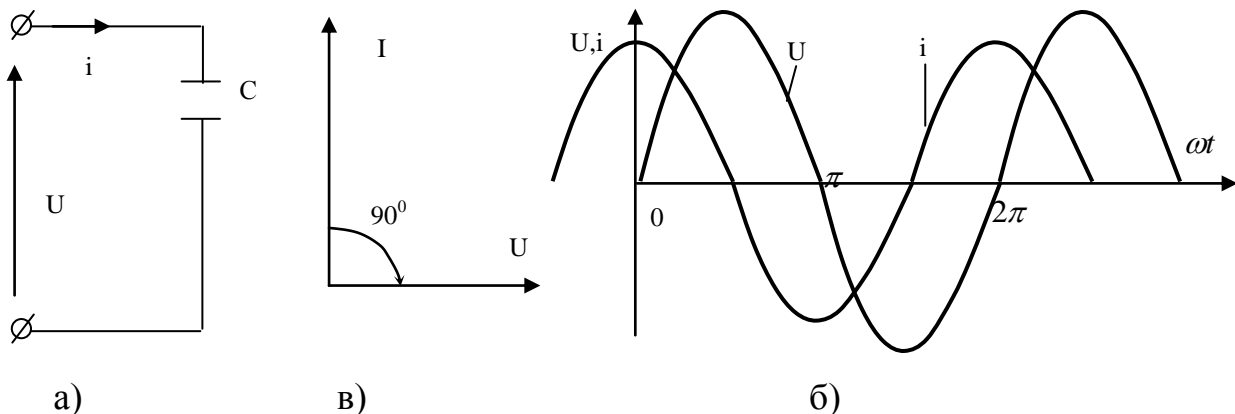
#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Що таке середня потужність за період?
2. Що таке електричний струм зміщення ?

3) Розглянемо електричну схему (мал. 89) електричного кола з ємністю.



Малюнок 89. Електричне коло з ємністю.

Задано ємність конденсатора  $C$ , напруга прикладена до кола  $U = U_m \cdot \sin \omega \cdot t$ .  
Необхідно визначити струм і потужність в колі.

Струм на ємності:

$$i = C \frac{dU}{dt} = C \frac{d(U_m \cdot \sin \omega t)}{dt} = C \cdot \omega \cdot U_m \cdot \cos \omega t \quad (247)$$

$$i = C \cdot \omega \cdot U_m \cdot \cos \omega t$$

$$\cos \omega t = \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$\text{тоді: } i = C \cdot \omega \cdot U_m \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (250)$$

З формули струму видно, що струм у колі з ємністю випереджає напругу на кут  $90^\circ$ .

Діюче значення струму:

$$I = C \cdot \omega \cdot U \quad (251)$$

Позначимо:

$$\frac{1}{C \cdot \omega} = X_C \text{ – ємнісний опір.} \quad (252)$$

$$X_C = \frac{1}{C \cdot \omega} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot \omega} \quad (253)$$

$$\text{Значить } \boxed{I = \frac{U}{X_C}; \quad U = I \cdot X_C; \quad X_C = \frac{U}{I}} \quad (254)$$

Миттєва потужність:

$$p = U_m \cdot \sin \omega t \cdot I_m \cdot \cos \omega t = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cdot \sin 2\omega t \quad (255)$$

З формули видно, що миттєва потужність коливається з подвійною частотою, змінюючи свій знак.

Тобто потужність у колі з ємністю коливається між джерелом енергії і споживачем і називається реактивною потужністю:

$$Q = U \cdot I = \frac{U^2}{X_C} = I^2 \cdot X_C \quad (256)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №33

### ТЕМА: КОЛО З РЕАЛЬНОЮ КОТУШКОЮ ІНДУКТИВНІСТІ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про елементи кіл змінного електричного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Потужність котушки.
2. Схема заміщення котушки з паралельним з'єднанням елементів.

### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

1. Що таке повна потужність?
2. Що таке коефіцієнт потужності ?
3. Що таке активна складова струму ?
4. Що таке реактивна складова струму?

1) Реальна котушка від ідеальної відрізняється тим, що змінний струм у ній супроводиться не тільки зміною енергії в магнітному полі, а й перетворенням електричної енергії в інший.

Раніше було з'ясовано, що в колі змінного струму процес перетворення електричної енергії в інший вид характеризується активною потужністю  $P$ , а зміна енергії в магнітному полі — реактивною потужністю  $Q$ .

У схемі заміщення з послідовним з'єднанням елементів реальна котушка характеризується активним опором  $R$  й індуктивністю  $L$ .

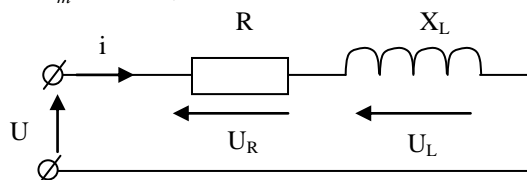
Активний опір визначається потужністю втрат:

$$R = \frac{P}{I^2},$$

а індуктивність конструкцією котушки.

Припустимо, що струм в колі визначається рівнянням:

$i = I_m \sin \omega \cdot t$ , необхідно визначити напругу і потужність в колі.



Малюнок 90. Схема заміщення реальної котушки індуктивності.

Складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$U = iR + (-e_L) = iR + L \frac{di}{dt} = U_R + U_L \quad (257)$$

де  $U_R$  — збігається за фазою зі струмом;

$U_L$  — випереджає струм на  $90^\circ$ .

$$\text{Тому: } U = RI_m \sin \omega \cdot t + \omega \cdot L \cdot I_m \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (258)$$

Розбіжність за фазою доданків ускладнює визначення амплітудного та діючого значення прикладеної до кола напруги  $U$ . Тому скористаємось векторним додаванням.

Амплітуди складових напруг:

$$U_{mR} = RI_m; \quad U_{mL} = \omega \cdot LI_m \quad (259)$$

Діючі значення:

$$U_R = RI; \quad U_L = \omega \cdot LI \quad (260)$$

Вектор загальної напруги:

$$\bar{U} = \bar{U}_R + \bar{U}_L \quad (261)$$

Вибираємо масштаби по струму та напрузі  $m_u, m_i$ . За початковий вектор діаграми берем вектор струму  $I$ .

З діаграми:

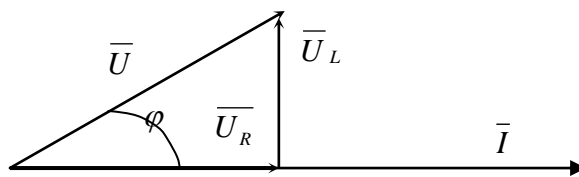
$$U_R = U \cos \varphi = U_a - \text{активна складова.} \quad (262)$$

$$U_L = U \sin \varphi = U_p - \text{реактивна складова.}$$

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$$

При струмі  $i = I_m \cdot \sin \omega \cdot t$  можна записати:

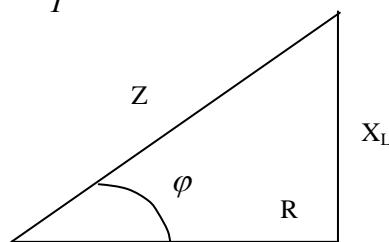
$$U = U_m \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$



Малюнок 91. Векторна діаграма реальної котушки (трикутник напруг).

Сторони трикутника напруг поділимо на струм  $I$ . Дістанемо трикутник опорів:

$$R = \frac{U_R}{I}; \quad X_L = \frac{U_L}{I}; \quad Z = \frac{U}{I} \quad (263)$$



Малюнок 92. Трикутник опорів.

Відношення діючої напруги до діючого струму називається повним опором кола:

$$R = Z \cos \varphi; \quad X_L = Z \sin \varphi \quad (264)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (265)$$

$$U = IZ = I\sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (266)$$

$$I = \frac{U}{Z} \quad (267)$$

Миттєва потужність котушки.

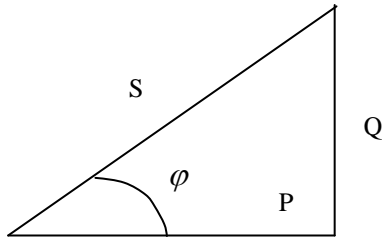
$$P = U i = U_m \sin(\omega \cdot t + \varphi) I_m \sin \omega \cdot t$$

$$P = UI \cos \varphi \text{ – активна потужність котушки} \quad (268)$$

$$Q = UI \sin \varphi \text{ – реактивна потужність котушки} \quad (269)$$

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ – повна потужність котушки} \quad (270)$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}; \quad \sin \varphi = \frac{Q}{S}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P} \quad (271)$$

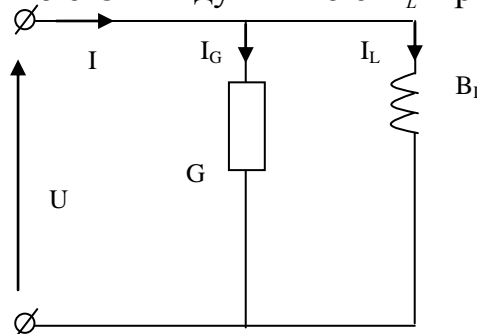


Малюнок 93. Трикутник потужностей.

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \text{ – коефіцієнт потужності.}$$

Розглянемо схему заміщення котушки з паралельним з'єднанням елементів.

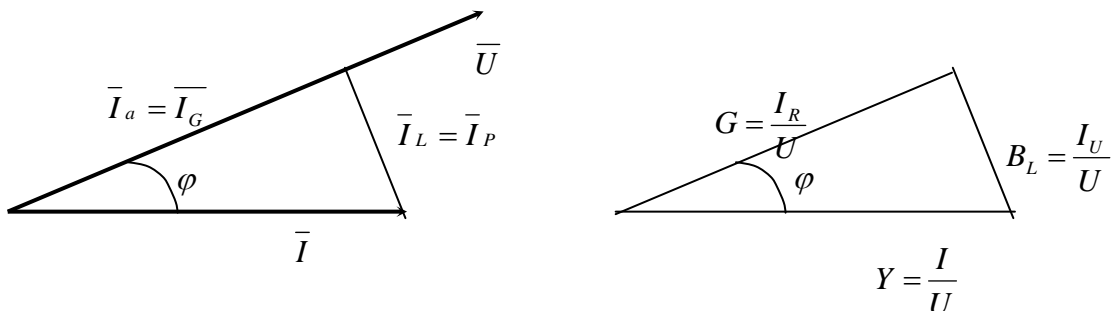
Для реальної котушки можна скласти також схему заміщення з паралельним з'єднанням двох віток: з активною  $G$  й індуктивною  $B_L$  провідністю.



Малюнок 94. Схема заміщення котушки з паралельним з'єднанням елементів.

Покажемо що в даній схемі заміщення при однаковій напрузі струм в нерозгалуженій ділянці такий самий як і в попередній схемі, активна та реактивна потужності такі ж самі.

Вектор струму  $I$  можна розкласти на дві взаємно перпендикулярні складові.



Малюнок 95. Векторні діаграми струмів і провідностей.

$$\bar{I} = \bar{I}_G + \bar{I}_L \quad (272)$$

$$I = \sqrt{I_G^2 + I_L^2} \quad (273)$$

$$I_G = I \cos \varphi \quad (274)$$

$$I_L = I \sin \varphi \quad (275)$$

Сторони трикутника виражені в струмах поділимо на напругу  $U$ , одержимо трикутник провідностей:

$$Y = \frac{I}{U} = \frac{1}{Z} = \sqrt{B_L^2 + G^2} \quad (276)$$

$$G = \frac{I_G}{U} = \frac{I \cos \varphi}{IZ} = \frac{R}{Z^2} \quad (277)$$

$$B_L = \frac{I_L}{U} = \frac{I \sin \varphi}{IZ} = \frac{X_L}{Z^2} \quad (278)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №34

### ТЕМА: КОЛО З РЕАЛЬНИМ КОНДЕНСАТОРОМ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про елементи кіл змінного електричного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Потужність конденсатора.
2. Схема заміщення конденсатора з послідовним з'єднанням елементів.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Що таке повна потужність?
2. Що таке коефіцієнт потужності ?
3. Що таке активна складова струму ?

#### 4. Що таке реактивна складова струму?

2) В реальному конденсаторі поряд із зміною енергії електричного поля (це характеризує реактивна напруженість  $Q$ ) через недосконалість діелектрика відбувається перетворення електричної енергії на тепло, швидкість якої виражається потужністю  $P$ .

Реальний конденсатор можна подати еквівалентною схемою паралельного з'єднання активної  $G$  і ємнісної  $B_C$  провідностей, причому активна провідність визначається потужністю втрат в конденсаторі  $G = \frac{P}{U_C^2}$ , а ємність — конструкцією конденсатора.

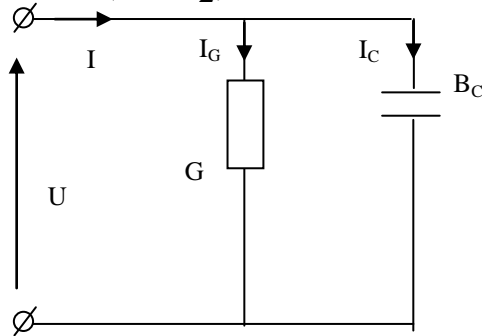
Припустимо, що провідності  $G$  і  $B_C$  для такого кола відомі, а напруга має рівняння:

$$U = U_m \sin \omega \cdot t$$

Миттєве значення струму:

$$i = i_C + i_G \quad (279)$$

$$i = I_{Gm} \sin \omega \cdot t + I_{Cm} \sin \left( \omega \cdot t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (280)$$



Малюнок 96. Схема заміщення конденсатора з паралельним з'єднанням елементів.

$$I_{Gm} = GU_m; \quad I_{Cm} = B_C U_m \quad (281)$$

$$i = GU_m \sin \omega \cdot t + B_C U_m \sin \left( \omega \cdot t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (282)$$

Для визначення діючого значення струму в нерозгалуженій ділянці  $I$  кола скористуємось векторною діаграмою:

$$\bar{I} = \bar{I}_G + \bar{I}_C \quad (283)$$

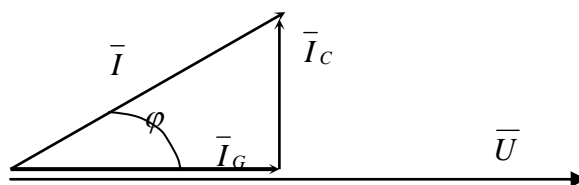
Діючі струми:

$$I_G = GU; \quad I_C = B_C U \quad (284)$$

З векторної діаграми видно що напруга відстає від струму на кут  $\varphi$ :

$$I_G = I \cos \varphi; \quad I_C = I \sin \varphi \quad (285)$$

$$I = \sqrt{I_G^2 + I_C^2}$$



Малюнок 97. Векторна діаграма струмів.

При напрузі  $U = U_m \sin \omega \cdot t$ , струм в нерозгалуженій ділянці буде:

$$i = I_{\max} \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

Сторони трикутника струмів, виражені в одиницях струму, поділимо на напругу  $U$ .

Дістанемо трикутник провідностей:

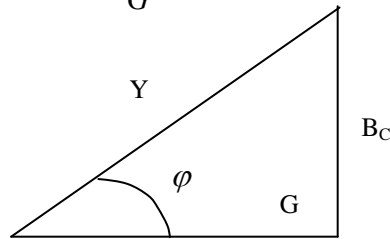
$$G = \frac{I_G}{U}; \quad B_C = \frac{I_C}{U}; \quad Y = \frac{I}{U} \quad (286)$$

Із трикутника провідностей:

$$Y = \sqrt{B_C^2 + G^2} \quad (287)$$

$$I = U \sqrt{G^2 + B_C^2} = UY; \quad U = \frac{I}{Y} \quad (288)$$

$$\sin \varphi = \frac{B_C}{Y}; \quad \cos \varphi = \frac{G}{Y}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{B_C}{G} \quad (289)$$



Малюнок 98. Трикутник провідностей.

Миттєва потужність на конденсаторі:

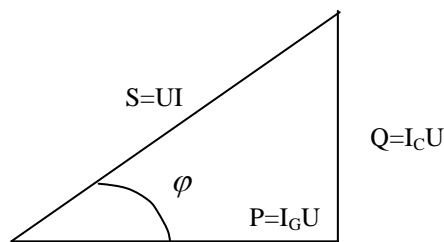
$$P = U_i = U_m \sin \omega \cdot t I_m \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

Сторони трикутника струмів помножимо на  $U$ , дістанемо трикутник потужностей:

$$P = UI_G = UI \cos \varphi \quad (290)$$

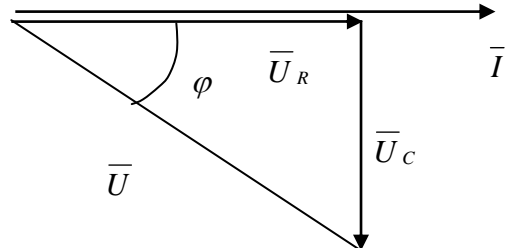
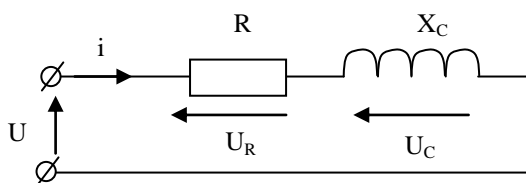
$$Q = UI_C = UI \sin \varphi \quad (291)$$

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (292)$$



Малюнок 99. Трикутник потужностей.

Реальний конденсатор як і котушку можна подати послідовним з'єднанням активного  $R$  і ємнісного опору  $X_C$ .



Малюнок 100. Схема заміщення і векторна діаграма конденсатора з послідовним з'єднанням елементів.

Конденсатори які застосовуються на практиці мають відносно малі втрати енергії. Тому в схемах вони подані найчастіше тільки реактивною частиною, тобто тільки ємністю  $C$  :

$$B_C = \omega \cdot C, \quad X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi f C} \quad (293)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №35

### ТЕМА: ПОСЛІДОВНЕ З'ЄДНАННЯ КОТУШКИ І КОНДЕНСАТОРА

**МЕТА:** оволодіти знаннями про елементи кіл змінного електричного струму

#### Питання, що виносяться на самостійне вивчення.

1. Енергетичний процес у колі.
2. Явище резонансу напруг.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

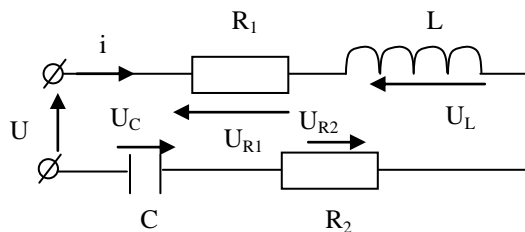
#### Питання для самоконтролю.

1. Особливості енергетичного процесу у колі.
2. Умова резонансу напруг.

1) При послідовному з'єднанні котушки і конденсатора на розрахунковій схемі кожний з цих елементів електричного кола можна подати активним і реактивним опорами або активною і реактивною провідностями.

Для розрахунку більш простою є схема де елементи з'єднані послідовно (мал. 101)

Припустимо, що відомі параметри котушки  $R_1, L$ , конденсатора  $R_2, C$  і струм в колі  $i = I_m \sin \omega \cdot t$ .



Малюнок 101. Схема заміщення котушки і конденсатора при послідовному з'єднанні.

Необхідно визначити напругу на ділянках кола і потужність.

Миттєве значення загальної напруги можна подати сумою миттєвих напруг на окремих елементах схеми:

$$U = U_{1R} + U_L + U_{2R} + U_C \quad (294)$$

Поскільки напруги на активних і реактивних елементах не співпадають за фазою, то загальну напругу, прикладену до кола, можна визначити векторним додаванням:

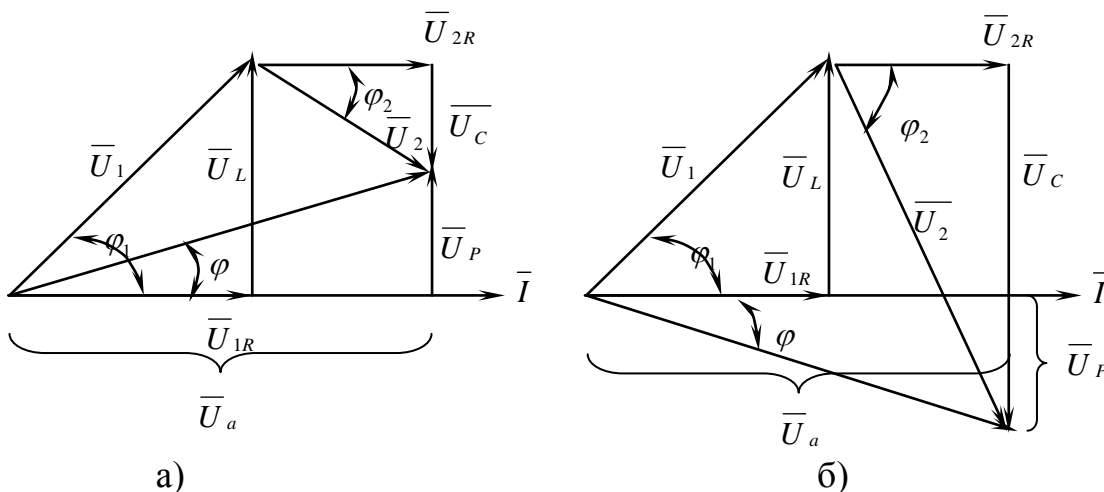
$$\bar{U} = \bar{U}_{1R} + \bar{U}_L + \bar{U}_{2R} + \bar{U}_C$$

Для побудови векторної діаграми знаходимо діючі значення напруг на елементах схеми:

$$U_{1R} = IR_1; \quad U_{2R} = IR_2; \quad U_L = IX_L; \quad U_C = IX_C$$

Залежно від співвідношення реактивних опорів індуктивності та ємності розглянемо три випадки:

1.  $X_L > X_C$  Побудуємо векторну діаграму.



Малюнок 102. Векторні діаграми при  $X_L > X_C$  (а) та  $X_L < X_C$  (б).

При однаковому струмі в усіх елементах кола  $U_L \angle U_C$ . Струм відстає від загальної напруги за фазою на кут  $\varphi$ . З трикутника напруг випливає, що:

$$U = \sqrt{(U_{1R} + U_{2R})^2 + (U_L - U_C)^2} \quad (295)$$

Або:

$$U = I \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (296)$$

Позначимо:  $R_1 + R_2 = R$ ;  $X_L - X_C = X$

$$\text{Тоді: } U = I \sqrt{R^2 + X^2} = IZ, \quad (297)$$

де  $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_L - X_C)^2}$  – повний опір кола. (298)

Повний опір кола  $Z$  є коефіцієнтом пропорційності між діючими значеннями струму і загальної напруги кола:

$$U = IZ; \quad I = \frac{U}{Z}; \quad Z = \frac{U}{I} \quad (299)$$

З трикутника напруги й опорів визначають:

$$\cos \varphi = \frac{U_a}{U} = \frac{R}{Z}; \quad \sin \varphi = \frac{U_L - U_C}{U} = \frac{X_L - X_C}{Z} \quad (300)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_a} = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (301)$$

Кут зсуву фаз між напругою і струмом у даному випадку додатній ( $\varphi > 0$ ).

2.  $X_L \angle X_C$ . Векторна діаграма приведена на (мал. 102б), де  $U_L \angle U_C$ , тому загальна напруга відстає від струму на кут  $\varphi < 0$ .

Реактивний опір кола має емнісний характер. Розрахункові формули для першого випадку залишаються без змін й для другого випадку.

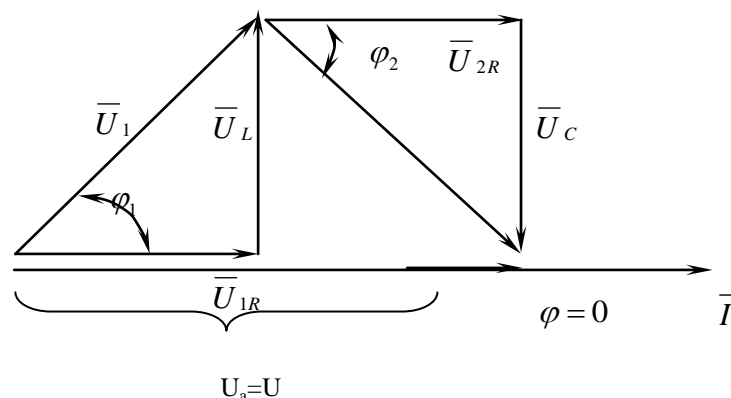
3.  $X_L = X_C$ . У цьому випадку реактивні складові напруги котушки і конденсатора однакові за значенням і взаємно компенсовані ( $U_L = U_C$ ), (мал. 103) і загальний реактивний опір дорівнює нулю, а повний опір кола  $Z = R$ . Загальна напруга збігається за фазою із струмом і дорівнює за значенням активній складовій напруги.

Кут  $\varphi$  зсуву фаз між струмом і загальною напругою дорівнює нулю.

Струм у колі й загальна напруга пов'язані формулою:

$$U = IR; \quad I = \frac{U}{R}$$

У випадку  $X_L = X_C$  в колі має місце явище резонансу напруг.



Малюнок 103. Векторна діаграма кола при  $X_L = X_C$ .

З трикутника напруг легко дістати трикутник потужностей, з якого випливають формули:

$$P = UI \cos \varphi; \quad Q = UI \sin \varphi; \quad S = UI = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$$

### САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №36

#### ТЕМА: НЕРОЗГАЛУЖЕНЕ КОЛО ЗМІННОГО СТРУМУ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Розрахунок нерозгалужених кіл змінного струму.
2. Векторна діаграма.
3. Розрахункові формули.

#### Література:

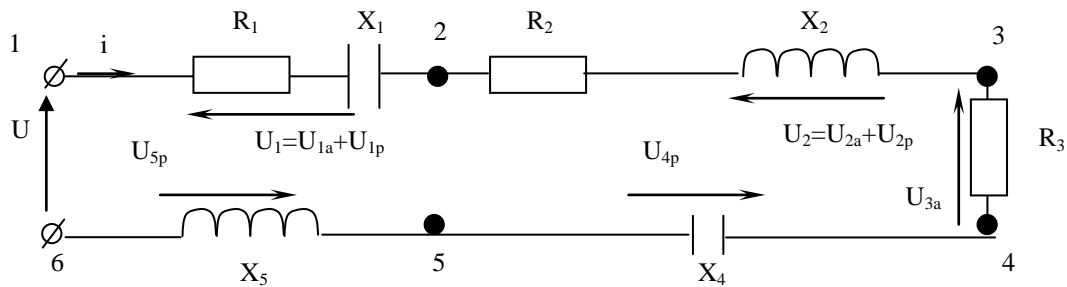
- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Пояснити порядок розрахунку нерозгалужених кіл змінного струму.
2. Пояснити порядок побудови векторної діаграма.
3. Пояснити розрахункові формули.

2) Порядок розрахунку, встановлений для кола при послідовному з'єднанні котушки і конденсатора, можна застосувати і для кола, яке має довільну кількість котушок і конденсаторів, з'єднаних послідовно.

Розглянемо електричну схему (мал. 104).



Малюнок 104. Розрахункова схема нерозгалуженого кола.

На схемі показано нерозгалужене коло, яке складається з п'яти ділянок, конденсатора ( $R_1 X_1$ ) і котушки ( $R_2 X_2$ ), поданих активними і реактивними опорами, резистора з опором  $R_3$ , конденсатора  $X_4$  і котушки  $X_5$ .

Задані опори ділянок кола, струм у колі  $i = I_m \sin \omega \cdot t$ .

Необхідно знайти напругу на ділянках кола, загальну напругу та потужності кола.

Для миттєвих значень напруг, згідно за другим законом Кірхгофа отримаємо рівняння напруг:

$$U = U_{1a} + U_{1p} + U_{2a} + U_{2p} + U_{3a} + U_{4p} + U_{5p} \quad (302)$$

Переходимо до діючих значень напруг і записуємо векторну суму:

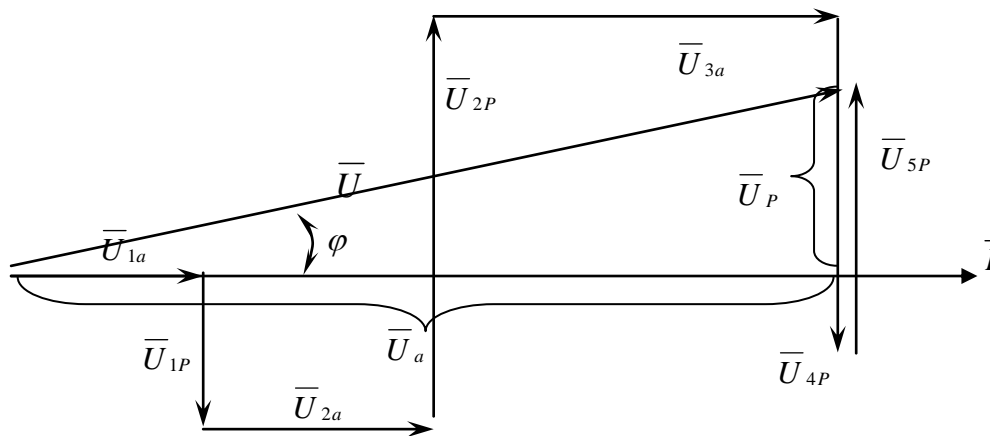
$$\bar{U} = \bar{U}_{1a} + \bar{U}_{1p} + \bar{U}_{2a} + \bar{U}_{2p} + \bar{U}_{3a} + \bar{U}_{4p} + \bar{U}_{5p} \quad (303)$$

Значення діючих напруг на елементах кола:

$$\begin{aligned} U_{1a} &= IR_1; & U_{1p} &= IX_1; & U_{2a} &= IR_2; & U_{2p} &= IX_2; \\ U_{3a} &= IR_3; & U_{4p} &= IX_4; & U_{5p} &= IX_5 \end{aligned} \quad (304)$$

де  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$  – діюче значення струму.

Будуємо векторну діаграму струмів і напруг, переходячи від опору до опору (мал. 105) у вибраному масштабі струму і напруги. Для кіл з послідовним з'єднанням елементів векторну діаграму починаємо будувати з вектора струму.



Малюнок 105. Векторна діаграма поля.

З векторної діаграми видно, що всі активні складові векторів напрямлені в один бік, тому векторне додавання активних складових напруг можна замінити арифметичним і знайти активну складову напруги кола:

$$U_a = U_{1a} + U_{2a} + U_{3a} \quad (305)$$

Реактивні складові векторів напруг перпендикулярні до вектора струму, причому індуктивні напруги напрямлені в один бік, а ємнісні — в інший.

Тому реактивна складова напруги кола  $U_p$  визначається їх алгебраїчною сумою, в якій індуктивні напруги вважають додатними, а ємнісні — від'ємними:

$$U_p = -U_{1p} + U_{2p} - U_{4p} + U_{5p} \quad (306)$$

Вектори активної, реактивної і повної напруг кола утворюють прямокутний трикутник, з якого випливає:

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} \quad (307)$$

Підставивши спади напруг, виражені через струм і відповідні опори, дістанемо:

$$U = I \sqrt{(\sum R_n)^2 + (\sum X_n)^2} \quad (308)$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{(\sum R_n)^2 + (\sum X_n)^2}} = \frac{U}{Z} \quad (309)$$

де  $\sum R_n$  — загальний активний опір кола, який рівний арифметичній сумі активних опорів кола;

$\sum X_n$  — загальний реактивний опір, який дорівнює алгебраїчній сумі всіх реактивних опорів;

В цій сумі індуктивні опори додатні, ємнісні — від'ємні.

Повний опір нерозгалуженого кола:

$$Z = \sqrt{(\sum R_n)^2 + (\sum X_n)^2} \quad (310)$$

Для кола з послідовним з'єднанням елементів:

$$\cos \varphi = \frac{\sum R_n}{Z}; \quad \sin \varphi = \frac{\sum X_n}{Z}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\sum X_n}{\sum R_n} \quad (311)$$

Потужності кола:

$$P = UI \cos \varphi; \quad Q = UI \sin \varphi; \quad S = UI \quad (312)$$

Разом з тим активну потужність кола можна дістати як арифметичну суму активних потужностей в елементах з активним опором, реактивна потужність рівна алгебраїчній сумі потужностей елементів. В цій сумі потужності індуктивних елементів додатні, ємнісних — від'ємні.

$$P = \sum P; \quad Q = \sum Q; \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (313)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №37

### ТЕМА: РОЗГАЛУЖЕНЕ КОЛО ЗМІННОГО СТРУМУ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Розрахунок розгалужених кіл змінного струму з паралельним з'єднанням гілок.
2. Розрахунок кола без визначення провідностей гілок.

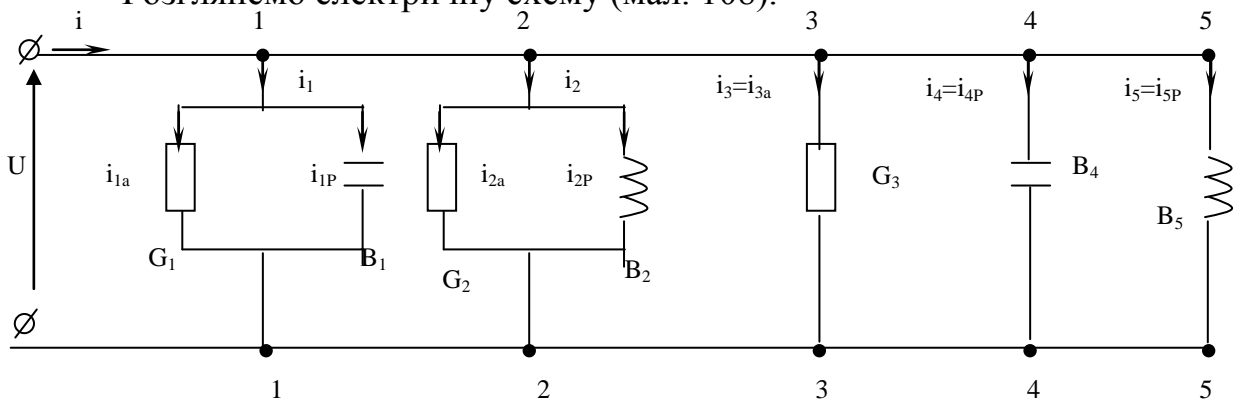
#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

Питання для самоконтролю.

1. Розрахунок розгалужених кіл змінного струму з паралельним з'єднанням гілок.
2. Векторна діаграма.
3. Розрахункові формули.
4. Розрахунок кола без визначення провідностей гілок. Розрахунок нерозгалужених кіл змінного струму.

Розглянемо електричну схему (мал. 108).



Малюнок 108. Розрахункова схема.

Задані параметри елементів кола і напруга  $U = U_m \cdot \sin \omega t$ .

Для миттєвих значень, згідно з першим правилом Кірхгофа, рівняння струмів:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5 \quad (322)$$

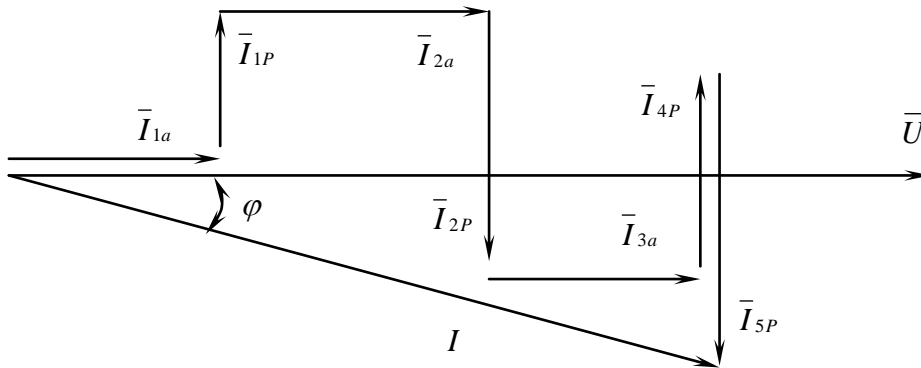
або  $i = i_{1a} + i_{1p} + i_{2a} + i_{2p} + i_{3a} + i_{4p} + i_{5p}$  (323)

Для діючих значень векторне рівняння:

$$\bar{I} = \bar{I}_{1a} + \bar{I}_{1p} + \bar{I}_{2a} + \bar{I}_{2p} + \bar{I}_{3a} + \bar{I}_{4p} + \bar{I}_{5p} \quad (324)$$

Числові значення векторів струму визначають добутком напруги і провідності відповідної вітки.

Будуємо векторну діаграму:



Малюнок 109. Векторна діаграма кола.

З векторної діаграми:

$$I_a = I_{1a} + I_{2a} + I_{3a}$$

$$I_p = -I_{1p} + I_{2p} - I_{4p} + I_{5p}$$

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}$$

$$I = U \sqrt{(\sum G_n)^2 + (\sum B_n)^2} \quad (325)$$

$$U = \frac{I}{\sqrt{(\sum G_n)^2 + (\sum B_n)^2}} = \frac{I}{Y} \quad (326)$$

$$Y = \sqrt{(\sum G_n)^2 + (\sum B_n)^2} \quad (327)$$

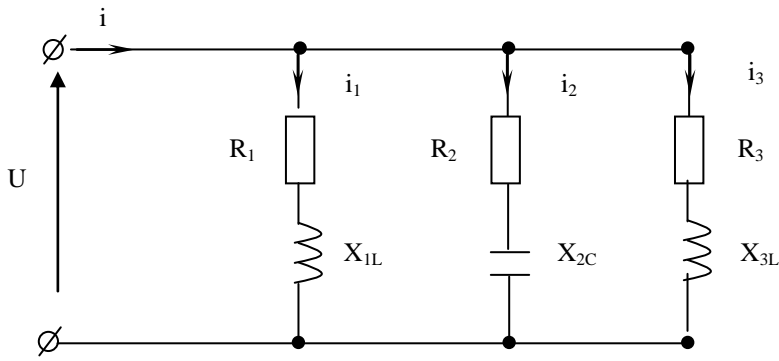
$\cos \varphi = \frac{\sum G_n}{Y};$	$\sin \varphi = \frac{\sum B_n}{Y};$	$tg \varphi = \frac{\sum B_n}{\sum G_n}$	(328)
--------------------------------------	--------------------------------------	--	-------

$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi;$	$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi;$	$S = U \cdot I$	(329)
-------------------------------------	-------------------------------------	-----------------	-------

або:  $P = \sum P_n; \quad Q = \sum Q_n; \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}$  (330)

Розглянемо розрахунок кола без визначення провідностей віток.

Розрахунок електричного кола при паралельному з'єднанні віток можна виконати без попереднього визначення активних і реактивних провідностей, тобто подаючи елементи кола в схемі заміщення їх активними і реактивними опорами (мал. 110).



Малюнок 110. Схема електричного кола.

Задано напругу прикладену до кола  $U = U_m \cdot \sin \omega t$  і параметри елементів кола:

$R_1, R_2, R_3, X_{1L}, X_{2C}, X_{3L}$ .

Визначити струми і потужності кола.

Визначаємо струми віток:

$$I_1 = \frac{U}{Z_1}; \quad I_2 = \frac{U}{Z_2}; \quad I_3 = \frac{U}{Z_3} \quad (331)$$

де  $Z_1, Z_2, Z_3$  – повні опори віток.

Для побудови векторної діаграми знаходимо активні і реактивні складові струмів віток:

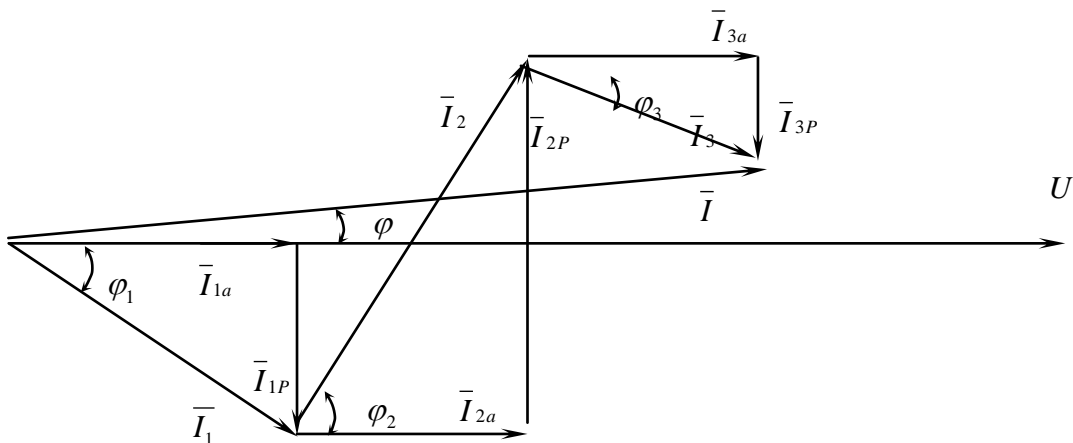
$$I_{1a} = I_1 \frac{R_1}{Z_1}; \quad I_{1p} = I_1 \frac{X_{1L}}{Z_1}; \quad I_{2a} = I_2 \frac{R_2}{Z_2}; \quad I_{2p} = I_2 \frac{X_{2C}}{Z_2} \quad (332)$$

$$I_{3a} = I_3 \frac{R_3}{Z_3}; \quad I_{3p} = I_3 \frac{X_{3L}}{Z_3}.$$

Струм в нерозгалуженій ділянці кола:

$$\bar{I} = \bar{I}_{1a} + \bar{I}_{1p} + \bar{I}_{2a} + \bar{I}_{2p} + \bar{I}_{3a} + \bar{I}_{3p}$$

Будуємо векторну діаграму.



Малюнок 111. Векторна діаграма при паралельному з'єднанні віток.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №38

### ТЕМА: ВИРАЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ КОМПЛЕКСНИМИ ЧИСЛАМИ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Основні поняття про комплексні числа.
2. Форми запису комплексних чисел.

#### **Література:**

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### **Питання для самоконтролю.**

1. Вираження комплексними числами напруги і струму.
2. Вираження комплексними числами опору.
3. Вираження комплексними числами провідності.
4. Вираження комплексними числами потужності.

Розрахунок електричних кіл суттєво полегшується, якщо зображувати синусоїдні величини векторами, або комплексними числами.

Відповідно до формули Ейлера комплексне число  $e^{j\cdot\alpha}$  дорівнює:  $e^{j\cdot\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha$  (2.47), і на комплексній площині зображується вектором, що має одиничну довжину та складає з віссю дійсних чисел кут

$\alpha$  (рис. 2.12). Проекція  $e^{j\cdot\alpha}$  на вісь дійсних чисел -  $\cos\alpha$ , а на вісь уявних чисел -  $\sin\alpha$ ;  $j = \sqrt{-1}$  - уявна одиниця.

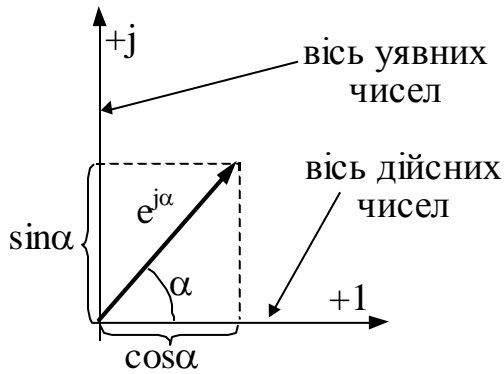


Рис.2.12

Якщо замість числа  $e^{j\cdot\alpha}$  розглянути число  $I_m \cdot e^{j\cdot\alpha}$ , то відповідно до формули Ейлера  $I_m \cdot e^{j\cdot\alpha} = I_m \cdot \cos\alpha + jI_m \cdot \sin\alpha$ , і на комплексній площині воно зображується вектором, що має довжину  $I_m$  і також складає з віссю дійсних чисел кут  $\alpha$ . Кут  $\alpha$  може бути будь-яким. Припустимо, що  $\alpha = \omega \cdot t + \varphi$ , тоді

$$I_m \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi)} = I_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) + jI_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi), \quad (2.48)$$

де  $I_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$  – дійсна частина,

$I_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$  – коефіцієнт при уявній одиниці  $j$ .

Таким чином, синусоїдний струм  $i = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$  можна уявити як проекцію вектора  $I_m \cdot e^{j \cdot (\omega t + \varphi)}$ , що обертається з кутовою швидкістю  $\omega$ , на вісь уявних чисел. Якщо синусоїдна функція повністю характеризується амплітудою і початковою фазою при відомій частоті, то початкове положення вектора  $I_m \cdot e^{j \cdot (\omega t + \varphi)} = I_m \cdot e^{j \cdot \varphi} \cdot e^{j \cdot (\omega t)}$  повністю визначає синусоїдну функцію  $i = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ , а комплексне число  $\underline{I}_m = I_m \cdot e^{j \cdot \varphi}$  зветься комплексною амплітудою струму ( $e^{j \cdot \omega t}$  - оператор обертання). Векторне зображення синусоїдних величин для нульового моменту часу дає наочну картину взаємного розташування комплексних амплітуд синусоїдних функцій і дозволяє легко проводити простіші операції.

*Примітка:* на комплексній площині від'ємні кути відкладаються проти годинникової стрілки від осі дійсних чисел, негативні – за годинниковою стрілкою від осі дійсних чисел.

Розглянемо приклад розв'язання задачі за допомогою комплексної площини.

Дано: схема рис.2.13,  $i_1 = 10 \cdot \sin(\omega t - 60)$ ,  $i_2 = 5 \cdot \sin(\omega t + 30)$ .

Знайти: струм  $i$ .

За першим законом Кірхгофа для миттєвих значень струму  $i = i_1 + i_2$ .

Будуємо на комплексній площині вектори, що зображують струми  $\underline{i}_1$ ,  $\underline{i}_2$ , та складаємо їх для отримання загального струму  $\underline{i}$ .

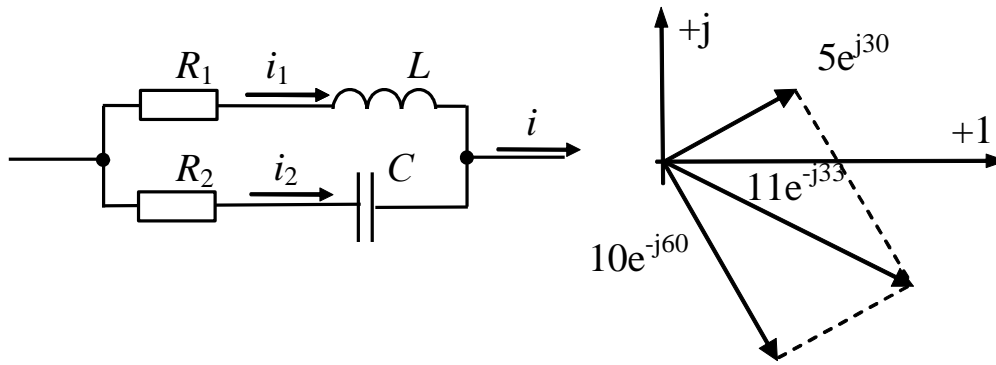


Рис.2.13

## 2.8. Форми запису комплексного числа. Дії з комплексними числами

Існують чотири *форми* запису комплексних чисел:

- показова -  $\underline{I}_m = 5 \cdot e^{j \cdot 30^\circ}$  ;
- полярна -  $\underline{I}_m = 5 \cdot \angle 30^\circ$  ;
- алгебраїчна -  $\underline{I}_m = 4,33 + j \cdot 2,5$ , де 4,33 - дійсна частина,  $j \cdot 2,5$  - уявна частина;

частина;

- тригонометрична -  $\underline{I}_m = 5 \cdot \cos 30^\circ + j \cdot 5 \cdot \sin 30^\circ$ , як перехід від полярної форми ( $\underline{I}_m = 5 \cdot \angle 30^\circ$ ) до алгебраїчної ( $\underline{I}_m = 4,33 + j \cdot 2,5$ ).

Дії над комплексними числами:

- множення роблять у полярній або показовій формі, наприклад:

$$\underline{U}_m = \underline{I}_m \cdot \underline{Z} = 5 \cdot \angle 30^\circ \cdot 15 \cdot \angle -40^\circ = 75 \cdot \angle -10^\circ, \text{ В.}$$

- ділення роблять також у полярній або показовій формі, наприклад:

$$\underline{I}_m = \frac{\underline{U}_m}{\underline{Z}} = \frac{75 \cdot \angle -10^\circ}{15 \cdot \angle -40^\circ} = 5 \angle 30^\circ, \text{ А}$$

- складання або вирахування роблять в алгебраїчній формі, наприклад:

$$\underline{I}_{m1} = 10 \angle (-60^\circ) = 10 \cdot \cos(-60^\circ) + j \cdot 10 \cdot \sin(-60^\circ) = 5 - j \cdot 8,66,$$

$$\underline{I}_{m2} = 5 \angle 30^\circ = 10 \cdot \cos 30^\circ + j 10 \cdot \sin 30^\circ = 4,33 + j \cdot 2,5,$$

$$\underline{I}_m = \underline{I}_{m1} + \underline{I}_{m2} = 5 - j \cdot 8,66 + 4,33 + j \cdot 2,5 = 9,33 - j \cdot 6,16.$$

Перехід від алгебраїчної до полярної форми має деякі особливості.

Так, якщо вектор, що зображує комплексне число, знаходиться в першій або четвертій чвертях комплексної площини, перехід роблять наступним чином:

$$\underline{I}_m = 4,33 + j \cdot 2,55 = \sqrt{4,33^2 + 2,55^2} \cdot \angle \left( \arctg \left( \frac{2,55}{4,33} \right) \right)^\circ = 5 \angle 30^\circ,$$

$$\underline{I}_m = 4,33 - j \cdot 2,55 = \sqrt{4,33^2 + 2,55^2} \cdot \angle \left( -\arctg \left( \frac{2,55}{4,33} \right) \right)^\circ = 5 \angle (-30^\circ).$$

Якщо вектор, що зображує комплексне число, знаходиться у другій чверті комплексної площини, перехід роблять наступним чином:

$$\underline{I}_m = -4,33 + j \cdot 2,55 = \sqrt{4,33^2 + 2,55^2} \cdot \angle \left( 180^\circ - \arctg \left( \frac{2,55}{4,33} \right) \right)^\circ = 5 \angle 150^\circ.$$

Якщо вектор, що зображує комплексне число знаходиться в третій чверті комплексної площини, перехід роблять наступним чином:

$$\underline{I}_m = -4,33 - j \cdot 2,55 = \sqrt{4,33^2 + 2,55^2} \cdot \angle \left( - \left( 180^\circ - \arctg \left( \frac{2,55}{4,33} \right) \right) \right)^\circ = 5 \angle (-150)^\circ.$$

*Примітка:*  $\frac{1}{j} = -j$ ; множення вектора на уявне число  $j$  означає його поворот на  $90^\circ$  проти годинникової стрілки.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №39

### ТЕМА: ВИРАЖЕННЯ КОМПЛЕКСНИМИ ЧИСЛАМИ ОПОРУ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

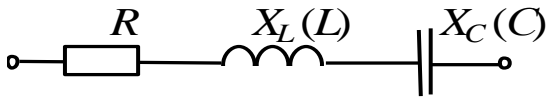
1 Вираження комплексними числами опору.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

- 1 Вираження комплексними числами напруги і струму.
- 2 Вираження комплексними числами опору.
- 3 Вираження комплексними числами провідності.
- 4 Вираження комплексними числами потужності.



Комплексною провідністю ділянки кола називають відношення комплексу струму до комплексу напруги на цій ділянці кола:

Рис.2.14

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z} \cdot e^{j\varphi}} = Y \cdot e^{-j\varphi} = G - j \cdot B, \quad (2.58)$$

де  $G$  - активна провідність;

$B = B_L - B_C$  - реактивна провідність.

Знайдемо  $G$  і  $B$ , якщо відомі  $R$ ,  $X = X_L - X_C$ :

$$\underline{Y} = G - j \cdot B = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{(R - j \cdot X)}{(R + j \cdot X) \cdot (R - j \cdot X)} = \frac{(R - j \cdot X)}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \cdot \frac{X}{R^2 + X^2} \quad (2.59)$$

Тобто  $G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2},$

(2.

60)

$$B = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{X}{Z^2}.$$

(2.61

)

Знайдемо  $R$  і  $X$ , якщо відомі  $G$  і  $B$ :

$$\underline{Z} = R + j \cdot X = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{(G + j \cdot B)}{(G - j \cdot B) \cdot (G + j \cdot B)} = \frac{(G + j \cdot B)}{G^2 + B^2} = \frac{G}{G^2 + B^2} + j \cdot \frac{B}{G^2 + B^2}. \quad (2.62)$$

Тобто  $R = \frac{G}{G^2 + B^2} = \frac{G}{Y^2},$  (2.63)

$$X = \frac{B}{G^2 + B^2} = \frac{B}{Y^2}. \quad (2.64)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №40

**ТЕМА: ВИРАЖЕННЯ КОМПЛЕКСНИМИ ЧИСЛАМИ ПРОВІДНОСТІ**

**МЕТА: оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму**

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1 Вираження комплексними числами провідності.

## Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

- 1 Вираження комплексними числами напруги і струму.
- 2 Вираження комплексними числами опору.
- 3 Вираження комплексними числами провідності.
- 4 Вираження комплексними числами потужності.

Комплексною провідністю ділянки кола називають відношення комплексу струму до комплексу напруги на цій ділянці кола:

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Z \cdot e^{j\varphi}} = Y \cdot e^{-j\varphi} = G - j \cdot B, \quad (2.58)$$

де  $G$  - активна провідність;

$B = B_L - B_C$  - реактивна провідність.

Знайдемо  $G$  і  $B$ , якщо відомі  $R$ ,  $X = X_L - X_C$ :

$$\underline{Y} = G - j \cdot B = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{(R - j \cdot X)}{(R + j \cdot X) \cdot (R - j \cdot X)} = \frac{(R - j \cdot X)}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \cdot \frac{X}{R^2 + X^2} \quad (2.59)$$

$$\text{Тобто } G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2},$$

(2.

60)

$$B = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{X}{Z^2}.$$

(2.61

)

Знайдемо  $R$  і  $X$ , якщо відомі  $G$  і  $B$ :

$$\underline{Z} = R + j \cdot X = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{(G + j \cdot B)}{(G - j \cdot B) \cdot (G + j \cdot B)} = \frac{(G + j \cdot B)}{G^2 + B^2} = \frac{G}{G^2 + B^2} + j \cdot \frac{B}{G^2 + B^2}. \quad (2.62)$$

$$\text{Тобто } R = \frac{G}{G^2 + B^2} = \frac{G}{Y^2}, \quad (2.63)$$

$$X = \frac{B}{G^2 + B^2} = \frac{B}{Y^2}. \quad (2.64)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №41

### ТЕМА: ВИРАЖЕННЯ КІЛ КОМПЛЕКСНИМИ ЧИСЛАМИ ПОТУЖНОСТІ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

- 1 Вираження комплексними числами потужності.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

Питання для самоконтролю.

- 1 Вираження комплексними числами напруги і струму.
- 2 Вираження комплексними числами опору.
- 3 Вираження комплексними числами провідності.
- 4 Вираження комплексними числами потужності.

Припустимо, напруга на ділянці кола -  $\underline{U} = U \cdot e^{j \cdot \varphi_u}$ , а струм -  $\underline{I} = I \cdot e^{j \cdot \varphi_i}$ .

Кут зсуву фаз між напругою і струмом  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ . Тоді комплексом повної потужності визначається:

$$\tilde{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = U \cdot e^{j \cdot \varphi_u} \cdot I \cdot e^{-j \cdot \varphi_i} = U \cdot I \cdot e^{j \cdot \varphi} = P + j \cdot Q = U \cdot I \cdot \cos \varphi + U \cdot I \cdot \sin \varphi, \quad (2.65)$$

де  $\underline{I}^* = I \cdot e^{-j \cdot \varphi_i}$  - спряжене комплексне значення струму  $\underline{I}$ .

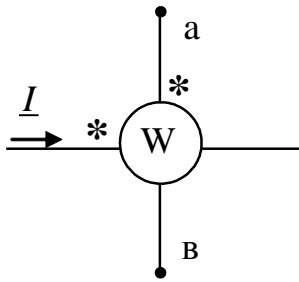


Рис.2.15

Вимір потужності робиться ватметром ,наприклад, електродинамічної системи. Ватметр має дві котушки: одна – нерухома, підключена послідовно в ділянку кола, де роблять вимір потужності, виконана товстим проводом і має малий опір; друга - рухома, підключена паралельно ділянці кола, де роблять вимір потужності, виконана тонким проводом і має великий опір.

Знак «\*» ставлять на кінцях однойменних затискачів. Ватметр, показаний на рис.2.15, вимірює:

$$\operatorname{Re}[\tilde{S}] = \operatorname{Re}\left[\underline{U}_{av} \cdot \underline{I}^*\right] = U_{av} \cdot I \cdot \cos\left(\underline{U}_{av} \wedge \underline{I}\right).$$

У будь-якому колі повинен виконуватися баланс як активних, так і пасивних потужностей, тобто сума всіх потужностей, що віддаються джерелом повинна дорівнюватись сумі всіх потужностей, що приймаються споживачами:

$$\sum_{k=1}^n P_{кджер} = \sum_{k=1}^m P_{ксп} ; \quad \sum_{k=1}^n Q_{кджер} = \sum_{k=1}^m Q_{ксп}$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №42

### ТЕМА: ОСНОВНІ РІВНЯННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ У КОМПЛЕКСНІЙ ФОРМІ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Вираження в комплексній формі законів Кірхгофа.
2. Вираження в комплексній формі методу вузлової напруги.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

- 1 Вираження комплексними числами напруги і струму.
- 2 Вираження комплексними числами опору.
- 3 Вираження комплексними числами провідності.
- 4 Вираження комплексними числами потужності.

Розглянемо просте електричне коло, до якого прикладена синусоїдна напруга  $u = U_m \cdot \sin(\omega t)$ , і в якому тече синусоїдний струм  $i = I_m \cdot \sin(\omega t - \varphi)$ . Інтегрально-диференціальне рівняння, що характеризує стан кола (другий закон Кірхгофа) -

$$u = u_R + u_L + u_C = i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \int u_C dt. \quad (2.49)$$

Алгебраїчне рівняння, складене відносно комплексів струму і напруг має вигляд

$$\underline{U}_m = R \cdot \underline{I}_m + j \cdot \omega \cdot L \cdot \underline{I}_m - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \underline{I}_m = \underline{U}_{mR} + \underline{U}_{mL} + \underline{U}_{mC} - \quad (2.50)$$

другий закон Кірхгофа в комплексній формі.

Застосуємо позначення:

$$X_L = \omega \cdot L, \quad X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}, \quad X = X_L - X_C, \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2} - \quad (2.51)$$

відповідно індуктивний, ємнісний, реактивний опори, модуль повного опора.

Тоді рівняння (2.50) набуває вигляду:

$$\underline{U}_m = \underline{I}_m \cdot \left( R + j \cdot \left( \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right) \right) = \underline{I}_m \cdot (R + j \cdot (X_L - X_C)) = \underline{I}_m \cdot Z \cdot \angle \varphi \quad (2.52)$$

,  
де  $\underline{Z} = R + j \cdot (X_L - X_C) = Z \angle \varphi$  - комплекс повного опора кола, (2.53)

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} - \text{кут зсуву фаз між струмом і напругою.} \quad (2.54)$$

$$\underline{U}_m = \underline{I}_m \cdot \underline{Z} \text{ - закон Ома в комплексній формі.} \quad (2.55)$$

Розглянемо коло (рис.2.10), до якого прикладена синусоїдна напруга  $u = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ , і на вході якого тече синусоїдний струм  $i = I_m \cdot \sin(\omega t)$ . Перший закон Кірхгофа для миттєвих значень струмів в інтегрально-диференціальній формі:

$$i = i_R + i_L + i_C = u \cdot G + \frac{1}{L} \cdot \int u \cdot dt + C \frac{du}{dt}, \quad (2.56)$$

де  $i_L = \frac{1}{L} \cdot \int u \cdot dt$ ,  $i_C = C \frac{du}{dt}$ .

Алгебраїчне рівняння, складене відносно комплексів струму і напруг має вигляд:

$$\underline{I}_m = \underline{U}_m \cdot G + \frac{\underline{U}_m}{j \cdot \omega \cdot L} + \frac{\underline{U}_m}{-j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}} = \underline{I}_{mR} + \underline{I}_{mL} + \underline{I}_{mC} \text{ - перший} \quad (2.57)$$

закон Кірхгофа в комплексній формі.

Висновки:

- алгебраїчна сума комплексних струмів у вузлі дорівнює нулю  $\sum_{k=1}^n \underline{I}_k = 0$ ;

- алгебраїчна сума комплексних напруг уздовж замкнутого контуру дорівнює

алгебраїчній сумі комплексних ЕРС:  $\sum_{k=1}^n \underline{U}_k = \sum_{k=1}^m \underline{E}_k$ ;

- оскільки в основі усіх розглянутих методів розрахунку кіл постійного струму лежать закони Кірхгофа, то всі вони можуть бути використані для розрахунку кіл синусоїдного струму в комплексній формі.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №43

### ТЕМА: РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ЗМІННОГО СТРУМУ У КОМПЛЕКСНІЙ ФОРМІ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

#### Питання, що виносяться на самостійне вивчення.

1 Виконати розрахунок наступної задачі по розрахунку електричних кіл символічним методом.

#### Література:

1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп. - М: Высш. школа, 1981

2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

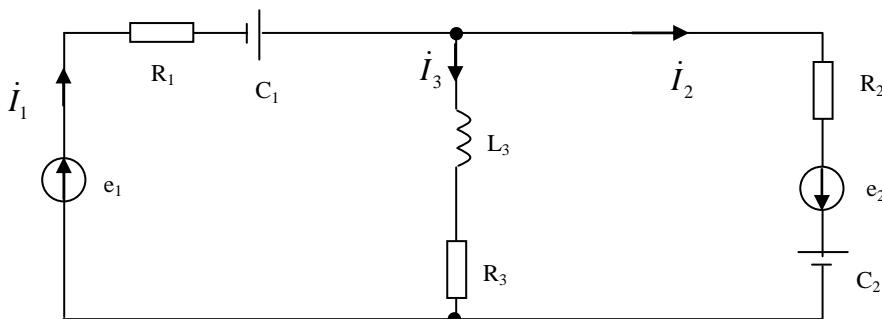
6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

- 1 Вираження комплексними числами напруги і струму.
- 2 Вираження комплексними числами опору.
- 3 Вираження комплексними числами провідності.
- 4 Вираження комплексними числами потужності.

Розрахувати струми і напруги на ділянках кола методом вузлових та контурних рівнянь. Розрахувати потужності кола. Побудувати векторну діаграму кола.

### Електрична схема кола.



Вихідні дані:

$$e_1 = 141 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ В};$$

$$e_2 = 282 \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ В};$$

$$R_1 = 5 \text{ Ом}; R_2 = 8 \text{ Ом}; R_3 = 10 \text{ Ом};$$

$$C_1 = 258 \text{ мкФ}; C_2 = 500 \text{ мкФ};$$

$$L_3 = 124 \text{ мГн}; f = 50 \text{ Гц}.$$

### Рішення:

1. Визначаємо комплекси електрорушійних сил і опорів віток:

$$\dot{E}_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} e^{j90^\circ} = \frac{141}{\sqrt{2}} e^{j90^\circ} = 100 e^{j90^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{E}_2 = \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} e^{-j90^\circ} = \frac{282}{\sqrt{2}} e^{-j90^\circ} = 200e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$X_{C_1} = \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 258 \cdot 10^{-6}} = 12.3 \text{ Ом}$$

$$X_{C_2} = \frac{1}{2\pi f C_2} = \frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = 6.4 \text{ Ом}$$

$$X_{L_3} = 2\pi f L_3 = 2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 124 \cdot 10^{-3} = 38.9 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 - jX_{C_1} = 5 - j12.3 = 13.27e^{-j68^\circ} \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C_2} = 8 - j6.6 = 10.37e^{-j40^\circ} \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + jX_{L_3} = 10 + j38.9 = 40.2e^{j76^\circ} \text{ Ом}$$

2. Вибираємо напрямки струмів у віток схеми.

3. Складаємо систему рівнянь за першим та другим законом Кірхгофа і знаходимо струми віток:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ \dot{I}_1 \underline{Z}_1 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_2 \underline{Z}_2 - \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = \dot{E}_2 \end{cases} \quad \dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3;$$

$$\begin{cases} \dot{I}_2 \underline{Z}_1 + \dot{I}_3 \underline{Z}_1 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_2 \underline{Z}_2 - \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = \dot{E}_2 \end{cases} \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2};$$

$$\underline{Z}_1 \cdot \left( \frac{\dot{E}_2 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \right) + \dot{I}_3 \underline{Z}_1 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = \dot{E}_1$$

$$\dot{E}_2 \underline{Z}_1 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3 \underline{Z}_1 + \dot{I}_3 \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \dot{I}_3 \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 = \dot{E}_1 \underline{Z}_2$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_3 &= \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2 - \dot{E}_2 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3} = \frac{100e^{j90^\circ} \cdot 10.37e^{-j40^\circ} - 200e^{-j60^\circ} \cdot 13.27e^{-j68^\circ}}{13.27e^{-j68^\circ} \cdot 40.2e^{j76^\circ} + 13.27e^{-j68^\circ} \cdot 10.37e^{-j40^\circ} + 10.37e^{-j40^\circ} \cdot 40.2e^{j76^\circ}} = \\ &= \frac{1037e^{j50^\circ} - 2654e^{-j128^\circ}}{533.5e^{j80^\circ} + 137.6e^{-j108^\circ} + 416.9e^{j36^\circ}} = \frac{666.57 + j794.39 + 1634 + j2091.38}{528.3 + j74.25 - 42.5 - j130.87 + 337.28 + j245.05} = \\ &= \frac{2300.57 + j2885.77}{823.08 + j188.43} = \frac{3690.6e^{j51^\circ}}{844.37e^{j13^\circ}} = 4.37e^{j38^\circ} = 3.44 + j2.69 \text{ А} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \frac{200e^{-j60^\circ} + 4.37e^{j38^\circ} \cdot 40.2e^{j76^\circ}}{10.37e^{-j40^\circ}} = \frac{200e^{-j60^\circ} + 175.7e^{j114^\circ}}{10.37e^{-j40^\circ}} = \frac{100 - j173.2 - 71.46 + j160.5}{10.37e^{-j40^\circ}} = \\ &= \frac{28.54 - j12.7}{10.37e^{-j40^\circ}} = \frac{31.24e^{-j24^\circ}}{10.37e^{-j40^\circ}} = 3.01e^{j16^\circ} = 2.89 + j0.83 \text{ А} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 2.89 + j0.83 + 3.44 + j2.69 = 6.33 + j3.52 = 7.24e^{j29^\circ} \text{ А}$$

4. Знаходимо спади напруг на елементах кола.

$$\dot{U}_{R_1} = \dot{I}_1 R_1 = 7.24e^{j29^\circ} \cdot 5 = 36.2e^{j29^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{C_1} = \dot{I}_1 (-jX_{C_1}) = 7.24e^{j29^\circ} \cdot (-j12.3) = 89e^{-j67^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{L_3} = \dot{I}_3(jX_{L_3}) = 4.37e^{j38^\circ} \cdot (j38.9) = 170e^{j128^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{R_3} = \dot{I}_3 R_3 = 4.37e^{j38^\circ} \cdot 10 = 43.7e^{j38^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{C_2} = \dot{I}_2(-jX_{C_2}) = 3.01e^{j16^\circ} \cdot (-j6.4) = 19.26e^{-j74^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{R_2} = \dot{I}_2 R_2 = 3.01e^{j16^\circ} \cdot 8 = 24.08e^{j16^\circ} \text{ В}.$$

5. Знаходимо потужності кола.

$$\tilde{S}_2 = \dot{E}_2^* I_1 = 100e^{j90^\circ} \cdot 7.24e^{-j29^\circ} = 724e^{j62^\circ} = 351 + j633 \text{ ВА};$$

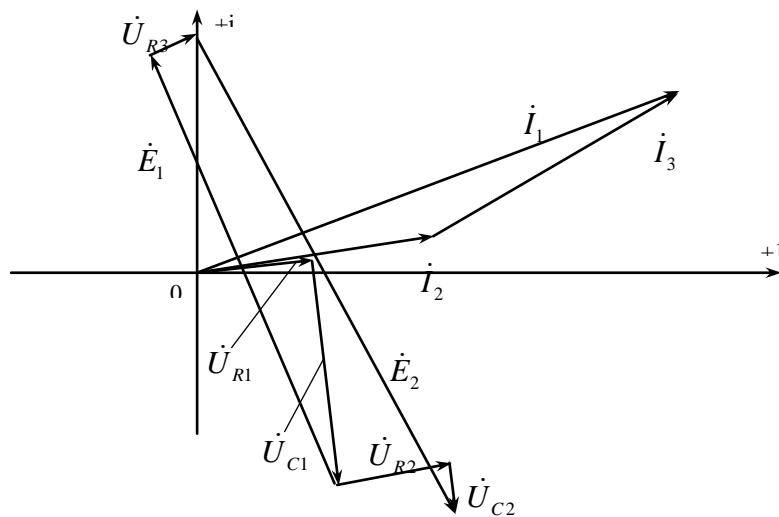
$$\tilde{S}_2 = \dot{E}_2^* I_2 = 200e^{-j60^\circ} \cdot 3.01e^{-j16^\circ} = 602e^{j76^\circ} = 146 - j584 \text{ ВА};$$

$$P = P_1 + P_2 = 351 + 146 = 497 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 633 - 584 = 49 \text{ Вар};$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{497^2 + 49^2} = 499 \text{ ВА}.$$

6. Будуємо векторну діаграму. Приймаємо масштаб:  $m_U = 20 \text{ В/см}$ ;  $m_I = 1 \text{ А/см}$ .



## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №44

### ТЕМА: НАПИСАННЯ ФОРМУЛ У КОМПЛЕКСНІЙ ФОРМІ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

- 1 Вираження в комплексній формі методу еквівалентного генератора.
- 2 Перетворення схем в комплексній формі.

### Література:

1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп. - М: Высш. школа, 1981

2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

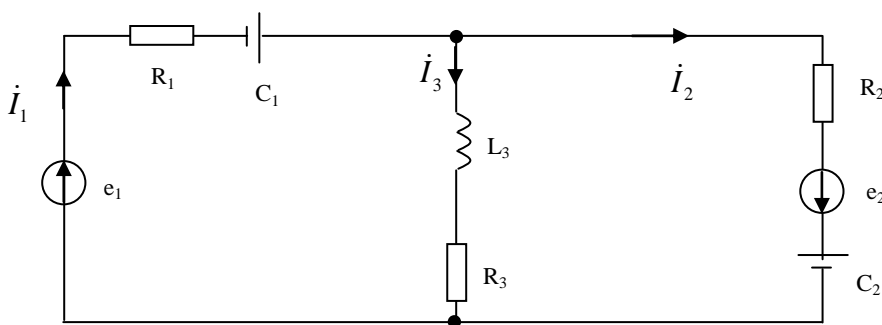
6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

- 1 Вираження комплексними числами напруги і струму.
- 2 Вираження комплексними числами опору.
- 3 Вираження комплексними числами провідності.
- 4 Вираження комплексними числами потужності.

Розрахувати струми і напруги на ділянках кола методом вузлових та контурних рівнянь. Розрахувати потужності кола. Побудувати векторну діаграму кола.

Електрична схема кола.



Вихідні дані:

$$e_1 = 141 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ В};$$

$$e_2 = 282 \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ В};$$

$$R_1 = 5 \text{ Ом}; R_2 = 8 \text{ Ом}; R_3 = 10 \text{ Ом};$$

$$C_1 = 258 \text{ мкФ}; C_2 = 500 \text{ мкФ};$$

$$L_3 = 124 \text{ мГн}; f = 50 \text{ Гц}.$$

Рішення:

7. Визначаємо комплекси електрорушійних сил і опорів віток:

$$\dot{E}_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} e^{j90^\circ} = \frac{141}{\sqrt{2}} e^{j90^\circ} = 100e^{j90^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{E}_2 = \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} e^{-j90^\circ} = \frac{282}{\sqrt{2}} e^{-j90^\circ} = 200e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$X_{C_1} = \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 258 \cdot 10^{-6}} = 12.3 \text{ Ом}$$

$$X_{C_2} = \frac{1}{2\pi f C_2} = \frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = 6.4 \text{ Ом}$$

$$X_{L_3} = 2\pi f L_3 = 2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 124 \cdot 10^{-3} = 38.9 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 - jX_{C_1} = 5 - j12.3 = 13.27e^{-j68^\circ} \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C_2} = 8 - j6.6 = 10.37e^{-j40^\circ} \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + jX_{L_3} = 10 + j38.9 = 40.2e^{j76^\circ} \text{ Ом}$$

8. Вибираємо напрямки струмів у віток схеми.

9. Складаємо систему рівнянь за першим та другим законом Кірхгофа і знаходимо струми віток:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ \dot{I}_1 \underline{Z}_1 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_2 \underline{Z}_2 - \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = \dot{E}_2 \end{cases} \quad \dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3;$$

$$\begin{cases} \dot{I}_2 \underline{Z}_1 + \dot{I}_3 \underline{Z}_1 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_2 \underline{Z}_2 - \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = \dot{E}_2 \end{cases} \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2};$$

$$\underline{Z}_1 \cdot \left( \frac{\dot{E}_2 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \right) + \dot{I}_3 \underline{Z}_1 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = \dot{E}_1$$

$$\dot{E}_2 \underline{Z}_1 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3 \underline{Z}_1 + \dot{I}_3 \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \dot{I}_3 \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 = \dot{E}_1 \underline{Z}_2$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_3 &= \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2 - \dot{E}_2 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3} = \frac{100e^{j90^\circ} \cdot 10.37e^{-j40^\circ} - 200e^{-j60^\circ} \cdot 13.27e^{-j68^\circ}}{13.27e^{-j68^\circ} \cdot 40.2e^{j76^\circ} + 13.27e^{-j68^\circ} \cdot 10.37e^{-j40^\circ} + 10.37e^{-j40^\circ} \cdot 40.2e^{j76^\circ}} = \\ &= \frac{1037e^{j50^\circ} - 2654e^{-j128^\circ}}{533.5e^{j80^\circ} + 137.6e^{-j108^\circ} + 416.9e^{j36^\circ}} = \frac{666.57 + j794.39 + 1634 + j2091.38}{528.3 + j74.25 - 42.5 - j130.87 + 337.28 + j245.05} = \\ &= \frac{2300.57 + j2885.77}{823.08 + j188.43} = \frac{3690.6e^{j51^\circ}}{844.37e^{j13^\circ}} = 4.37e^{j38^\circ} = 3.44 + j2.69 \text{ А} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \frac{200e^{-j60^\circ} + 4.37e^{j38^\circ} \cdot 40.2e^{j76^\circ}}{10.37e^{-j40^\circ}} = \frac{200e^{-j60^\circ} + 175.7e^{j114^\circ}}{10.37e^{-j40^\circ}} = \frac{100 - j173.2 - 71.46 + j160.5}{10.37e^{-j40^\circ}} = \\ &= \frac{28.54 - j12.7}{10.37e^{-j40^\circ}} = \frac{31.24e^{-j24^\circ}}{10.37e^{-j40^\circ}} = 3.01e^{j16^\circ} = 2.89 + j0.83 \text{ А} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 2.89 + j0.83 + 3.44 + j2.69 = 6.33 + j3.52 = 7.24e^{j29^\circ} \text{ А}$$

10. Знаходимо спади напруг на елементах кола.

$$\dot{U}_{R_1} = \dot{I}_1 R_1 = 7.24e^{j29^\circ} \cdot 5 = 36.2e^{j29^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{C_1} = \dot{I}_1(-jX_{C_1}) = 7.24e^{j29^\circ} \cdot (-j12.3) = 89e^{-j67^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{L_3} = \dot{I}_3(jX_{L_3}) = 4.37e^{j38^\circ} \cdot (j38.9) = 170e^{j128^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{R_3} = \dot{I}_3 R_3 = 4.37e^{j38^\circ} \cdot 10 = 43.7e^{j38^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{C_2} = \dot{I}_2(-jX_{C_2}) = 3.01e^{j16^\circ} \cdot (-j6.4) = 19.26e^{-j74^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{R_2} = \dot{I}_2 R_2 = 3.01e^{j16^\circ} \cdot 8 = 24.08e^{j16^\circ} \text{ В}.$$

11. Знаходимо потужності кола.

$$\tilde{S}_2 = \dot{E}_2^* I_1 = 100e^{j90^\circ} \cdot 7.24e^{-j29^\circ} = 724e^{j62^\circ} = 351 + j633 \text{ ВА};$$

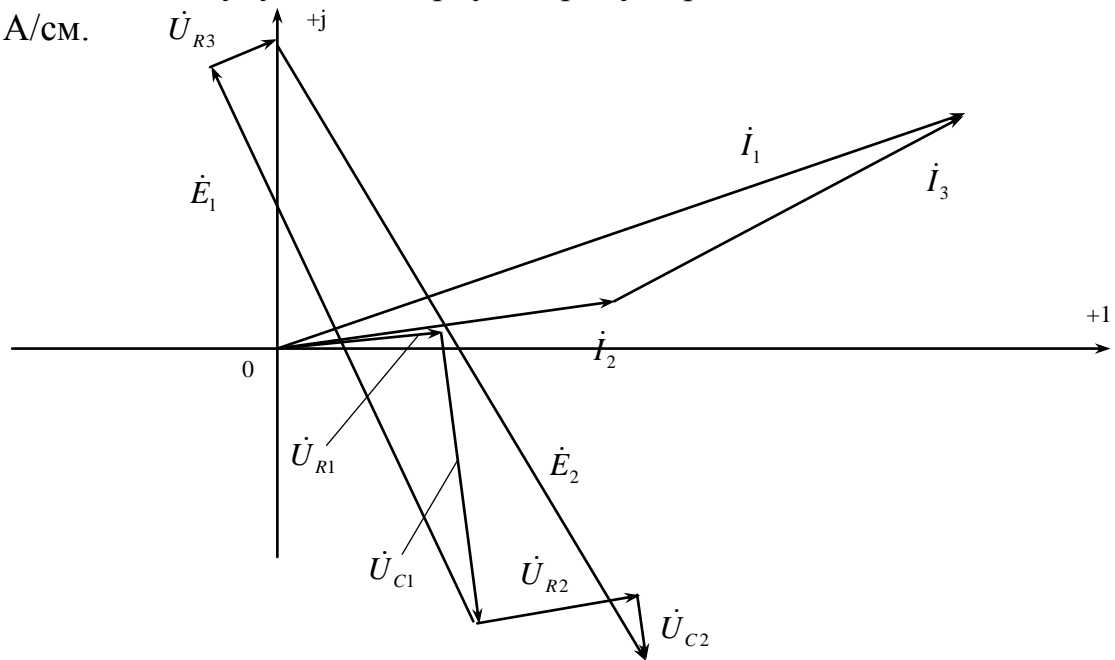
$$\tilde{S}_2 = \dot{E}_2^* I_2 = 200e^{-j60^\circ} \cdot 3.01e^{-j16^\circ} = 602e^{j76^\circ} = 146 - j584 \text{ ВА};$$

$$P = P_1 + P_2 = 351 + 146 = 497 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 633 - 584 = 49 \text{ Вар};$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{497^2 + 49^2} = 499 \text{ ВА}.$$

12. Будуємо векторну діаграму. Приймаємо масштаб:  $m_U = 20 \text{ В/см}$ ;  $m_I = 1 \text{ А/см}$ .



## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №45

### ТЕМА: СКЛАДАННЯ РІВНЯНЬ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ У КОМПЛЕКСНІЙ ФОРМІ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Складання рівнянь в комплексній формі законів Кірхгофа.
2. Складання рівнянь в комплексній формі методу вузлової напруги.
3. Складання рівнянь в комплексній формі методу еквівалентного генератора.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Вираження в комплексній формі законів Кірхгофа.
2. Вираження в комплексній формі методу вузлової напруги.
3. Вираження в комплексній формі методу еквівалентного генератора.
4. Перетворення схем в комплексній формі.

Варіанти контрольної роботи по темі: “Розрахунок електричних кіл змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь”.

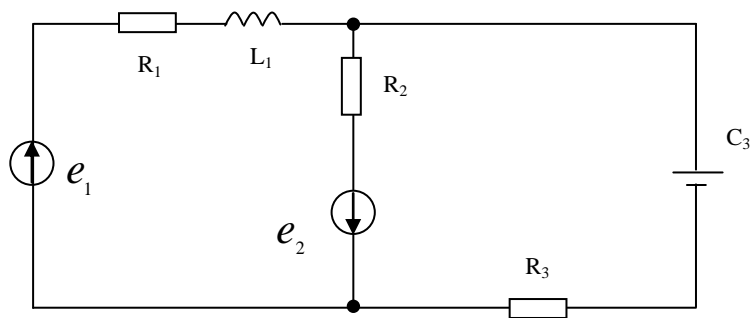
### В – 1.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$\begin{aligned} e_1 &= 141 \sin \omega t; \text{ В;} \\ e_2 &= 141 \sin(\omega t - 30^\circ) \text{ В;} \\ R_1 &= 5 \text{ Ом;} \\ R_2 &= 8 \text{ Ом;} \\ R_3 &= 10 \text{ Ом;} \\ L_1 &= 120 \text{ мГн;} \\ C_3 &= 300 \text{ мкФ;} \\ f &= 50 \text{ Гц.} \end{aligned}$$

Електрична схема кола



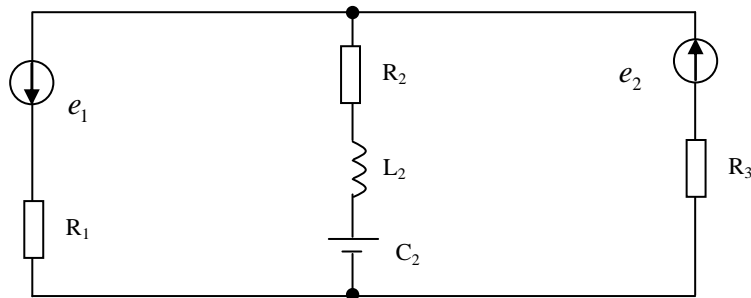
### В – 2.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$\begin{aligned} e_1 &= 141 \sin(\omega t + 90^\circ); \\ e_2 &= 141 \sin(\omega t - 90^\circ); \\ R_1 &= 10 \text{ Ом;} \\ R_2 &= 5 \text{ Ом;} \\ R_3 &= 6 \text{ Ом;} \\ L_2 &= 60 \text{ мГн;} \\ C_3 &= 200 \text{ мкФ;} \\ f &= 50 \text{ Гц.} \end{aligned}$$

Електрична схема кола



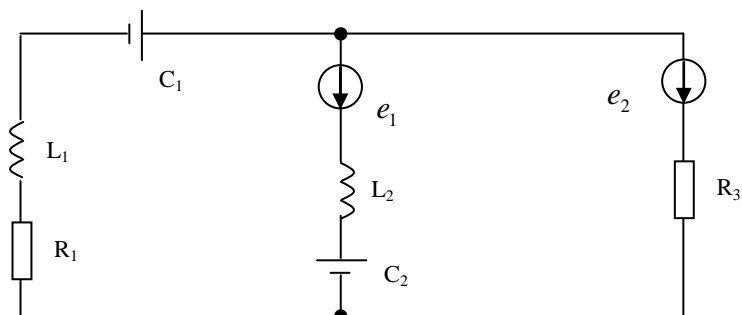
### В – 3.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$\begin{aligned} e_1 &= 282 \sin(\omega t - 60^\circ); \\ e_2 &= 141 \sin(\omega t + 60^\circ); \\ R_1 &= 5 \text{ Ом;} \\ R_2 &= 10 \text{ Ом;} \\ L_1 &= 128 \text{ мГн;} \\ L_2 &= 64 \text{ мГн;} \\ C_2 &= 352 \text{ мкФ;} \\ f &= 50 \text{ Гц.} \end{aligned}$$

Електрична схема кола



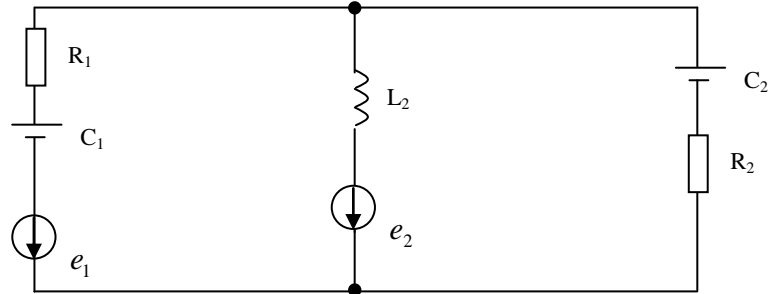
В – 4.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$\begin{aligned} e_1 &= 141 \sin \omega t; \\ e_2 &= 141 \sin(\omega t - 180^\circ); \\ R_1 &= 5 \text{ Ом}; \\ R_2 &= 10 \text{ Ом}; \\ C_1 &= 250 \text{ мкФ}; \\ L_2 &= 50 \text{ мГн}; \\ C_3 &= 350 \text{ мкФ}; \\ f &= 50 \text{ Гц}. \end{aligned}$$

Електрична схема кола



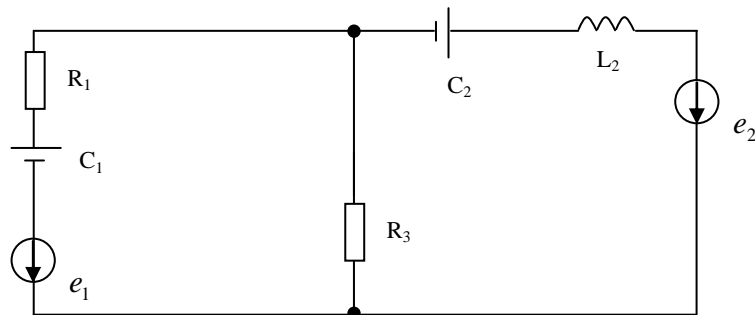
В – 5.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$\begin{aligned} e_1 &= 90 \sin(\omega t - 30^\circ); \\ e_2 &= 60 \sin(\omega t + 30^\circ); \\ R_1 &= 10 \text{ Ом}; \\ R_3 &= 5 \text{ Ом}; \\ C_1 &= 200 \text{ мкФ}; \\ L_2 &= 120 \text{ мГн}; \\ C_2 &= 250 \text{ мкФ}; \\ f &= 50 \text{ Гц}. \end{aligned}$$

Електрична схема кола



В – 6.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

Електрична схема кола

$$e_1 = 141 \sin(\omega t - 90^\circ);$$

$$e_2 = 282 \sin(\omega t + 60^\circ);$$

$$R_1 = 8 \text{ Ом};$$

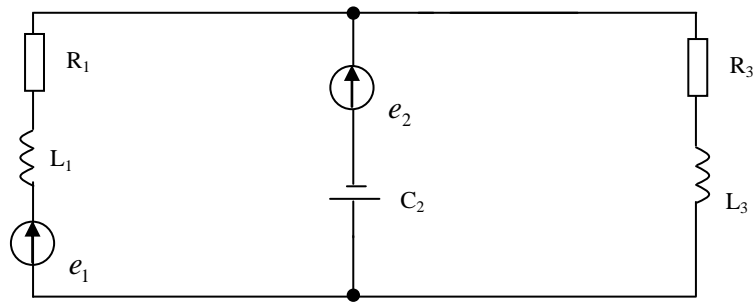
$$R_3 = 12 \text{ Ом};$$

$$L_1 = 110 \text{ мГн};$$

$$L_3 = 200 \text{ мГн};$$

$$C_2 = 320 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$



### В – 7.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$e_1 = 70.5 \sin \omega t;$$

$$e_2 = 141 \sin(\omega t - 60^\circ);$$

$$e_3 = 141 \sin(\omega t + 90^\circ);$$

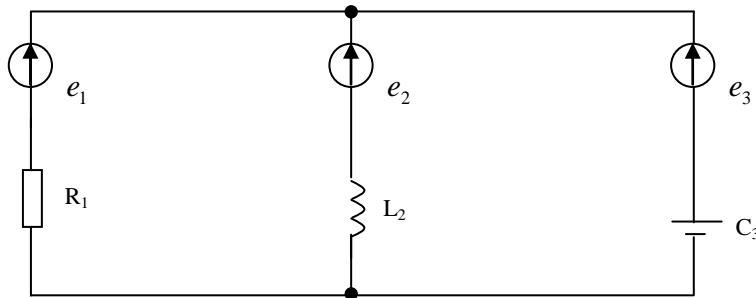
$$R_1 = 15 \text{ Ом};$$

$$L_2 = 160 \text{ мГн};$$

$$C_3 = 450 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$

Електрична схема кола



### В – 8.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$e_1 = 60 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 120^\circ);$$

$$e_2 = 5 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 80^\circ);$$

$$R_1 = 8 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 10 \text{ Ом};$$

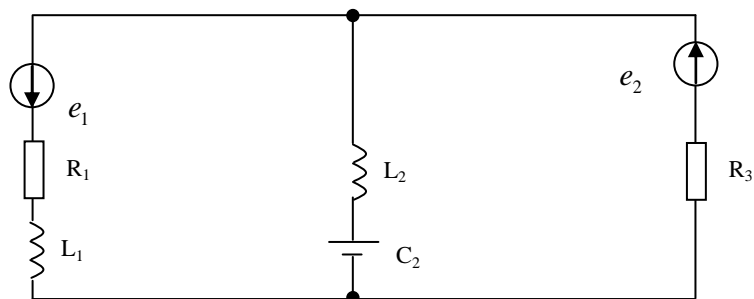
$$L_1 = 110 \text{ мГн};$$

$$L_2 = 60 \text{ мГн};$$

$$C_2 = 380 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$

Електрична схема кола



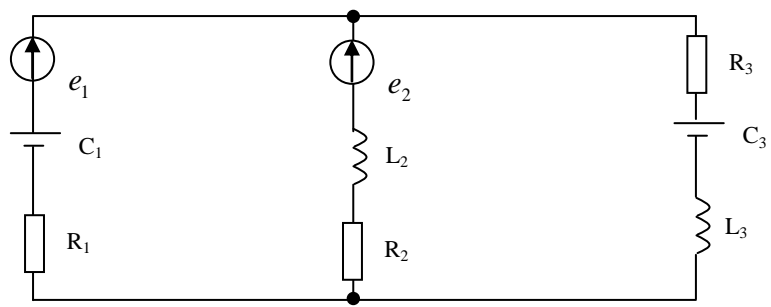
### В – 9.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$\begin{aligned} e_1 &= 30 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 80^\circ); \\ e_2 &= 50 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ); \\ R_1 &= 5 \text{ Ом}; \\ R_2 &= 8 \text{ Ом}; \\ R_3 &= 10 \text{ Ом}; \\ C_1 &= 350 \text{ мкФ}; \\ L_2 &= 100 \text{ мГн}; \\ L_3 &= 90 \text{ мГн}; \\ C_3 &= 400 \text{ мкФ}; \\ f &= 50 \text{ Гц}. \end{aligned}$$

Електрична схема кола



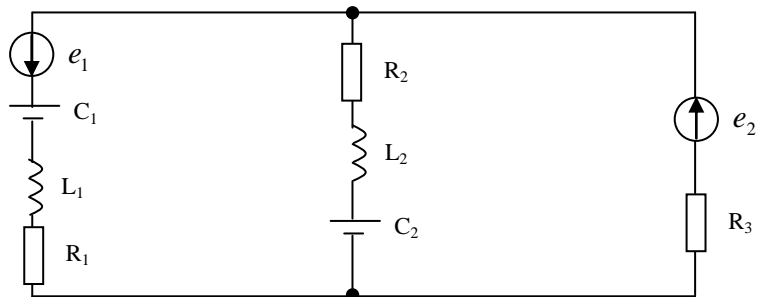
B – 10.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$\begin{aligned} e_1 &= 80 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ); \\ e_2 &= 100 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ); \\ R_1 &= 12 \text{ Ом}; \\ R_2 &= 18 \text{ Ом}; \\ R_3 &= 20 \text{ Ом}; \\ C_1 &= 350 \text{ мкФ}; \\ L_1 &= 80 \text{ мГн}; \\ L_2 &= 90 \text{ мГн}; \\ C_2 &= 380 \text{ мкФ}; \\ f &= 50 \text{ Гц}. \end{aligned}$$

Електрична схема кола



B – 11.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

Електрична схема кола

$$e_1 = 220 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 80^\circ);$$

$$e_2 = 220 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 20^\circ);$$

$$R_1 = 8 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 12 \text{ Ом};$$

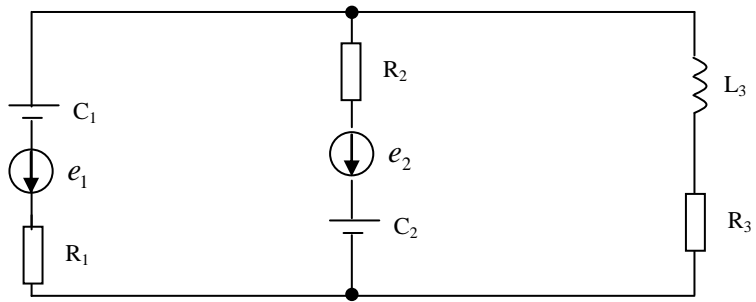
$$R_3 = 10 \text{ Ом};$$

$$C_1 = 350 \text{ мкФ};$$

$$L_3 = 110 \text{ мГн};$$

$$C_2 = 420 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$



### В – 12.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$e_2 = 100 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ);$$

$$e_3 = 220 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 60^\circ);$$

$$R_1 = 5 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 7 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 5 \text{ Ом};$$

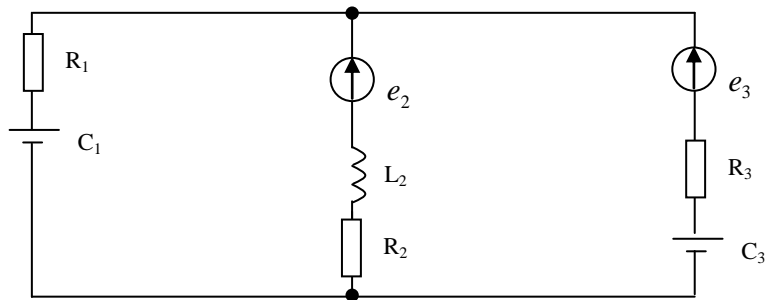
$$C_1 = 450 \text{ мкФ};$$

$$L_2 = 120 \text{ мГн};$$

$$C_3 = 380 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$

Електрична схема кола



### В – 13.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$e_2 = 220 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 60^\circ);$$

$$e_3 = 220 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ);$$

$$R_1 = 6 \text{ Ом};$$

$$C_2 = 450 \text{ мкФ};$$

$$R_3 = 8 \text{ Ом};$$

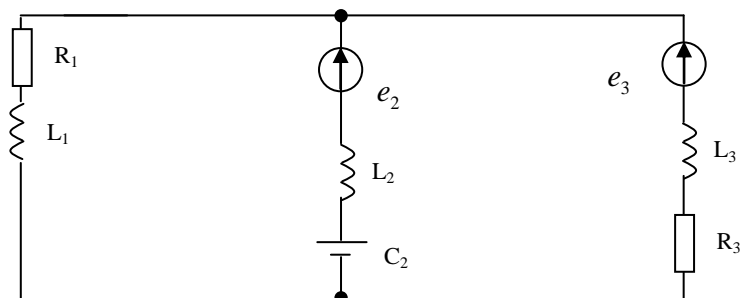
$$L_1 = 128 \text{ мГн};$$

$$L_2 = 200 \text{ мГн};$$

$$L_3 = 80 \text{ мГн};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$

Електрична схема кола



B – 14.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$e_2 = 380 \cdot \sqrt{2} \sin \omega t;$$

$$e_3 = 380 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ);$$

$$R_1 = 8 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 10 \text{ Ом};$$

$$C_1 = 450 \text{ мкФ};$$

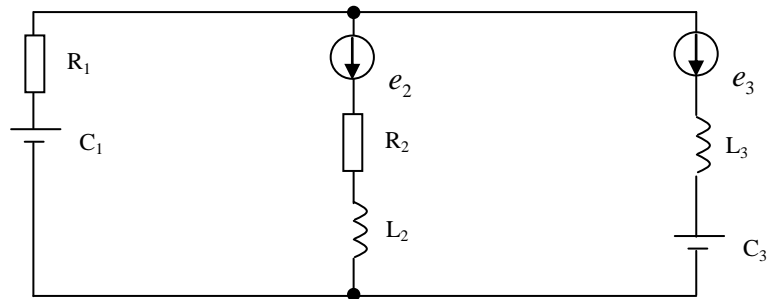
$$L_1 = 120 \text{ мГн};$$

$$L_3 = 256 \text{ мГн};$$

$$C_3 = 480 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$

Електрична схема кола



B – 15.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$e_1 = 127 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ);$$

$$e_3 = 220 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 60^\circ);$$

$$R_1 = 10 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 8 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 10 \text{ Ом};$$

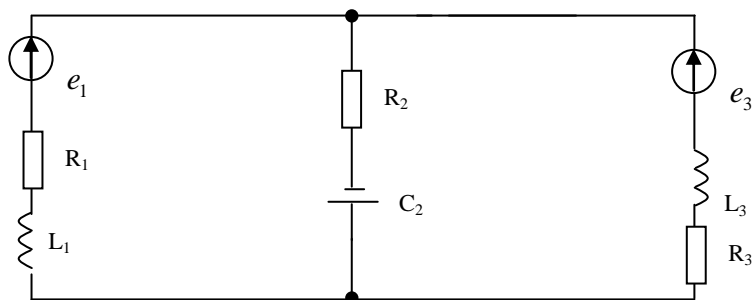
$$L_2 = 90 \text{ мГн};$$

$$L_3 = 100 \text{ мГн};$$

$$C_2 = 250 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$

Електрична схема кола



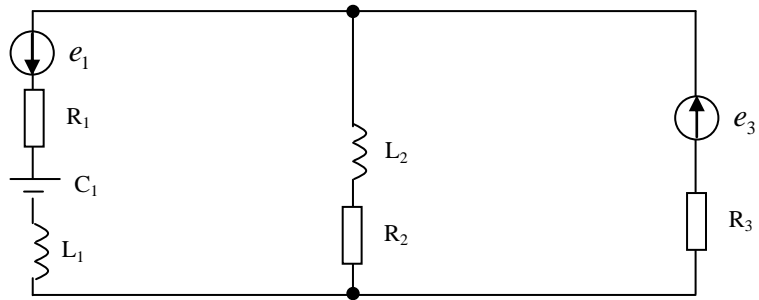
B – 16.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

Електрична схема кола

$$\begin{aligned}
 e_1 &= 220 \cdot \sqrt{2} \sin \omega t; \\
 e_3 &= 220 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ); \\
 R_1 &= 10 \text{ Ом}; \\
 R_2 &= 12 \text{ Ом}; \\
 R_3 &= 8 \text{ Ом}; \\
 L_1 &= 250 \text{ мГн}; \\
 L_2 &= 180 \text{ мГн}; \\
 C_1 &= 380 \text{ мкФ}; \\
 f &= 50 \text{ Гц}.
 \end{aligned}$$



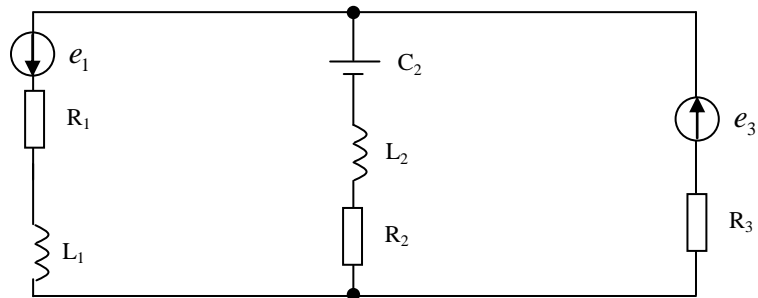
### В – 17.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$\begin{aligned}
 e_1 &= 127 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ); \\
 e_2 &= 110 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ); \\
 R_1 &= 5 \text{ Ом}; \\
 R_2 &= 6 \text{ Ом}; \\
 C_2 &= 350 \text{ мкФ}; \\
 L_1 &= 90 \text{ мГн}; \\
 L_2 &= 80 \text{ мГн}; \\
 C_3 &= 500 \text{ мкФ}; \\
 f &= 50 \text{ Гц}.
 \end{aligned}$$

Електрична схема кола



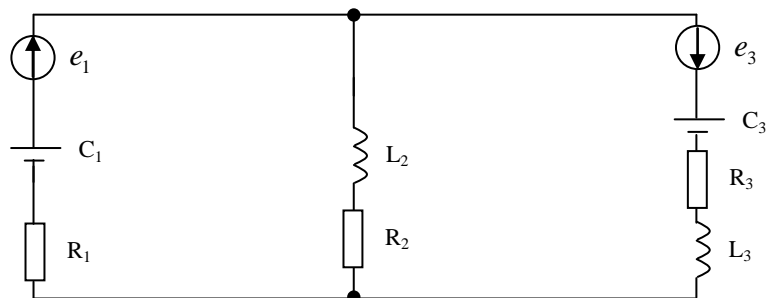
### В – 18.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$\begin{aligned}
 e_1 &= 80 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 50^\circ); \\
 e_3 &= 90 \cdot \sqrt{2} \sin \omega t; \\
 R_1 &= 8 \text{ Ом}; \\
 R_2 &= 8 \text{ Ом}; \\
 R_3 &= 10 \text{ Ом}; \\
 C_1 &= 350 \text{ мкФ}; \\
 L_3 &= 120 \text{ мГн}; \\
 C_3 &= 400 \text{ мкФ}; \\
 f &= 50 \text{ Гц}.
 \end{aligned}$$

Електрична схема кола



### В – 19.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$e_1 = 60 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 80^\circ);$$

$$e_2 = 50 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 30^\circ);$$

$$R_1 = 5 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 6 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 8 \text{ Ом};$$

$$R_4 = 5 \text{ Ом};$$

$$C_1 = 400 \text{ мкФ};$$

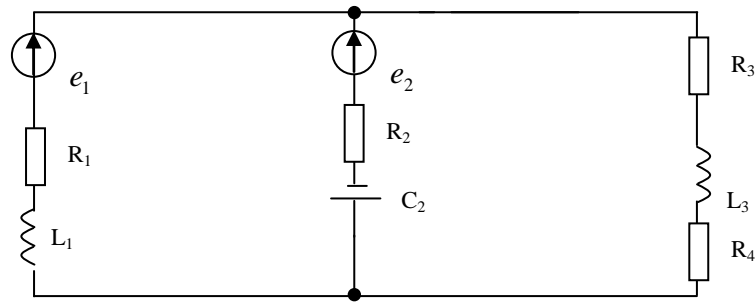
$$L_1 = 120 \text{ мГн};$$

$$L_3 = 110 \text{ мГн};$$

$$C_3 = 420 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$

Електрична схема кола



В – 20.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$e_1 = 100 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ);$$

$$e_2 = 127 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ);$$

$$R_1 = 5 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 8 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 5 \text{ Ом};$$

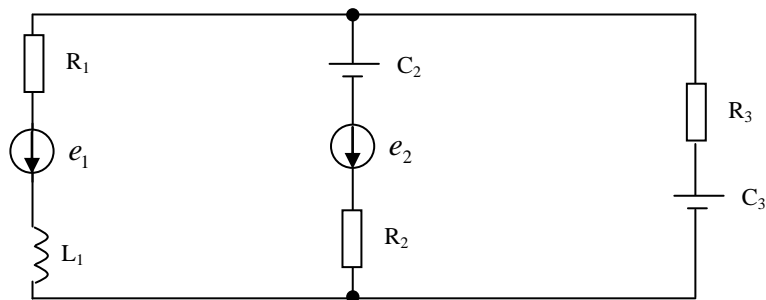
$$C_1 = 400 \text{ мкФ};$$

$$L_1 = 110 \text{ мГн};$$

$$C_3 = 400 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$

Електрична схема кола



В – 21.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

Електрична схема кола

$$e_1 = 60 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 50^\circ);$$

$$e_2 = 80 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ);$$

$$R_1 = 5 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 8 \text{ Ом};$$

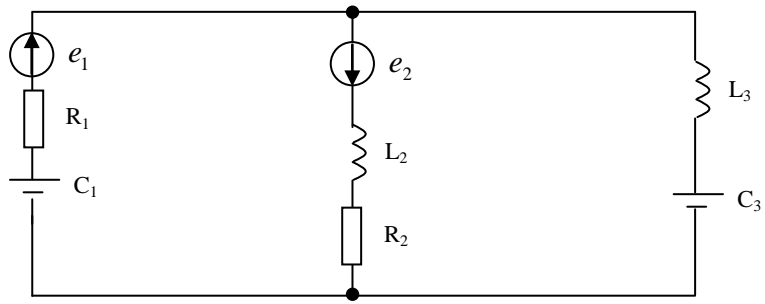
$$C_1 = 400 \text{ мкФ};$$

$$L_2 = 90 \text{ мГн};$$

$$L_3 = 100 \text{ мГн};$$

$$C_3 = 500 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$



### B – 22.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

Електрична схема кола

$$e_1 = 80 \cdot \sqrt{2} \sin \omega t;$$

$$e_2 = 90 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ);$$

$$R_1 = 4 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 5 \text{ Ом};$$

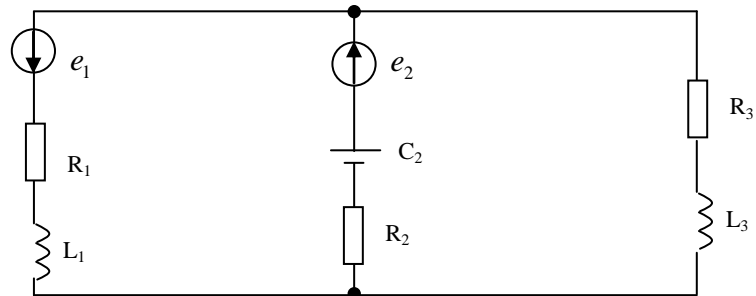
$$R_3 = 5 \text{ Ом};$$

$$L_1 = 80 \text{ мГн};$$

$$L_3 = 120 \text{ мГн};$$

$$C_2 = 300 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$



### B – 23.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

Електрична схема кола

$$e_1 = 141 \sin(\omega t + 60^\circ);$$

$$e_3 = 284 \sin(\omega t - 60^\circ);$$

$$R_1 = 5 \text{ Ом};$$

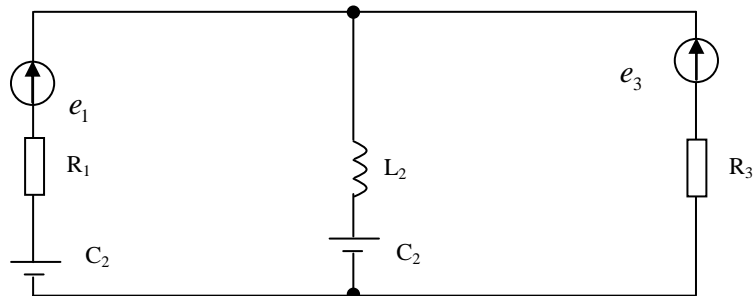
$$R_3 = 8 \text{ Ом};$$

$$C_1 = 350 \text{ мкФ};$$

$$L_2 = 40 \text{ мГн};$$

$$C_2 = 380 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$



### B – 24.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$e_1 = 100 \sin(\omega t + 30^\circ);$$

$$e_3 = 90 \sin(\omega t - 90^\circ);$$

$$R_1 = 4 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 5 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 8 \text{ Ом};$$

$$C_1 = 350 \text{ мкФ};$$

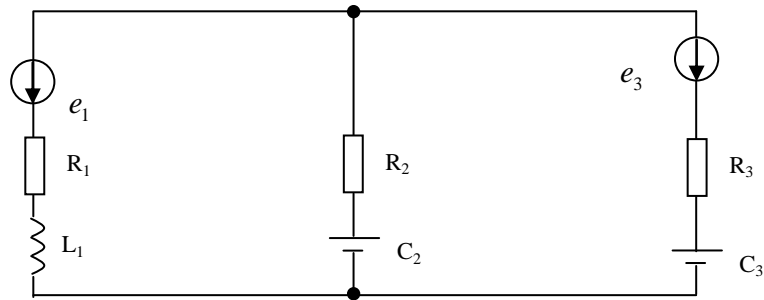
$$L_1 = 50 \text{ мГн};$$

$$C_2 = 350 \text{ мкФ};$$

$$C_3 = 400 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$

Електрична схема кола



B – 25.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$e_1 = 100 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 120^\circ);$$

$$e_3 = 200 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 120^\circ);$$

$$R_1 = 5 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 8 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 10 \text{ Ом};$$

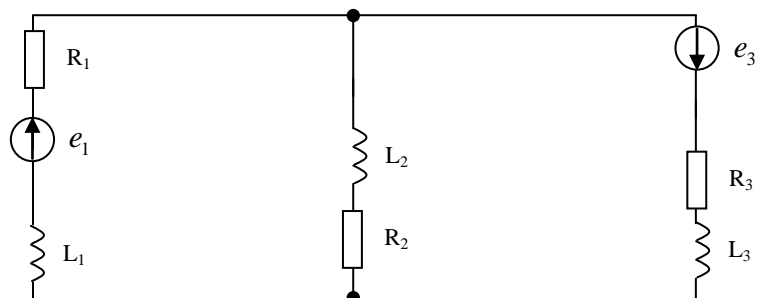
$$L_1 = 120 \text{ мГн};$$

$$L_2 = 200 \text{ мГн};$$

$$L_3 = 80 \text{ мГн};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$

Електрична схема кола



B – 26.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

Електрична схема кола

$$e_2 = 60 \cdot \sqrt{2} \sin \omega t;$$

$$e_3 = 80 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ);$$

$$R_1 = 4 \text{ Ом};$$

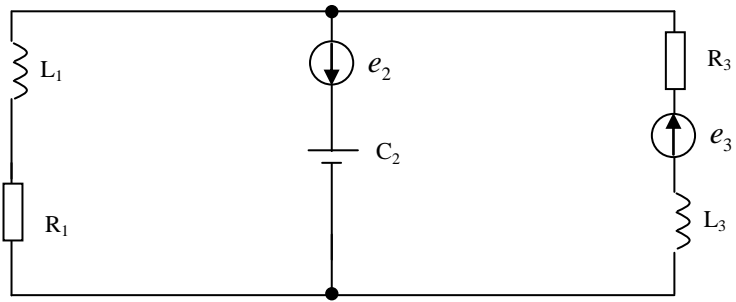
$$R_3 = 10 \text{ Ом};$$

$$L_1 = 120 \text{ мГн};$$

$$L_3 = 90 \text{ мГн};$$

$$C_2 = 300 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$



### B – 27.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$e_2 = 90 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ);$$

$$e_3 = 90 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 60^\circ);$$

$$R_1 = 5 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 8 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 10 \text{ Ом};$$

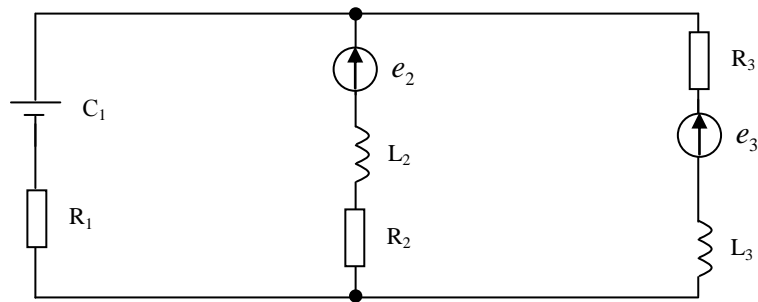
$$C_1 = 380 \text{ мкФ};$$

$$L_2 = 120 \text{ мГн};$$

$$L_3 = 28 \text{ мГн};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$

Електрична схема кола



### B – 28.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$e_2 = 60 \cdot \sqrt{2} \sin \omega t;$$

$$e_3 = 70 \cdot \sqrt{2} \sin \omega t;$$

$$R_1 = 8 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 10 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 15 \text{ Ом};$$

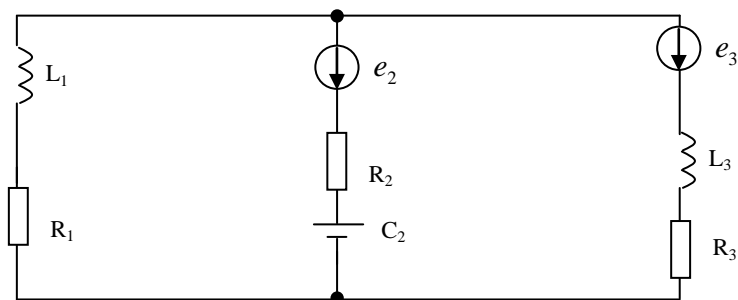
$$L_1 = 65 \text{ мГн};$$

$$L_3 = 90 \text{ мГн};$$

$$C_2 = 250 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$

Електрична схема кола



### B – 29.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$e_2 = 90 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 50^\circ);$$

$$e_3 = 80 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 50^\circ);$$

$$R_2 = 10 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 15 \text{ Ом};$$

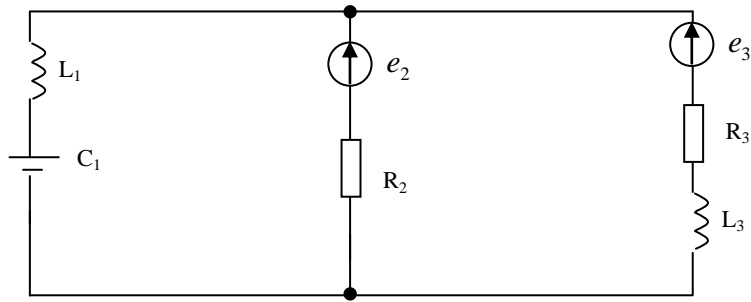
$$L_1 = 160 \text{ мГн};$$

$$L_3 = 200 \text{ мГн};$$

$$C_1 = 200 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$

Електрична схема кола



В – 30.

Розрахувати струми, напруги та потужність в колі змінного струму методом вузлових та контурних рівнянь. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$e_2 = 110 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 50^\circ);$$

$$e_3 = 220 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 30^\circ);$$

$$R_1 = 10 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 8 \text{ Ом};$$

$$C_1 = 300 \text{ мкФ};$$

$$L_1 = 120 \text{ мГн};$$

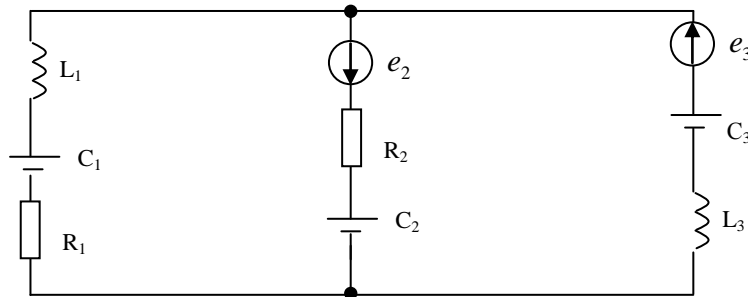
$$L_3 = 80 \text{ мГн};$$

$$C_2 = 250 \text{ мкФ};$$

$$C_3 = 300 \text{ мкФ};$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$

Електрична схема кола



## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №46

### ТЕМА: ВЗАЄМОІНДУКТИВНИЙ ОПІР

**МЕТА:** оволодіти знаннями про кола із взаємоіндуктивністю

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Однойменні і різнойменні виводи індуктивно-зв'язаних котушок..
2. Знаходження виводів на основі досліду.
3. Взаємоіндуктивний опір.

### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

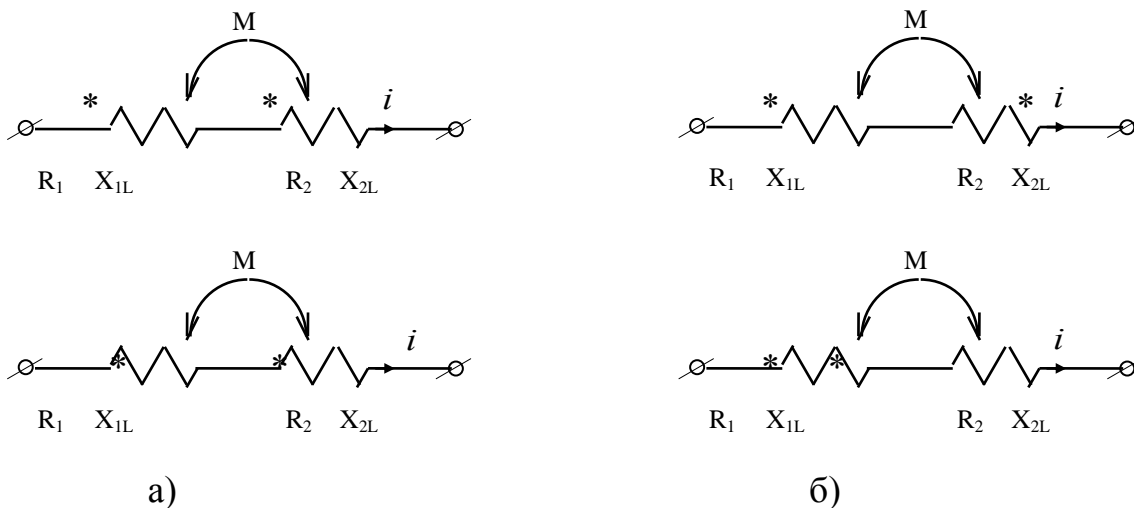
1. Що таке індуктивний зв'язок.
2. Що таке однойменний вивід.
3. Що таке різнойменний вивід.

Елементи електричного кола можуть бути між собою пов'язані загальним магнітним полем і тоді зміна струму в одному елементі є причиною наведення е.р.с в іншому елементі. Такий взаємний вплив елементів кола називається їхнім індуктивним зв'язком.

Опір в електричному колі, зумовлений взаємодукцією, аналогічний опоріві самоіндукції.

На схемах заміщення взаємну індуктивність позначають буквою  $M$  і дугою. На схемах початки котушок позначають крапками або зірочками.

Затискачі індуктивно-зв'язаних котушок називають однойменними (початки або кінці), якщо при зустрічному вмиканні додатній напрям струму, прийнятий на схемі, відносно цих затискачів однаковий (мал. 115а). При зустрічному вмиканні (мал. 115б) струм в одній котушці напрямлений до початку, а в другій — до кінця.



Малюнок 115. Узгоджене (а) та зустрічне (б) вмикання котушок.

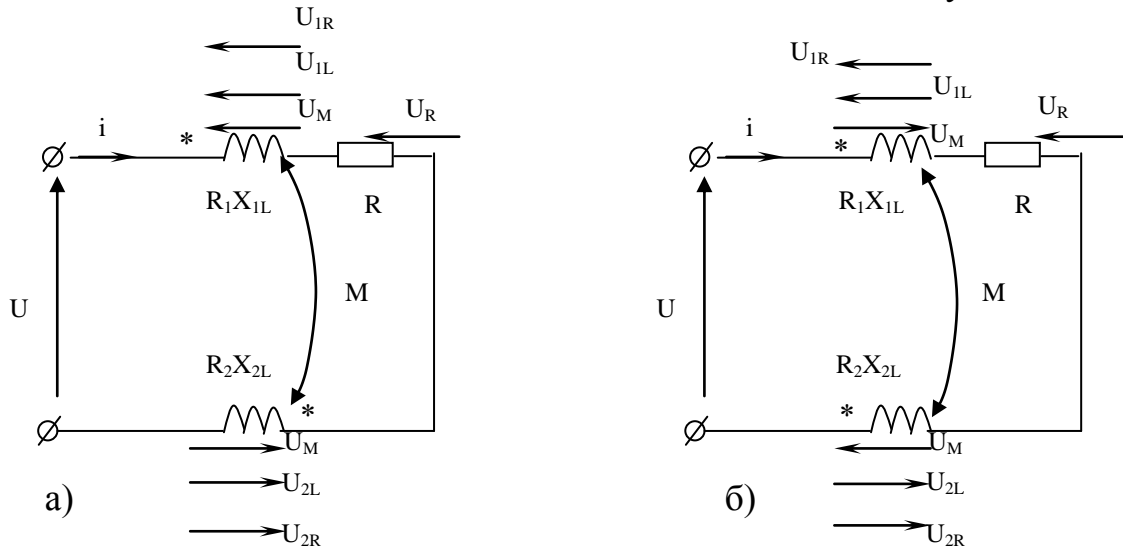
Комплексні індуктивний та взаємодуктивний опір котушки:

$$\underline{Z}_L = j\omega \cdot L = jX_L \quad (348)$$

$$\underline{Z}_M = j\omega \cdot M = jX_M \quad (349)$$

2) Особливість розрахунку електричних кіл із взаємною індуктивністю полягає в тому, що до параметрів  $R, L, C$  додається параметр  $M$ . Крім того, необхідно врахувати, що е.р.с. взаємоіндукції та самоіндукції в тому самому елементі кола можуть за напрямом збігатися або бути протилежними.

Розглянемо послідовне з'єднання елементів із взаємоіндуктивністю.



Малюнок 116. Схема до розрахунку нерозгалуженого кола із взаємоіндуктивністю.

Для розрахунку нерозгалуженого кола із взаємною індуктивністю (мал. 116) можна скласти рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$U = U_{1R} + U_{1L} \pm U_M + U_R + U_{2R} + U_{2L} \pm U_M$$

$$\text{або: } U = iR_1 + L \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt} + iR + iR_2 + L_2 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt}$$

В символічній формі:

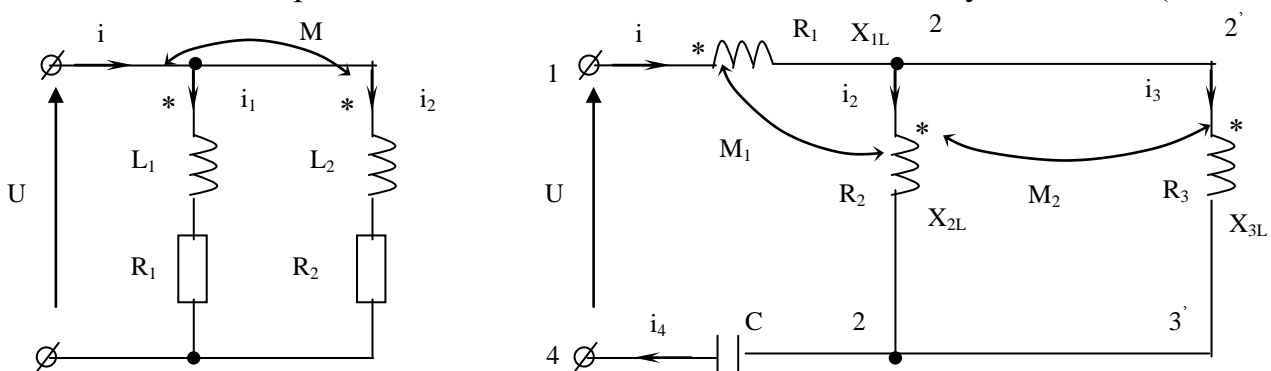
$$\dot{U} = \dot{U}_{1R} + \dot{U}_{1L} \pm \dot{U}_M + \dot{U}_R + \dot{U}_{2R} + \dot{U}_{2L} \pm \dot{U}_M$$

$$\text{або: } \dot{U} = \dot{I}R_1 + \dot{I}jX_{L1} \pm \dot{I}jX_M + \dot{I}R + \dot{I}R_2 + \dot{I}jX_{L2} \pm \dot{I}jX_M$$

$$\dot{U} = \dot{I}(R_1 + R + R_2 + jX_{L1} + jX_{L2} \pm 2jX_M)$$

При узгодженому вмиканні (мал. 116а) напруга взаємоіндукції  $U_M$  збігається з напрямом напруги самоіндукції, тому доданки  $\dot{U}_{1L}; \dot{U}_{2L}; \dot{U}_M$  будуть мати один і той же знак. При зустрічному вмиканні, знаки різні.

Розглянемо паралельне вмикання елементів із взаємоіндуктивністю (мал. 117).



Малюнок 117. Розрахунок електричних кіл із взаємоіндуктивністю (а) та з індуктивним зв'язком елементів (б).

За законами Кірхгофа складаємо рівняння для схеми (мал. 117а):

$$\begin{cases} \dot{U} = R_1 \dot{I}_1 + jX_1 \dot{I}_1 + jX_M \dot{I}_2 \\ \dot{U} = R_2 \dot{I}_2 + jX_2 \dot{I}_2 + jX_M \dot{I}_1 \\ \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \end{cases} \quad (350)$$

Розв'язуємо дану систему рівнянь, знаходимо струми віток схеми.

Розглянемо розгалужене коло (мал. 117б).

За першим та другим законами Кірхгофа складаємо рівняння:

1. Для контуру 1-2-3-4-1:

$$\dot{U} = \dot{I}_1 R_1 + \dot{I}_1 jX_{1L} + \dot{I}_2 jX_{2M} + \dot{I}_2 R_2 + \dot{I}_2 jX_{2L} + \dot{I}_1 jX_{2M} - \dot{I}_3 jX_{1M} - \dot{I}_4 jX_C$$

2. Для контуру 2-2'-3'-3-2:

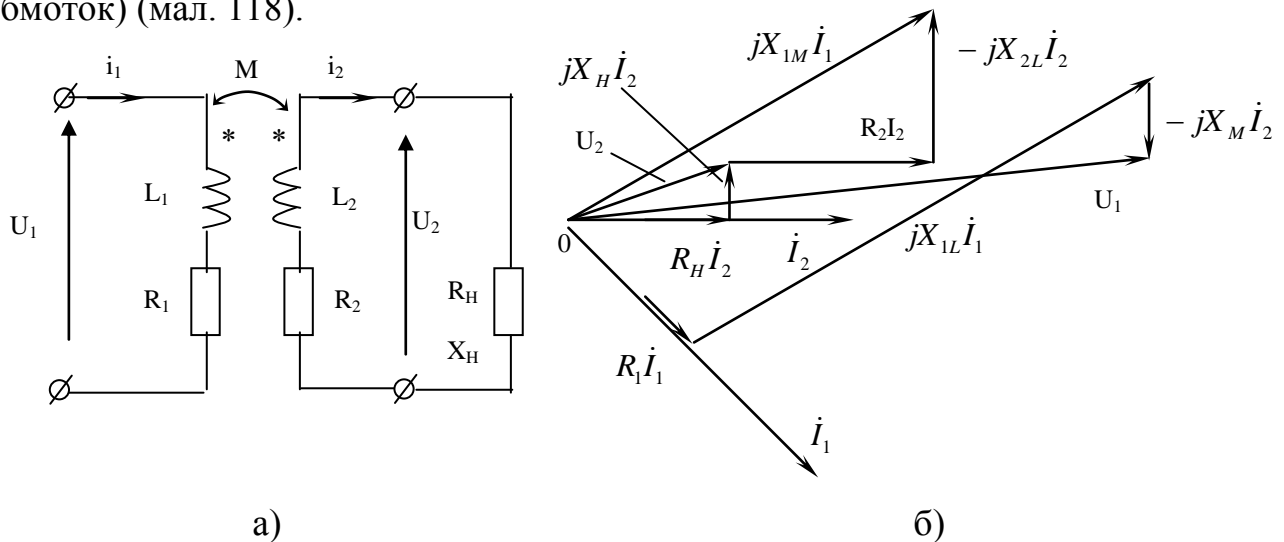
$$0 = -\dot{I}_3 R_3 - \dot{I}_3 jX_{3L} + \dot{I}_2 jX_{1M} - \dot{I}_2 R_2 - \dot{I}_2 jX_{2L} + \dot{I}_3 jX_{1M} - \dot{I}_1 jX_{2M}$$

3. Для вузла 3:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_3 - \dot{I}_2 = 0$$

3) Трансформатори без феромагнітного осердя (повітряні) широко застосовуються в пристроях які працюють на високих частотах.

Повітряний трансформатор складається з двох індуктивно зв'язаних котушок (обмоток) (мал. 118).



Малюнок 118. Схема (а) та векторна діаграма (б) повітряного трансформатора.

До первинної обмотки трансформатора підведено напругу  $U_1$  від джерела живлення, а до вторинної обмотки під'єднано навантаження. Індуктивний зв'язок обмоток характеризується взаємоіндуктивністю  $M$ .

Із схеми (мал. 118а) видно, що котушки трансформатора ввімкнуті зустрічно.

За другим законом Кірхгофа запишемо рівняння для первинної і вторинної обмоток:

$$\begin{cases} R_1 \dot{I}_1 + jX_{1L} \dot{I}_1 - jX_M \dot{I}_2 = \dot{U}_1 \\ R_2 \dot{I}_2 + jX_{2L} \dot{I}_2 - jX_M \dot{I}_1 + R_H \dot{I}_2 + jX_H \dot{I}_2 = 0 \end{cases} \quad (351)$$

де  $X_{1L}, R_1, R_2, X_{2L}$  і  $R_H, X_H$  – опори обмоток і навантаження.

$X_M$  – взаємоіндуктивний опір обмоток трансформатора.

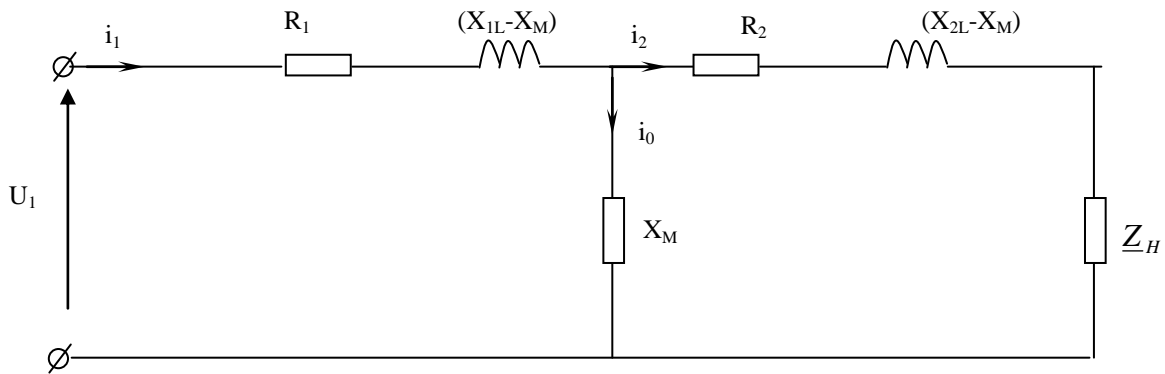
Векторна діаграма трансформатора приведена на (мал. 118б).

Рівняння (351) перепишемо у вигляді:

$$R_1 \dot{I}_1 + j(X_{1L} - X_M) \dot{I}_1 + jX_M (\dot{I}_1 - \dot{I}_2) = \dot{U}_1 \quad (352)$$

$$R_2 \dot{I}_2 + j(X_{2L} - X_M) \dot{I}_2 - jX_M (\dot{I}_1 - \dot{I}_2) + \underline{Z}_H \dot{I}_2 = 0$$

Цим рівнянням задовольняє схема (мал.119).



Малюнок 119. Схема заміщення повітряного трансформатора.

Вважають, що вітка зі струмом  $I_0$  створює намагнічуючу силу трансформатора, тому вона називається намагнічуючою віткою.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №47

### ТЕМА: РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ З ВЗАЄМОІНДУКТИВНІСТЮ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Змішана схема з'єднання

### Література:

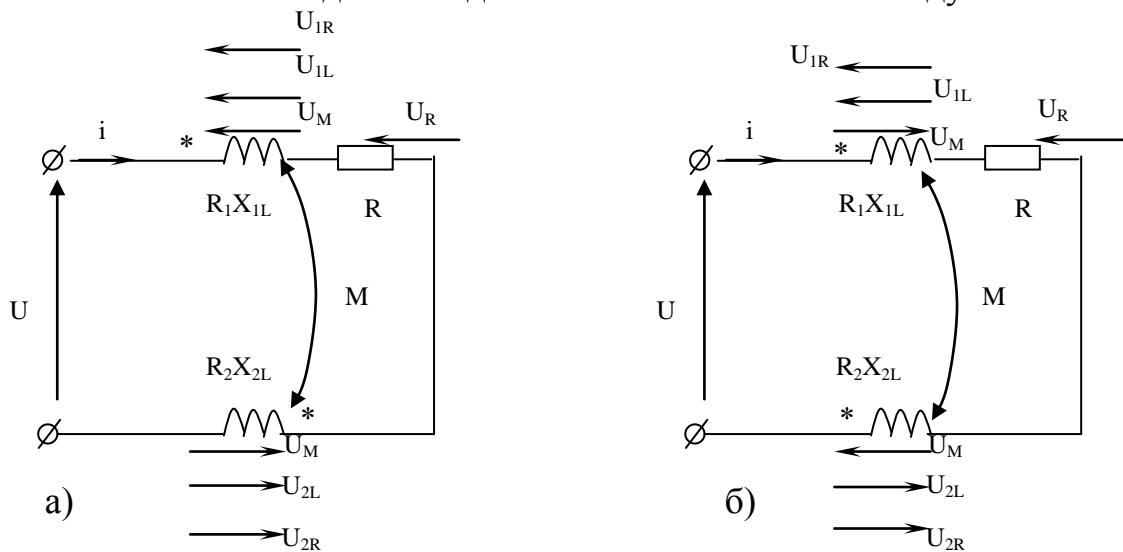
- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

## Питання для самоконтролю.

1. Що таке індуктивний зв'язок.
2. Що таке гілка намагнічування.
3. Векторна діаграма повітряного трансформатору.

Особливість розрахунку електричних кіл із взаємною індуктивністю полягає в тому, що до параметрів  $R, L, C$  додається параметр  $M$ . Крім того, необхідно врахувати, що е.р.с. взаємоіндукції та самоіндукції в тому самому елементі кола можуть за напрямом збігатися або бути протилежними.

Розглянемо послідовне з'єднання елементів із взаємоіндуктивністю.



Малюнок 116. Схема до розрахунку нерозгалуженого кола із взаємоіндуктивністю.

Для розрахунку нерозгалуженого кола із взаємною індуктивністю (мал. 116) можна скласти рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$U = U_{IR} + U_{IL} \pm U_M + U_R + U_{2R} + U_{2L} \pm U_M$$

$$\text{або: } U = iR_1 + L \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt} + iR + iR_2 + L_2 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt}$$

В символічній формі:

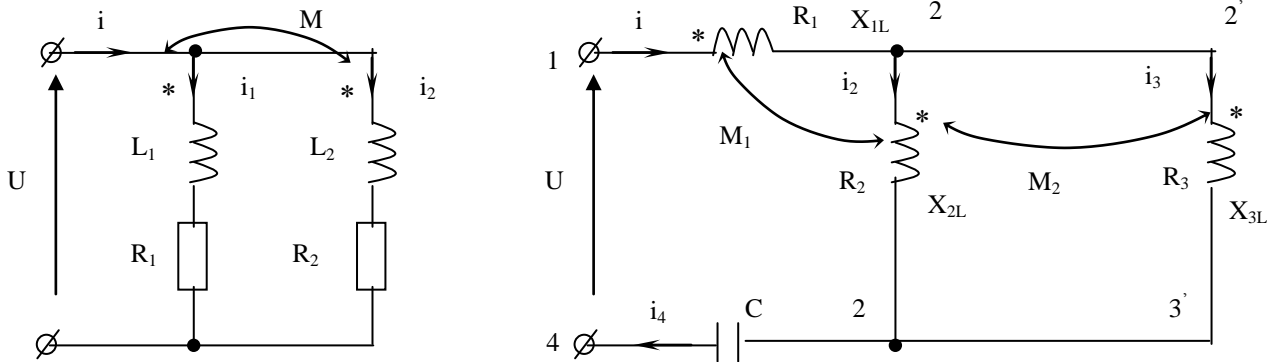
$$\dot{U} = \dot{U}_{IR} + \dot{U}_{IL} \pm \dot{U}_M + \dot{U}_R + \dot{U}_{2R} + \dot{U}_{2L} \pm \dot{U}_M$$

$$\text{або: } \dot{U} = \dot{i}R_1 + \dot{i}jX_{L1} \pm \dot{i}jX_M + \dot{i}R + \dot{i}R_2 + \dot{i}jX_{L2} \pm \dot{i}jX_M$$

$$\dot{U} = \dot{i}(R_1 + R + R_2 + jX_{L1} + jX_{L2} \pm 2jX_M)$$

При узгодженому вмиканні (мал. 116а) напруга взаємоіндукції  $U_M$  збігається з напрямом напруги самоіндукції, тому доданки  $\dot{U}_{IL}; \dot{U}_{2L}; \dot{U}_M$  будуть мати один і той же знак. При зустрічному вмиканні, знаки різні.

Розглянемо паралельне вмикання елементів із взаємоіндуктивністю (мал. 117).



Малюнок 117. Розрахунок електричних кіл із взаємоіндуктивністю (а) та з індуктивним зв'язком елементів (б).

За законами Кірхгофа складаємо рівняння для схеми (мал. 117а):

$$\begin{cases} \dot{U} = R_1 \dot{I}_1 + jX_{1L} \dot{I}_1 + jX_M \dot{I}_2 \\ \dot{U} = R_2 \dot{I}_2 + jX_{2L} \dot{I}_2 + jX_M \dot{I}_1 \\ \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \end{cases} \quad (350)$$

Розв'язуємо дану систему рівнянь, знаходимо струми віток схеми.

Розглянемо розгалужене коло (мал. 117б).

За першим та другим законами Кірхгофа складаємо рівняння:

1. Для контуру 1-2-3-4-1:

$$\dot{U} = \dot{I}_1 R_1 + \dot{I}_1 jX_{1L} + \dot{I}_2 jX_{2M} + \dot{I}_2 R_2 + \dot{I}_2 jX_{2L} + \dot{I}_1 jX_{2M} - \dot{I}_3 jX_{1M} - \dot{I}_4 jX_C$$

2. Для контуру 2-2'-3'-3-2:

$$0 = -\dot{I}_3 R_3 - \dot{I}_3 jX_{3L} + \dot{I}_2 jX_{1M} - \dot{I}_2 R_2 - \dot{I}_2 jX_{2L} + \dot{I}_3 jX_{1M} - \dot{I}_1 jX_{2M}$$

3. Для вузла 3:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_3 - \dot{I}_2 = 0$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №48

### ТЕМА: ПОВІТРЯНИЙ ТРАНСФОРМАТОР

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Методика розрахунку повітряного трансформатора.
2. Побудова векторної діаграми

### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп. - М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. - М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. - М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

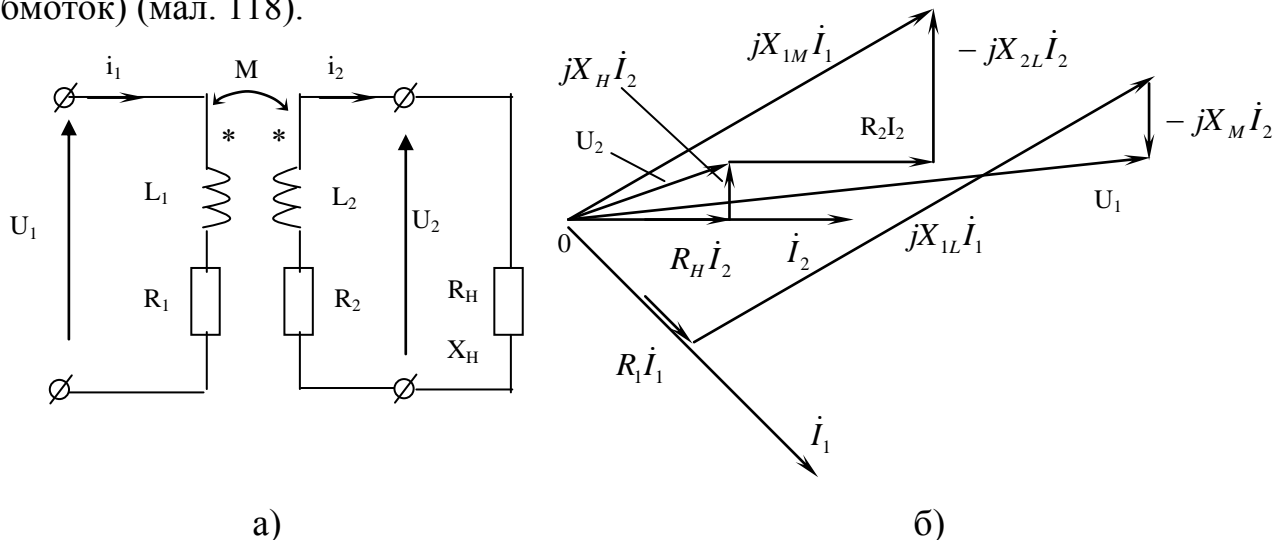
6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

- 1 Що таке індуктивний зв'язок.
- 2 Що таке гілка намагнічування.
- 3 Векторна діаграма повітряного трансформатора.

Трансформатори без феромагнітного осердя (повітряні) широко застосовуються в пристроях які працюють на високих частотах.

Повітряний трансформатор складається з двох індуктивно зв'язаних котушок (обмоток) (мал. 118).



Малюнок 118. Схема (а) та векторна діаграма (б) повітряного трансформатора.

До первинної обмотки трансформатора підведено напругу  $U_1$  від джерела живлення, а до вторинної обмотки під'єднано навантаження. Індуктивний зв'язок обмоток характеризується взаємоіндуктивністю  $M$ .

Із схеми (мал. 118а) видно, що котушки трансформатора ввімкнуті зустрічно.

За другим законом Кірхгофа запишемо рівняння для первинної і вторинної обмоток:

$$\left. \begin{aligned} R_1 \dot{I}_1 + jX_{1L} \dot{I}_1 - jX_M \dot{I}_2 &= \dot{U}_1 \\ R_2 \dot{I}_2 + jX_{2L} \dot{I}_2 - jX_M \dot{I}_1 + R_H \dot{I}_2 + jX_H \dot{I}_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (351)$$

де  $X_{1L}, R_1, R_2, X_{2L}$  і  $R_H, X_H$  – опори обмоток і навантаження.  
 $X_M$  – взаємоіндуктивний опір обмоток трансформатора.

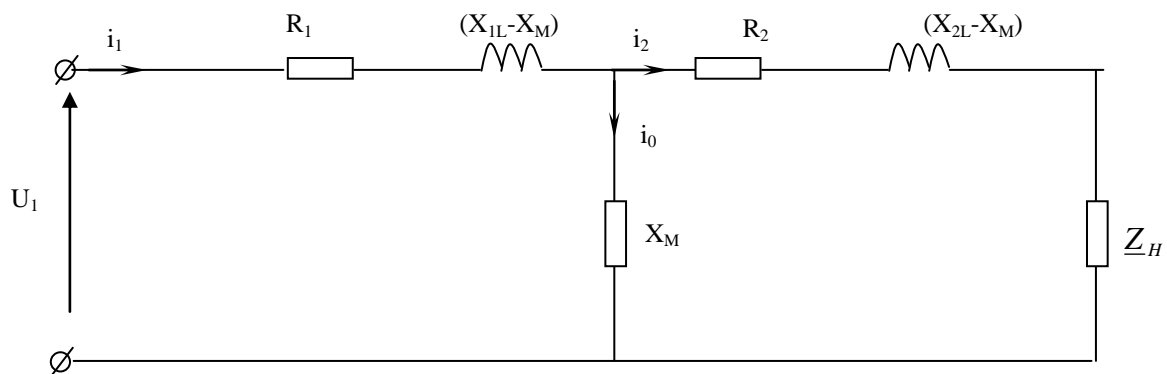
Векторна діаграма трансформатора приведена на (мал. 118б).

Рівняння (351) перепишемо у вигляді:

$$R_1 \dot{I}_1 + j(X_{1L} - X_M) \dot{I}_1 + jX_M (\dot{I}_1 - \dot{I}_2) = \dot{U}_1 \quad (352)$$

$$R_2 \dot{I}_2 + j(X_{2L} - X_M) \dot{I}_2 - jX_M (\dot{I}_1 - \dot{I}_2) + \underline{Z}_H \dot{I}_2 = 0$$

Цим рівнянням задовольняє схема (мал.119).



Малюнок 119. Схема заміщення повітряного трансформатора.

Вважають, що вітка зі струмом  $I_0$  створює намагнічуючу силу трансформатора, тому вона називається намагнічуючою віткою.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №49

### ТЕМА: КОЛИВАЛЬНИЙ КОНТУР

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

- 1 Умови виникнення коливань
- 2 Передача енергії від конденсатора до котушки

#### Література:

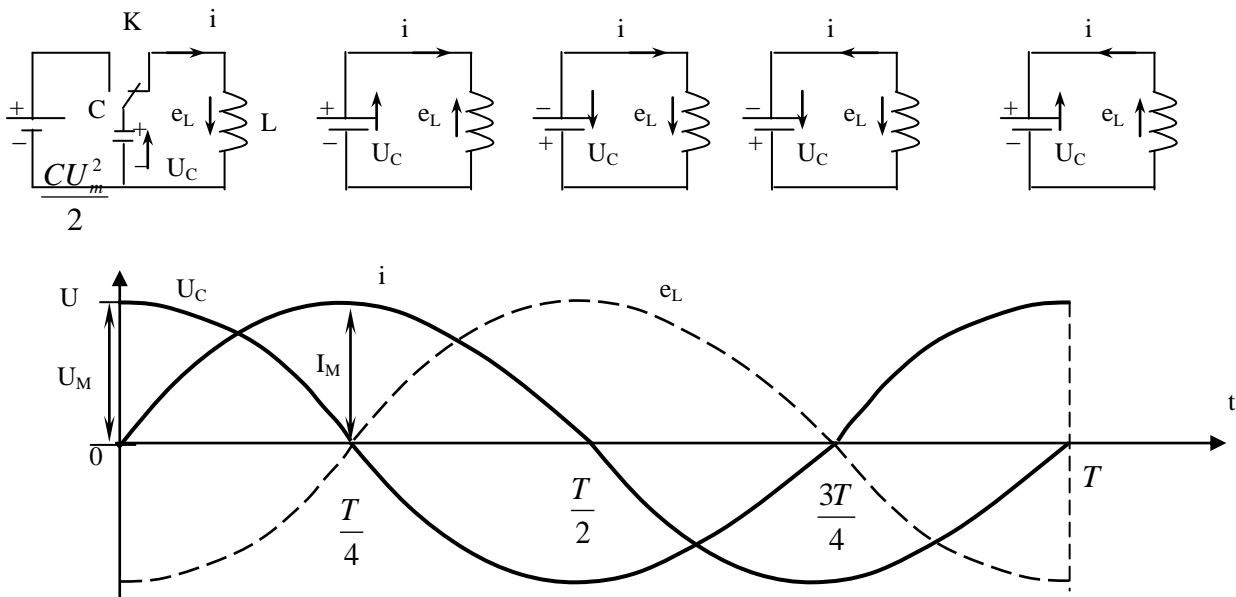
- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

**Питання для самоконтролю.**

1. Що таке вільні коливання.
2. Що таке кутова частота вільних коливань в контурі.
3. Що таке хвильовий опір контуру.

Електричний резонанс виникає при певних умовах в електричних колах змінного струму, які мають індуктивності та ємності.

Розглянемо коливальний контур, що складається з ідеальної котушки та конденсатора. Коливальний процес в такому колі полягає у взаємному перетворенні електричного та магнітного полів.



Малюнок 120. Коливальний контур.

Коливання в електричному колі, не пов'язані з джерелом енергії, називаються власними або вільними.

Струм в колі:  $i = I_m \sin \omega_0 \cdot t$

$\omega_0$  – кутова швидкість власних коливань контуру.

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}; \quad U_m = \omega_0 \cdot LI_m, \text{ отримаємо:}$$

$$\frac{C\omega_0^2 \cdot L^2 I_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}$$

$$C\omega_0^2 \cdot L = 0; \quad \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}} \text{ – кутова швидкість власних коливань.} \quad (353)$$

Частота власних коливань:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}; \quad (354)$$

Період власних коливань:

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (355)$$

З рівняння  $\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}$ , знайдемо:

$$I_m^2 = \frac{CU_m^2}{L} = U_m^2 \frac{C}{L}; \quad \frac{U_m^2}{I_m^2} = \frac{L}{C};$$

$$\frac{U_m}{I_m} = Z_{XB.} \text{ – хвильовий опір контуру.} \quad (356)$$

$$\text{Одержимо: } Z_{XB.}^2 = \frac{L}{C}; \quad \boxed{Z_{XB.} = \sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (357)$$

Коливання будуть незатухаючі коли  $R = 0$ .

$$\text{Якщо } R > 0, \text{ то: } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}};$$

$$\text{при } R = 0: \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (358)$$

$$\text{при } R \geq 2\sqrt{\frac{L}{C}}: \quad \omega_0 = 0, \quad \text{тобто коливань не виникає.}$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №50

### ТЕМА: РЕЗОНАНС НАПРУГ І СТРУМІВ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Умова виникнення резонансу струму і напруги.
2. Резонансні криві резонансу струму і напруги.
3. Добротність контуру резонансу струму і напруги.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

## Питання для самоконтролю.

1. Умова виникнення резонансу струму і напруги.
2. Резонансні криві резонансу струму і напруги.
3. Добротність контуру резонансу струму і напруги.

2) При послідовному з'єднанні елементів кола та при  $X_L = X_C$  в колі виникає резонанс напруг. В цьому режимі  $Q = 0$ , струм і напруга збігаються за фазою.

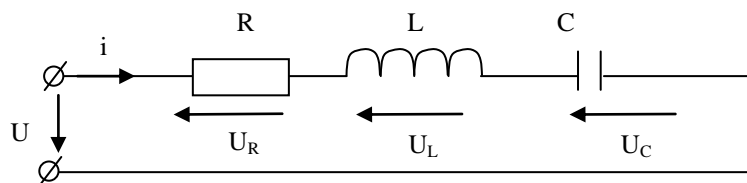
Умова виникнення резонансу.

Резонанс напруг виникає при певній частоті струму (джерела енергії), яку називають резонансною  $\omega_p$ . При резонансній частоті  $X_L = X_C$ .

Режим роботи електричного кола при послідовному з'єднанні елементів, який характеризується рівністю ємнісного та індуктивного опорів, називається резонансом напруг:

$$X_L = \omega \cdot L ; \quad X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} ;$$

$$\omega_p L = \frac{1}{\omega_p C} ; \quad \omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC}} ; \quad f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (359)$$

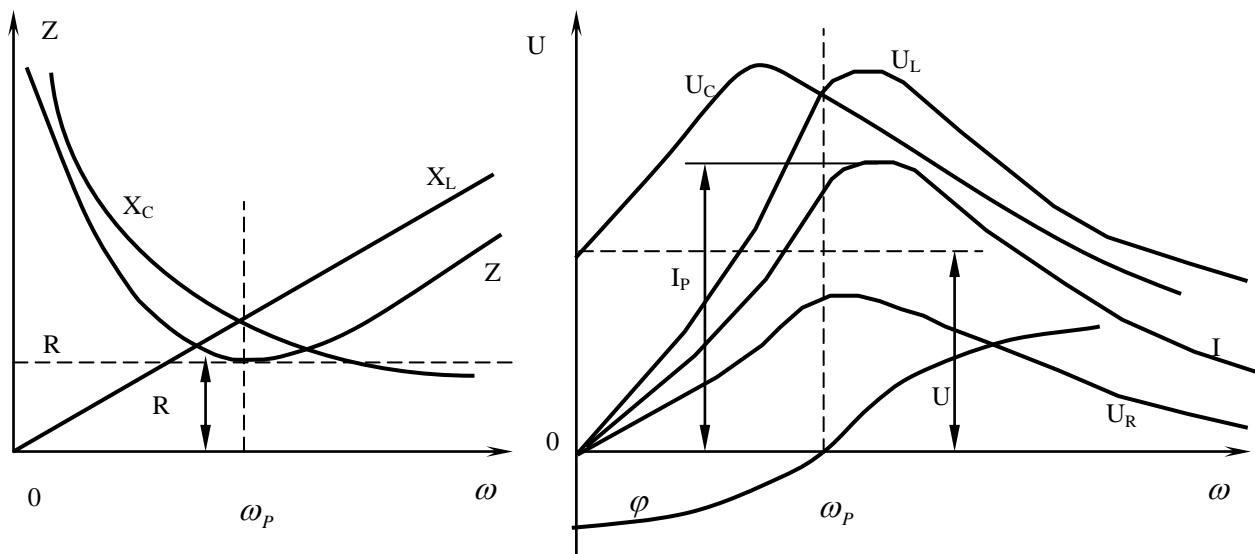


Малюнок 121. Резонанс напруг.

Резонанс напруг у колі можна досягти двома способами:

- 1) Зміною параметрів  $L$  і  $C$ ;
- 2) Зміною частоти джерела живлення.

Залежності напруг і струмів на окремих елементах кола від частоти називаються резонансними кривими.



Малюнок 122. Резонансні криві.

### Добротність контуру.

При резонансі:  $\omega_p L = \frac{1}{\omega_p C}$

$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ , підставимо:

$\sqrt{\frac{1}{LC}} \cdot L = \sqrt{\frac{L^2}{LC}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$  – хвильовий опір.

$U_L = U_C = I Z_{xв.} = \frac{U}{R} Z_{xв.}$ ;  $\frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{Z_{xв.}}{R}$ ;

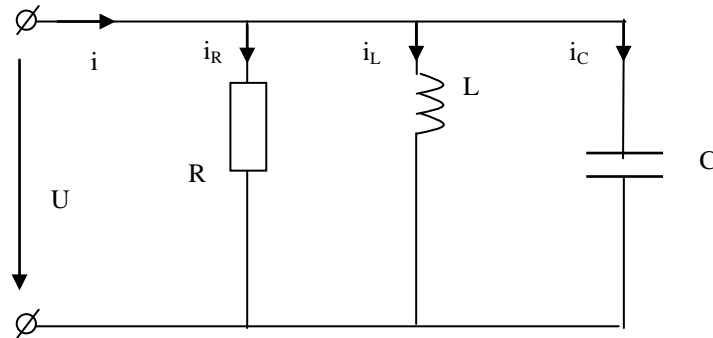
Коли  $Z_{xв.} > R$ , то  $U_C, U_L > U$ , може статися пробій ізоляції.

На практиці таке може статися коли в кінці кабельної лінії підключити споживач, що має індуктивність.

$\frac{Z_{xв.}}{R} = Q$  – добротність контуру. (360)

$Q = \frac{Z_{xв.}}{R} = \frac{\sqrt{L}}{R} = \frac{\omega_p L}{R} = \frac{1}{\omega_p C R}$  (361)

При паралельному з'єднанні віток та рівності реактивних провідностей віток  $B_L = B_C$  виникає явище резонансу струмів. В цьому режимі  $Q = 0$ , струм і напруга збігаються за фазою.



Малюнок 123. Резонанс струмів.

Провідності віток:

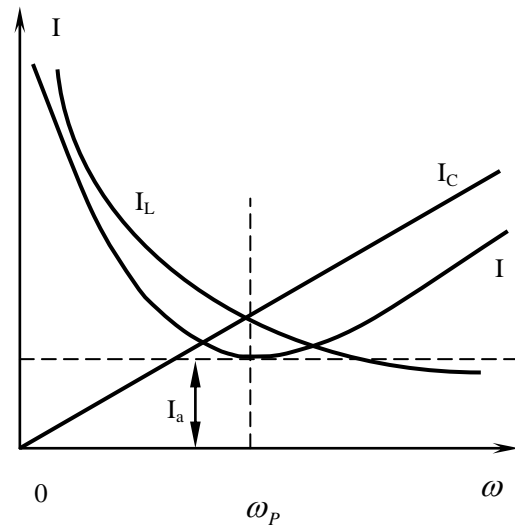
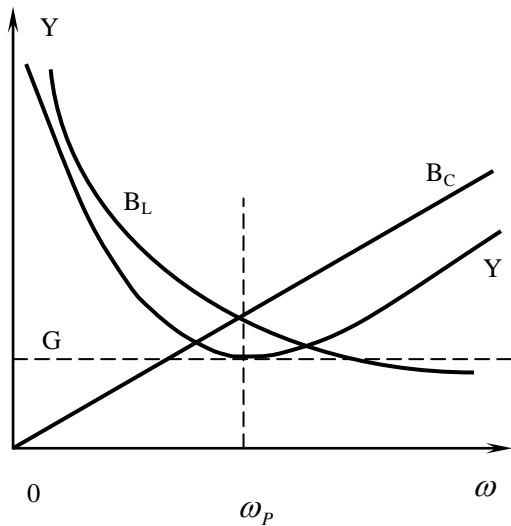
$G = \frac{1}{R}$ ;  $B_L = \frac{1}{\omega \cdot L}$ ;  $B_C = \omega \cdot C$

При резонансі:

$B_L = B_C$ ;  $\frac{1}{\omega_p L} = \omega_p C$ ;  $\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  – резонансна частота.

Резонансу струмів можна досягнути:

- 1) Зміною параметрів  $L, C$ .
- 2) Зміною  $\omega$ .



Малюнок 124. Резонансні криві.

$$\omega_p C = \frac{1}{\omega_p L} = \sqrt{\frac{C}{L}} = Y_{xв.}$$

Добротність контуру:

$$Q = \frac{Y_{xв.}}{G} = \frac{\sqrt{\frac{C}{L}}}{G} = \frac{R}{\omega_p L} = \omega_p C R \quad (362)$$

Умова виникнення резонансу справедлива і для конденсатора з втратами і котушки, що має активний опір.

В цьому випадку:

$$B_L = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2}; \quad B_C = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2};$$

$$\frac{\omega_p L}{(\omega_p L)^2 + R_1^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\omega_p C}\right)^2 + R_2^2}, \text{ звідси:}$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_1^2}{\frac{L}{C} - R_2^2}} \quad (363)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №51

### ТЕМА: КОМПЕНСАЦІЯ РЕАКТИВНОЇ ПОТУЖНОСТІ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Реактивна потужність електроустановок.
2. Вплив величини реактивної потужності на техніко-економічні показники електроустановок.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Реактивна потужність електроустановок.
2. Вплив величини реактивної потужності на техніко-економічні показники електроустановок.

Завдяки взаємному обміну енергією між котушкою та конденсатором джерело енергії можна частково або повністю звільнити від постачання реактивної енергії в коло. В цьому випадку говорять про компенсацію реактивної потужності. Повна компенсація реактивної потужності має місце при резонансі.

Компенсація реактивної потужності має велике техніко-економічне значення. Додаткова передача реактивної потужності від джерела енергії приводить:

1) Збільшується струм лінії:

$$I = \frac{S}{\sqrt{3}U} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{\sqrt{3} \cdot U}$$

2) Збільшуються втрати активної потужності:

$$\Delta P = I^2 R = \left( \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{\sqrt{3} \cdot U} \right)^2 \cdot R = \frac{P^2 + Q^2}{3U^2} \cdot R$$

3) Необхідно збільшувати перерізи проводів лінії, обладнання повинне бути розраховане на більші струми, що приводить до збільшення його вартості, збільшується генераторна потужність.

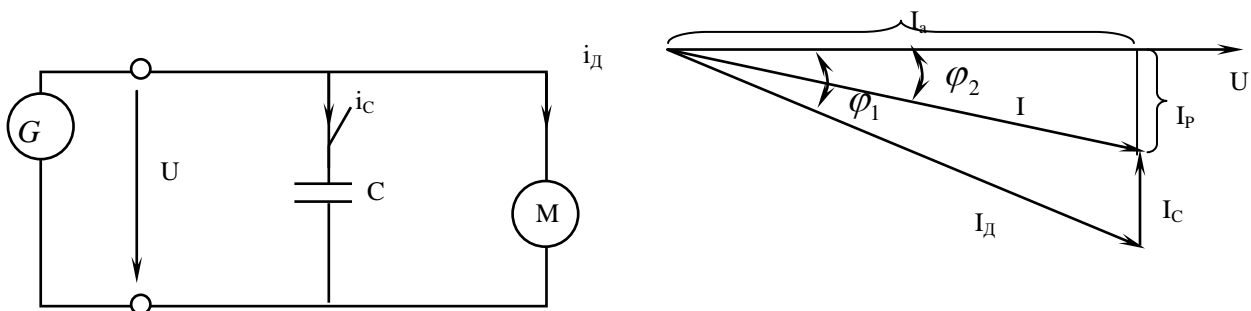
Методи компенсації реактивної потужності (зменшення передачі  $Q$  від джерела):

А) Природні методи:

- правильний вибір потужності трансформаторів, електродвигунів;
- правильне завантаження електрообладнання до номінального;
- зменшення режиму холостого ходу;
- підвищення якості ремонту електрообладнання.

Б) Штучні методи:

- паралельне вмикання конденсаторної батареї.



Малюнок 125. Компенсація реактивної потужності.

Необхідна потужність батареї КБ:

$$Q_c = Q_1 - Q_2$$

$Q_1$  – реактивна потужність до компенсації;

$Q_2$  – оптимальне значення реактивної потужності, яку необхідно передати від джерела до приймача.

$Q_1 = P \cdot \operatorname{tg} \varphi_1$  – реактивна потужність до включення в мережу конденсаторної батареї.

$Q_2 = P \cdot \operatorname{tg} \varphi_2$  – реактивна потужність кола після включення в мережу конденсаторної батареї.

$$Q_c = P(\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2) \quad (364)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №52

### ТЕМА: ЕНЕРГІЯ КОЛИВАЛЬНОГО КОНТУРУ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1 Передача енергії від конденсатора до котушки

### Література:

1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп. - М: Высш. школа, 1981

2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

- 1 Що таке вільні коливання.
- 2 Що таке кутова частота вільних коливань в контурі.
- 3 Що таке хвильовий опір контуру.

Розглянемо електричне коло, що складається з послідовно з'єднаних конденсатора ємністю  $C$ , котушки індуктивності  $L$ , активного опору  $R$ . Таке коло називають коливальним контуром (рис.6.1).

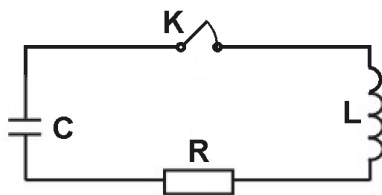


Рис. 6.1

Якщо попередньо заряджений конденсатор замкнути на котушку індуктивності, то в контурі виникне струм зумовлений розрядженням конденсатора. Зростаюче магнітне поле цього струму

спричинить появу ЕРС самоіндукції, яка протягом першої половини періоду коливань сповільнює швидкість розряду. Коли конденсатор розрядиться, струм, зумовлений розрядом, повинен впасти до нуля. Проте ЕРС самоіндукції в котушці, змінивши свій напрям згідно з правилом Ленца, буде підтримувати попередній напрям струму, внаслідок чого конденсатор перезаряджається. Перезарядження конденсатора здійснюється за рахунок енергії магнітного поля котушки індуктивності. Таким чином відбувається перша половина періоду електромагнітних коливань, після чого процес продовжується у зворотному напрямі і коливальна система приходить у свій початковий стан. Періодичне повторення описаного процесу є коливальним розрядом конденсатора.

Під час коливань періодично змінюється заряд  $q$  на обкладинках конденсатора, напруга  $U$  на конденсаторі й сила струму  $i$ , що протікає через індуктивність. Ці коливання супроводжуються взаємним перетворенням енергії електричного й магнітного полів. Протікання струму через активний опір спричинюється до його нагрівання, що призводить до втрати початкового запасу енергії. Внаслідок цього амплітуда коливань, напруги й струму в контурі поступово зменшується. При збільшенні активного опору контуру  $R$  швидкість згасання коливань збільшується і при достатньо великому (критичному) опорі  $R_{кр}$  коливання в контурі взагалі не виникають. У цьому випадку відбувається аперіодичний розряд конденсатора.

Виведемо рівняння, що описує вільні коливання в даному контурі. Нехай у початковий момент часу при  $t_0 = 0$  заряд на обкладинках конденсатора дорівнює  $q$ ;

замикання контуру вимикачем призводить до виникнення струму  $i$ , який спричинює появу в котушці ЕРС самоіндукції

$$\mathcal{E}_c = L \frac{di}{dt}. \quad (6.1)$$

Заряд  $q$  і напруга  $U$  на конденсаторі пов'язані співвідношенням  $q = CU$ , звідки струм у контурі

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (6.2)$$

Згідно з другим правилом Кірхгофа сума спадів напруги у будь-якому замкнутому контурі дорівнює сумі ЕРС, що діють у цьому контурі. Застосувавши це правило для коливального контуру, зображеного на рис. 6.1, отримаємо вираз

$$Ri + U = \mathcal{E}_c. \quad (6.3)$$

Підставивши у рівняння (6.3) співвідношення (6.1) і (6.2) і розділивши весь вираз на  $LC$ , одержуємо

$$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{CL} U = 0 \quad (6.4)$$

Введемо позначення

$$2\beta = \frac{R}{L}; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{CL}. \quad (6.5)$$

Рівняння (4) набуде вигляду

$$\frac{d^2U}{dt^2} + 2\beta \frac{dU}{dt} + \omega_0^2 U = 0 \quad (6.6)$$

З теорії коливань відомо, що розв'язок рівняння такого вигляду при умові  $\beta^2 < \omega_0^2$  тобто

$$\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{CL},$$

має вигляд

$$U = U_0 e^{-\beta t} \text{Cos}(\omega t + \alpha), \quad (6.7)$$

де  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ ,  $\omega_0$  - власна частота коливань при  $R \rightarrow 0$ ,  $\beta$  - коефіцієнт згасання.

Враховуючи рівняння (6.5), знаходимо вираз для  $\omega$  :

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}}. \quad (6.8)$$

Таким чином, частота згасаючих коливань менша від власної частоти  $\omega_0$ . Період коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}}}. \quad (6.9)$$

При збільшенні коефіцієнта згасання  $\beta$  період коливань  $T$  зростає, прямує до безмежності при  $\beta \rightarrow \omega_0$ . Це означає, що коливальний процес переходить в аперіодичний. Для контуру з певними значеннями  $L$  і  $C$  аперіодичний процес, як видно з останньої формули, здійснюється при  $R \geq R_{кр}$ .

Значення критичного опору  $R_{кр}$  визначається з умови

$$\frac{R_{кр}^2}{4L^2} = \frac{1}{CL},$$

звідки

$$R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (6.10)$$

Згасання коливань прийнято характеризувати логарифмічним декрементом згасання

$$\lambda = \ln \frac{A_1}{A_2} = \beta T, \quad (6.11)$$

де  $A_1, A_2$  - амплітуди коливань певної величини ( $q, U$  або  $i$ ) які відповідають моментам часу, що відрізняються на період.

У багатьох випадках коливний процес доцільніше досліджувати, вивчивши безпосередньо залежність  $U$  від  $i$ . Криву, що зображає цю залежність, називають фазовою кривою. Ця крива є результатом додавання двох взаємно перпендикулярних коливань напруги  $U$  і струму  $i$  зміщених за фазою на  $\frac{\pi}{2}$ . При відсутності згасання в контурі фазова крива  $U = f(i)$  має форму еліпса.

При згасанні коливань в контурі їх амплітуда зменшується з часом, що призводить до складнішої форми фазової кривої - спіралі, яка скручується. Цю спіраль можна спостерігати безпосередньо на екрані осцилографа якщо під'єднати його до контуру (рис. 6.2).

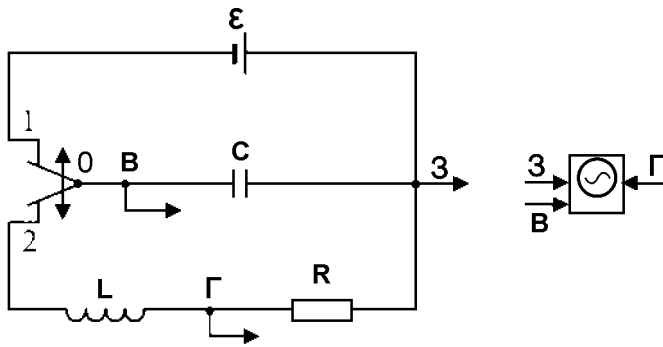


Рис. 6.2

Вільні згасаючі коливання досліджують за допомогою пристрою, схема якого показана на рис. 6.2. Конденсатор за допомогою реле автоматично під'єднується або до джерела постійної напруги  $\epsilon$  (конденсатор заряджається), або до індуктивності  $L$  та опору  $R$  (розряд конденсатора через контур). Таке перемикання відбувається з

частотою 50 Гц і досягається тим, що при зміні напрямку струму через електромагнітне реле його якір-перемикач притягається по черзі до одного або до другого полюсу, з'єднуючи по чергово клему 0 з клемами 1 і 2.

Спостереження проводять на екрані осцилографа клема якого, позначені буквами „В”, „Г”, „З”, з'єднані провідниками з відповідними точками контуру, позначеними таким ж буквами.

Якщо ввімкнути генератор часової розгортки осцилографа й синхронізувати його частоту з частотою перемикання реле, то на екрані спостерігатиметься картина, зображена на рис. 6.3.

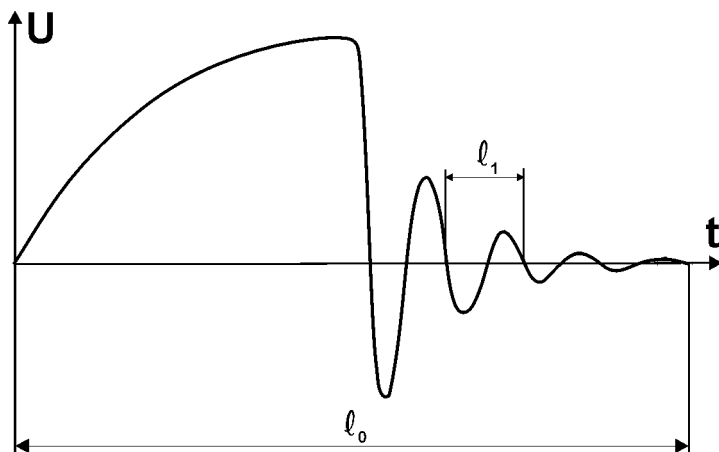


Рис. 6.3

Тут  $l_0$  відповідає 0,02 с, тобто періоду  $T$  коливань струму в мережі, до якої під'єднане реле. Період згасаючих коливань

$$T_{зр} = \frac{0,02 l_1}{l_0}, \quad (6.12)$$

де  $\ell_0, \ell_1$  - інтервали на осцилограмі, показаній на рис.6.3. Для більшої точності слід вимірювати інтервал  $\ell_0$ , що містить  $n$  інтервалів  $\ell_1$ , тоді  $\ell_1 = \frac{\ell_0}{n}$ .

Щоб отримати фазову криву  $U(i)$ , тобто залежність напруги на конденсаторі від струму в контурі, досить вимкнути генератор розгортки осцилографа. При цьому на вертикально відхиляючі пластини осцилографа подаватиметься, як і раніше, напруга з конденсатора, а на горизонтально відхиляючі-напруга з активного опору  $R$ . Оскільки на активному опорі напруга у фазі з струмом, то цим самим дістаємо залежність напруги на конденсаторі від струму в контурі ( рис.6.4).

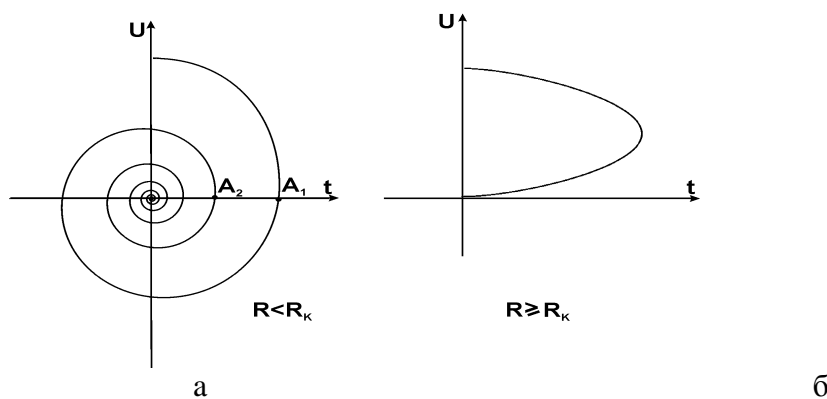


Рис. 6.4

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №53

### ТЕМА: РІВНЯННЯ ЧОТИРЬОХПОЛЮСНИКА

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Основні види рівнянь.
2. Коефіцієнти чотирьохполюсника.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

## Питання для самоконтролю.

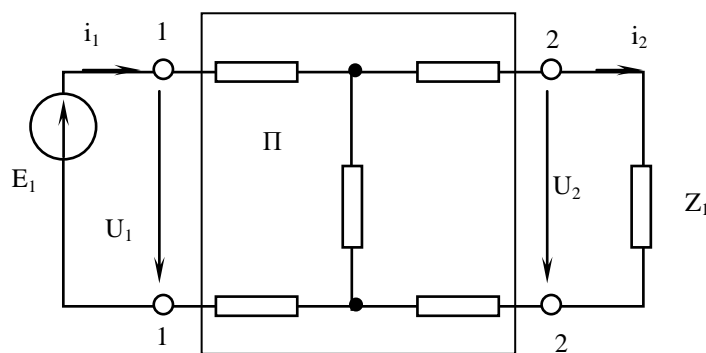
1. Режими чотирьохполюсника.
2. Основні види рівнянь.
3. Коефіцієнти чотирьохполюсника.

При дослідженні ліній електропередачі, трансформаторів, електричних машин, підсилювачів застосовується поняття чотириполюсника.

Частина електричного кола, що має дві пари затискачів, одна з яких є вхідною, а інша — вихідною, називається чотириполюсником.

Чотириполюсник, який має у своїх вітках джерела енергії називається активним, а чотириполюсник, який немає у своїх вітках джерел енергії — пасивним.

Режим роботи чотириполюсника визначимо, якщо відомі його струми і напруги на вході і виході  $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_1, \dot{I}_2$ .



Малюнок 126. Пасивний чотириполюсник.

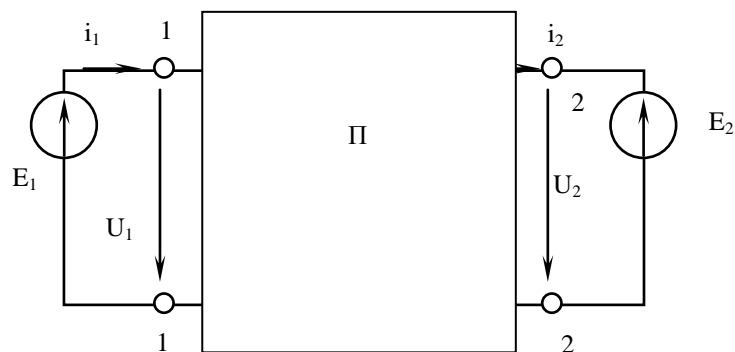
Ставиться завдання: з чотирьох величин які визначають режим роботи чотириполюсника, задано дві, необхідно знайти інші дві.

Затискачі до яких приєднано джерело енергії, називаються вхідними, а до яких приєднано приймач, — вихідними.

Позначимо комплекси напруг та струмів  $\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2$  і  $\dot{U}_1 = \dot{E}_1$ ;  $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \underline{Z}_2$ , замінимо напругу  $\dot{U}_2$  на джерело енергії  $\dot{E}_2$  ( $\dot{U}_2 = \dot{E}_2$ ).

При короткому замиканні на затискачах 2-2 джерело  $\dot{E}_2$  буде вилучено із схеми, тоді струми в схемі викликає е.р.с.  $\dot{E}_1$ .

$$\dot{I}'_1 = \dot{U}_1 \underline{Y}_{11}; \quad \dot{I}'_2 = \dot{U}_1 \underline{Y}_{21}$$



Малюнок 127. Пасивний чотириполюсник.

При наявності джерела  $\dot{E}_2$  і короткому замиканні на затискачах 1-1:

$$\dot{I}_1'' = -\dot{U}_2 \underline{Y}_{-12}; \quad \dot{I}_2'' = -\dot{U}_2 \underline{Y}_{-22}$$

$\underline{Y}_{-11}, \underline{Y}_{-22}$  – вхідні провідності;

$\underline{Y}_{-12}, \underline{Y}_{-21}$  – взаємні провідності.

$$\underline{Y}_{-12} = \underline{Y}_{-21}$$

Застосовуючи принцип накладання, можна записати:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_1' + \dot{I}_1''; & \dot{I}_2 &= \dot{I}_2' + \dot{I}_2'', & \text{або} \\ \begin{cases} \dot{I}_1 = \underline{Y}_{-11} \dot{U}_1 - \underline{Y}_{-12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = \underline{Y}_{-21} \dot{U}_1 - \underline{Y}_{-22} \dot{U}_2 \end{cases} & & & & (365) \end{aligned}$$

Розв'яжемо систему відносно  $\dot{U}_1, \dot{I}_2$ :

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{I}_2 + \underline{Y}_{-22} \dot{U}_2}{\underline{Y}_{-21}} = \frac{\underline{Y}_{-22}}{\underline{Y}_{-21}} \dot{U}_2 + \frac{1}{\underline{Y}_{-21}} \dot{I}_2$$

Позначимо:

$$\frac{\underline{Y}_{-22}}{\underline{Y}_{-21}} = \underline{A}; \quad \frac{1}{\underline{Y}_{-21}} = \underline{B}, \quad \text{одержимо:} \quad (366)$$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A} \dot{U}_2 + \underline{B} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{C} \dot{U}_2 + \underline{D} \dot{I}_2 \end{cases} \quad (367)$$

$$\underline{C} = \frac{\underline{Y}_{-11} \underline{Y}_{-22} - \underline{Y}_{-12} \underline{Y}_{-21}}{\underline{Y}_{-21}}; \quad \underline{D} = \frac{\underline{Y}_{-11}}{\underline{Y}_{-21}} \quad (368)$$

$\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$  – параметри чотириполюсника.

Властивості чотириполюсника.

$$\underline{AD} - \underline{BC} = 1 \quad (369)$$

Якщо розв'язати рівняння відносно  $\dot{U}_2, \dot{I}_2$ , тоді:

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = \underline{D} \cdot \dot{U}_1 + \underline{B} \cdot \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 = \underline{C} \cdot \dot{U}_1 + \underline{A} \cdot \dot{I}_1 \end{cases} \quad (370)$$

При рівності коефіцієнтів  $\underline{A}$  і  $\underline{D}$  чотириполюсник має однакове коло від однієї та другої пари затискачів і називається симетричним.

Розглянемо холостий хід та коротке замикання чотириполюсника.

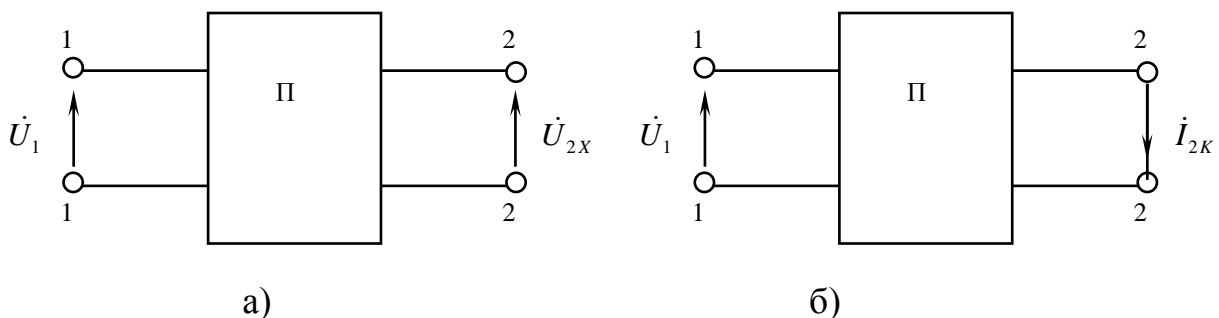
В режимі холостого ходу на виході чотириполюсника (мал. 128а)  $\dot{I}_2 = 0$ ,  $\dot{U}_2 = \dot{U}_{2X}$ .

При короткому замиканні вторинних затискачів (мал. 128б):

$$\dot{U}_2 = 0; \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_{2K}$$

З рівнянь чотириполюсника випливає:

$$\begin{cases} \dot{U}_{1X} = \underline{A} \cdot \dot{U}_{2X}; & \dot{I}_{1X} = \underline{C} \cdot \dot{U}_{2X} \\ \dot{U}_{1K} = \underline{B} \cdot \dot{I}_{2K}; & \dot{I}_{1K} = \underline{D} \cdot \dot{I}_{2K} \end{cases} \quad (371)$$



Малюнок 128. Режими чотириполюсника.

З даних виразів визначаємо параметри чотирьохполосника:

$$\underline{A} = \frac{\dot{U}_{1X}}{\dot{U}_{2X}}; \quad \underline{B} = \frac{\dot{U}_{1K}}{\dot{I}_{2K}}; \quad \underline{C} = \frac{\dot{I}_{1X}}{\dot{U}_{2X}}; \quad \underline{D} = \frac{\dot{I}_{1K}}{\dot{I}_{2K}} \quad (372)$$

Якщо провести досліди холостого ходу і короткого замикання, то параметри чотирьохполосника можна визначити за формулами (372).

З досліду холостого ходу можна визначити вхідний опір при розімкнених вторинних затискачах:

$$\frac{\dot{U}_{1X}}{\dot{I}_{1X}} = \underline{Z}_{1X} = \frac{\underline{A}}{\underline{C}} \quad (373)$$

З досліду короткого замикання знаходять вхідний опір при замкнених на коротко вторинних затискачах:

$$\frac{\dot{U}_{1K}}{\dot{I}_{1K}} = \underline{Z}_{1K} = \frac{\underline{B}}{\underline{D}} \quad (374)$$

Вхідні опори з вторинних затискачів:

$$\underline{Z}_{2X} = \frac{\dot{U}_{2X}}{\dot{I}_{2X}} = \frac{\underline{D}}{\underline{C}} \quad (375)$$

$$\underline{Z}_{2K} = \frac{\dot{U}_{2K}}{\dot{I}_{2K}} = \frac{\underline{B}}{\underline{A}} \quad (376)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №54

### ТЕМА: РЕЖИМИ ЧОТИРЬОХПОЛЮСНИКА

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Основні режими.
2. Визначення коефіцієнта чотирьохполосника.

### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

## Питання для самоконтролю.

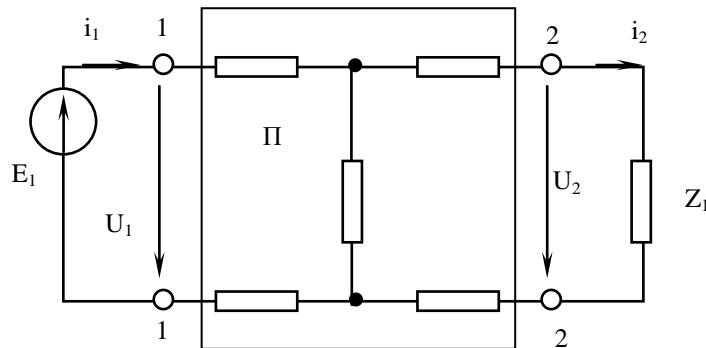
1. Режими чотирьохполюсника.
2. Основні види рівнянь.
3. Коефіцієнти чотирьохполюсника.

При дослідженні ліній електропередачі, трансформаторів, електричних машин, підсилювачів застосовується поняття чотирьохполюсника.

Частина електричного кола, що має дві пари затискачів, одна з яких є вхідною, а інша — вихідною, називається чотирьохполюсником.

Чотирьохполюсник, який має у своїх вітках джерела енергії називається активним, а чотирьохполюсник, який немає у своїх вітках джерел енергії — пасивним.

Режим роботи чотирьохполюсника визначимо, якщо відомі його струми і напруги на вході і виході  $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_1, \dot{I}_2$ .



Малюнок 126. Пасивний чотирьохполюсник.

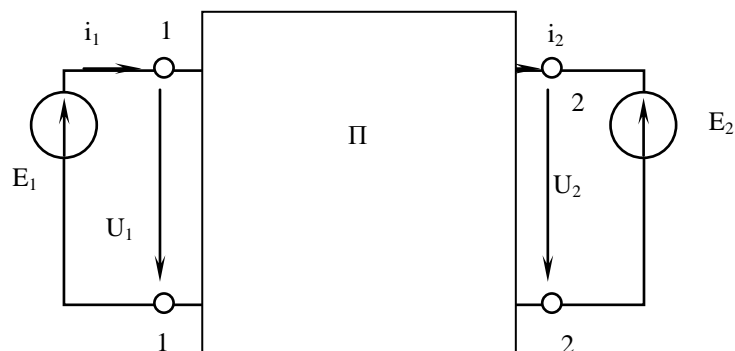
Ставиться завдання: з чотирьох величин які визначають режим роботи чотирьохполюсника, задано дві, необхідно знайти інші дві.

Затискачі до яких приєднано джерело енергії, називаються вхідними, а до яких приєднано приймач, — вихідними.

Позначимо комплекси напруг та струмів  $\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2$  і  $\dot{U}_1 = \dot{E}_1$ ;  $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \underline{Z}_2$ , замінимо напругу  $\dot{U}_2$  на джерело енергії  $\dot{E}_2$  ( $\dot{U}_2 = \dot{E}_2$ ).

При короткому замиканні на затискачах 2-2 джерело  $\dot{E}_2$  буде вилучено із схеми, тоді струми в схемі викликає е.р.с.  $\dot{E}_1$ .

$$\dot{I}'_1 = \dot{U}_1 \underline{Y}_{11}; \quad \dot{I}'_2 = \dot{U}_1 \underline{Y}_{21}$$



Малюнок 127. Пасивний чотирьохполюсник.

При наявності джерела  $\dot{E}_2$  і короткому замиканні на затискачах 1-1:

$$\dot{I}_1'' = -\dot{U}_2 \underline{Y}_{12}; \quad \dot{I}_2'' = -\dot{U}_2 \underline{Y}_{22}$$

$\underline{Y}_{11}, \underline{Y}_{22}$  – вхідні провідності;

$\underline{Y}_{12}, \underline{Y}_{21}$  – взаємні провідності.

$$\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}$$

Застосовуючи принцип накладання, можна записати:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_1' + \dot{I}_1''; & \dot{I}_2 &= \dot{I}_2' + \dot{I}_2'', & \text{або} \\ \begin{cases} \dot{I}_1 = \underline{Y}_{11} \dot{U}_1 - \underline{Y}_{12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = \underline{Y}_{21} \dot{U}_1 - \underline{Y}_{22} \dot{U}_2 \end{cases} & & & & (365) \end{aligned}$$

Розв'яжемо систему відносно  $\dot{U}_1, \dot{I}_2$ :

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{I}_2 + \underline{Y}_{22} \dot{U}_2}{\underline{Y}_{21}} = \frac{\underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{21}} \dot{U}_2 + \frac{1}{\underline{Y}_{21}} \dot{I}_2$$

Позначимо:

$$\frac{\underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{21}} = \underline{A}; \quad \frac{1}{\underline{Y}_{21}} = \underline{B}, \quad \text{одержимо:} \quad (366)$$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A} \dot{U}_2 + \underline{B} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{C} \dot{U}_2 + \underline{D} \dot{I}_2 \end{cases} \quad (367)$$

$$\underline{C} = \frac{\underline{Y}_{11} \underline{Y}_{22} - \underline{Y}_{12} \underline{Y}_{21}}{\underline{Y}_{21}}; \quad \underline{D} = \frac{\underline{Y}_{11}}{\underline{Y}_{21}} \quad (368)$$

$\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$  – параметри чотириполюсника.

Властивості чотириполюсника.

$$\underline{AD} - \underline{BC} = 1 \quad (369)$$

Якщо розв'язати рівняння відносно  $\dot{U}_2, \dot{I}_2$ , тоді:

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = \underline{D} \cdot \dot{U}_1 + \underline{B} \cdot \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 = \underline{C} \cdot \dot{U}_1 + \underline{A} \cdot \dot{I}_1 \end{cases} \quad (370)$$

При рівності коефіцієнтів  $\underline{A}$  і  $\underline{D}$  чотириполюсник має однакове коло від однієї та другої пари затискачів і називається симетричним.

Розглянемо холостий хід та коротке замикання чотириполюсника.

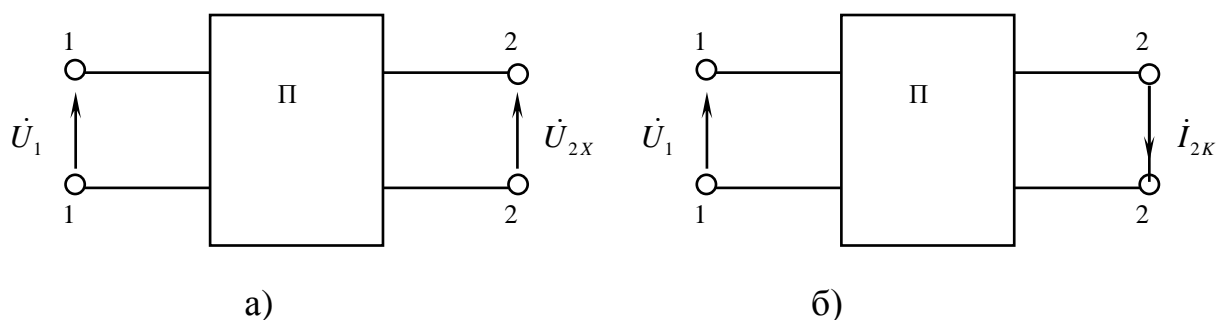
В режимі холостого ходу на виході чотириполюсника (мал. 128а)  $\dot{I}_2 = 0$ ,  $\dot{U}_2 = \dot{U}_{2X}$ .

При короткому замиканні вторинних затискачів (мал. 128б):

$$\dot{U}_2 = 0; \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_{2K}$$

З рівнянь чотириполюсника випливає:

$$\begin{cases} \dot{U}_{1X} = \underline{A} \cdot \dot{U}_{2X}; & \dot{I}_{1X} = \underline{C} \cdot \dot{U}_{2X} \\ \dot{U}_{1K} = \underline{B} \cdot \dot{I}_{2K}; & \dot{I}_{1K} = \underline{D} \cdot \dot{I}_{2K} \end{cases} \quad (371)$$



Малюнок 128. Режими чотириполюсника.

З даних виразів визначаємо параметри чотирьохполюсника:

$$\underline{A} = \frac{\dot{U}_{1X}}{\dot{U}_{2X}}; \quad \underline{B} = \frac{\dot{U}_{1K}}{\dot{I}_{2K}}; \quad \underline{C} = \frac{\dot{I}_{1X}}{\dot{U}_{2X}}; \quad \underline{D} = \frac{\dot{I}_{1K}}{\dot{I}_{2K}} \quad (372)$$

Якщо провести досліди холостого ходу і короткого замикання, то параметри чотирьохполюсника можна визначити за формулами (372).

З досліду холостого ходу можна визначити вхідний опір при розімкнених вторинних затискачах:

$$\frac{\dot{U}_{1X}}{\dot{I}_{1X}} = \underline{Z}_{1X} = \frac{\underline{A}}{\underline{C}} \quad (373)$$

З досліду короткого замикання знаходять вхідний опір при замкнених на коротко вторинних затискачах:

$$\frac{\dot{U}_{1K}}{\dot{I}_{1K}} = \underline{Z}_{1K} = \frac{\underline{B}}{\underline{D}} \quad (374)$$

Вхідні опори з вторинних затискачів:

$$\underline{Z}_{2X} = \frac{\dot{U}_{2X}}{\dot{I}_{2X}} = \frac{\underline{D}}{\underline{C}} \quad (375)$$

$$\underline{Z}_{2K} = \frac{\dot{U}_{2K}}{\dot{I}_{2K}} = \frac{\underline{B}}{\underline{A}} \quad (376)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №55

### ТЕМА: СХЕМИ ЗАМІЩЕННЯ ПАСИВНОГО ЧОТИРЬОХПОЛЮСНИКА

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. П-подібна схема заміни чотирьохполюсника.
2. Т-подібна схема заміни чотирьохполюсника.

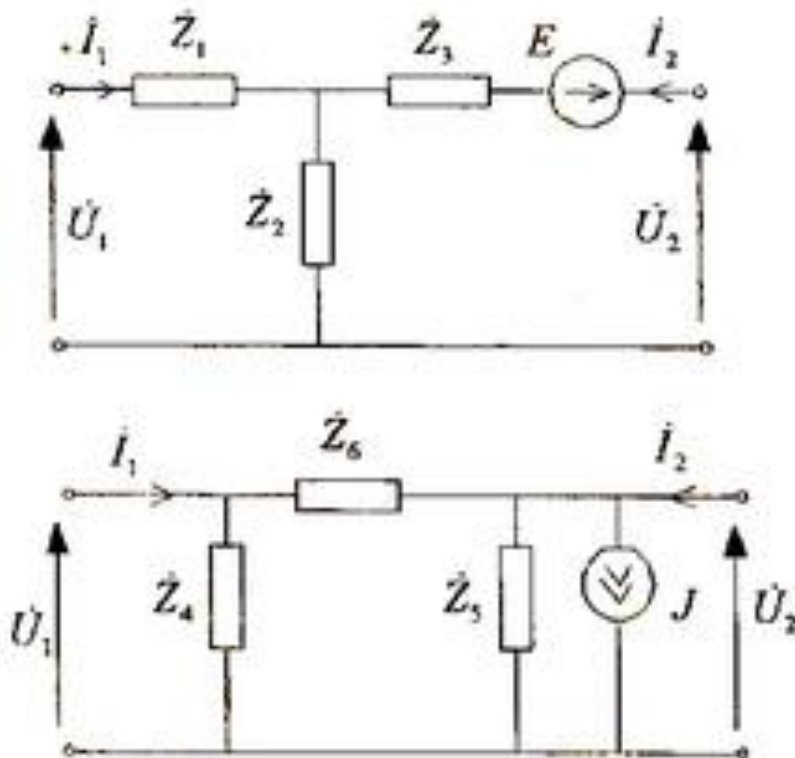
#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

1. П-подібна схема заміни чотирьохполюсника.
2. Т-подібна схема заміни чотирьохполюсника.

Електрична схема реального чотирьохполюсника може бути складною, не всі номінали схеми можуть бути відомими, крім того, вони можуть бути недоступними для вимірювань. Тому важливою є задача заміни реального чотирьохполюсника еквівалентною схемою. Еквівалентною схемою чотирьохполюсника називають таку схему, якою можна замінити реальний чотирьохполюсник, при чому значення струмів і напруг на вхідних та вихідних полюсах після заміни не змінюється. Звичайно схеми заміщення вибирають таким чином, щоб кількість двополюсників, з яких складається схема заміщення, була мінімальною. Найбільш поширеними є Т і П-подібні схеми заміщення. Схеми заміщення є рівноправними і вибираються, виходячи з того, яка з них краще відображає фізичну природу зміщеного чотирьохполюсника. Якщо реальний чотирьохполюсник пасивний, тоді еквівалентні схеми заміщення спрощуються ( $E=J=0$ ).



## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №56

### ТЕМА: КРУГОВА ДІАГРАМА НЕРОЗГАЛУЖЕНОГО КОЛА

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Визначення величин по круговій діаграмі.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Кругова діаграма з постійним активним і змінним реактивним опорами.
2. Побудова кругової діаграми.
3. Визначення величин по круговій діаграмі.

Особливість цього кола в порівнянні з попереднім полягає в тому, що змінним у ньому є реактивний опір — індуктивний або ємнісний.

При послідовному з'єднанні сталого активного і змінного індуктивного опорів (мал. 130а) рівняння напруг матиме вигляд:

$$\dot{U} = RI + jX_L I$$

Струм короткого замикання при  $X_L = 0$ :

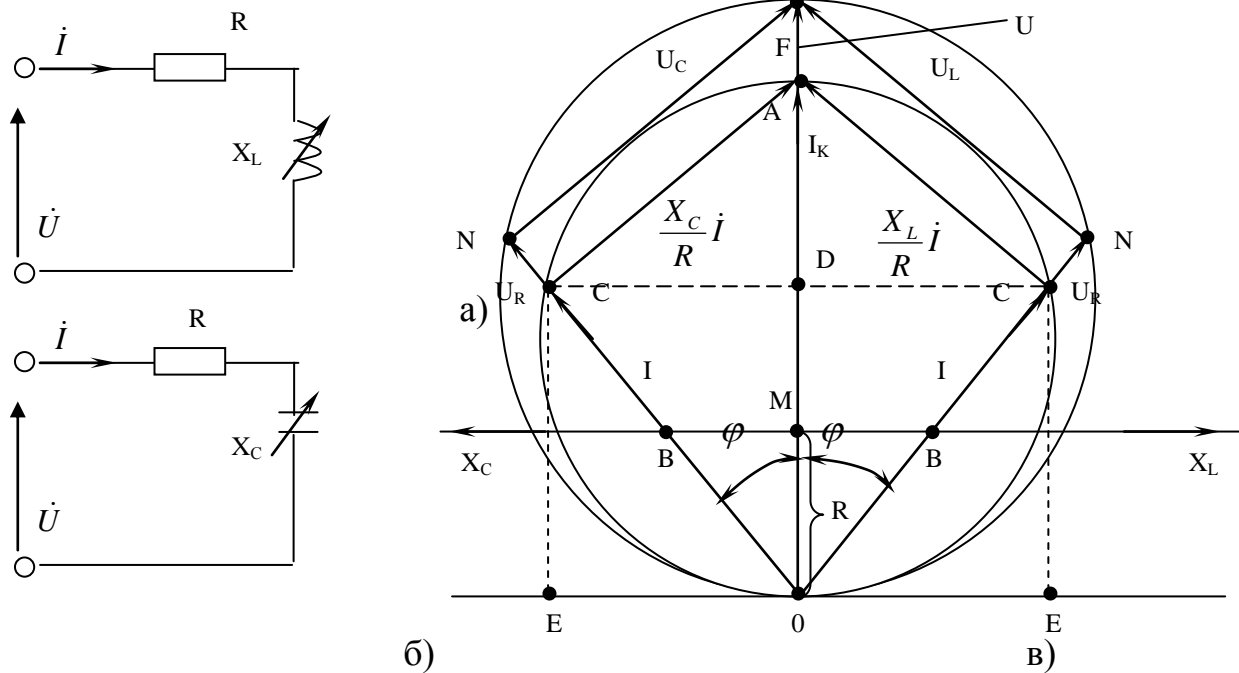
$$i_k = \frac{\dot{U}}{R}$$

При  $X_L = \infty$  струм у колі  $i = 0$ .

Проміжні значення струмів знайдемо, поділивши рівняння напруг на  $R$ :

$$\frac{\dot{U}}{R} = i + j \frac{X_L}{R} i$$

$$\text{або } \dot{I}_K = \dot{I} + j \frac{X_L}{R} \dot{I}$$



Малюнок 130. Схема (а, б) та колова діаграма (в) нерозгалуженого кола із змінним реактивним опором.

З останнього рівняння видно, що сума вектора струму й вектора  $j \frac{X_L}{R} \dot{I}$ , що випереджає струм на  $90^\circ$  є стала величина і дорівнює  $\dot{I}_K$ .

Якщо на відрізку  $\overline{OA}$ , який виражає в масштабі  $M_i$  струм короткого замикання  $\dot{I}_K$ , побудувати, як на діаметрі, коло, то суму  $\dot{I} + j \frac{X_L}{R} \dot{I}$  можна виразити двома хордами, які перетинаються на колі під прямим кутом (мал. 130 в).

Струм короткого замикання є активним, тому вектор струму збігається за напрямом з вектором напруги.

Побудову колової діаграми доцільно починати, відклавши вектор напруги, а потім вектор струму  $\dot{I}_K$  (відрізок  $\overline{OA}$ ).

Вздовж лінії струму  $\dot{I}_K$  відкладають у довільному масштабі  $M_R$  активний опір кола  $R$  (відрізок  $\overline{OM}$ ), а з точки  $M$  перпендикулярно до  $\overline{OM}$  проводять лінію реактивного опору  $X_L$ .

Відклавши реактивний опір  $X_L$  в певному масштабі відрізком  $\overline{MB}$  і провівши пряму  $\overline{OB}$  до перетину з коловою діаграмою в точці  $C$ , дістанемо вектор струму  $\overline{OC}$ . Відрізок  $\overline{OB}$  в масштабі  $M_R$  дорівнює повному опорю кола:  $I = \overline{OC} \cdot M_i$ ;  $Z = \overline{OB} \cdot M_R$ .

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №57

### ТЕМА: КРУГОВА ДІАГРАМА РОЗГАЛУЖЕНОГО КОЛА

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

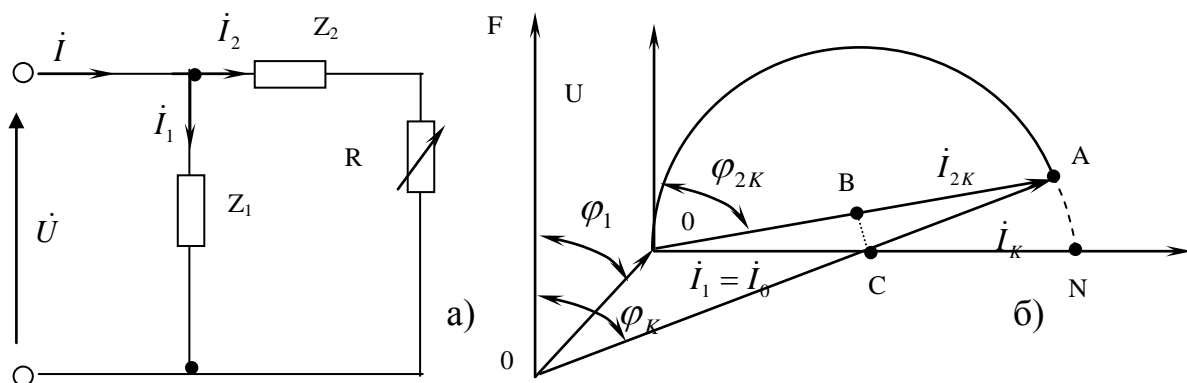
1. Розгалужене коло зі змінним активним опором.
2. Розгалужене коло зі змінним реактивним опором.
3. Дослід холостого ходу і короткого замикання..

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Побудова кругової діаграми для розгалуженого кола зі змінним активним опором.
  2. Побудова кругової діаграми для розгалуженого кола зі змінним реактивним опором.
  3. Побудова кругової діаграми з дослідження холостого ходу і короткого замикання..
- 3) Розглянемо електричну схему (мал. 131а).



Малюнок 131. Схема (а) та колова діаграма (б) розгалуженого кола із змінним активним опором.

Опір першої вітки  $Z_1 = R_1 + jX_{1L}$  сталий. У другу вітку ввімкнемо послідовно котушку  $Z_2 = R_2 + jX_{2L}$  і резистор із змінним опором  $R$ .

При сталій напрузі режим першої вітки не змінюється при зміні  $R$ . Друга вітка являє собою нерозгалужену ділянку.

Якщо розглядати цю вітку окремо, то побудову колової діаграми можна вважати відомою. Особливість колової діаграми всього кола зумовлена наявністю першої вітки.

Струм у першій вітці постійний, тому при холостому ході у другій вітці ( $R = \infty$ ),  $I_2 = 0$ , а загальний струм  $I_0 = I_1$ .

При короткому замиканні у другій вітці ( $R = 0$ ),  $I_2 = I_{2K}$ , а загальний струм  $I_K = I_1 + I_{2K}$ .

Отже, при зміні опору  $R$  від  $\infty$  до  $0$  струм у колі змінюється від  $I_1$  до  $I_K$ , при цьому кінець вектора струму переміщується по дузі кола, яка спирається на хорду  $I_{2K}$  (мал. 131б).

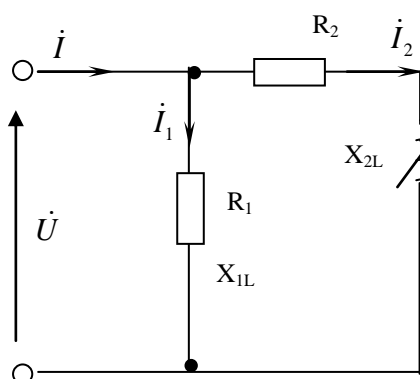
Для побудови колової діаграми визначають струми  $I_1, I_{2K}$ . Вибирають масштаби напруг і струмів і проводять вектор загальної напруги  $U$  (відрізок  $\overline{OF}$ ) у довільному напрямі і вектор струму  $I_1$  під кутом  $\varphi_1 = \arctg \frac{X_{1L}}{R_1}$  до вектора напруги. З кінця вектора  $I_1$  проводять вектор  $I_{2K}$  (відрізок  $\overline{OA}$ ) під кутом  $\varphi_{2K}$  до вектора напруги:

$$\varphi_{2K} = \arctg \frac{X_{2L}}{R_2}$$

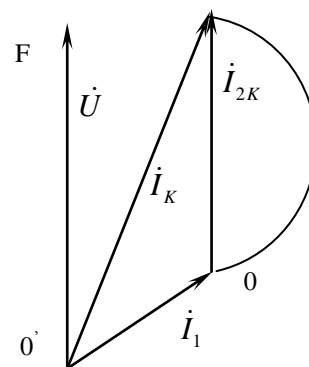
На відрізку  $\overline{OA}$ , на хорді, будують дугу кола, центр якого  $C$  можливо визначити, провівши від середини хорди перпендикуляр  $BC$  до перетину з лінією  $\overline{ON}$ , перпендикулярно до вектора напруги. Лінія  $\overline{ON}$  є діаметром кола, що було встановлено при побудові колової діаграми (мал. 131).

Відрізок  $\overline{OA}$  в масштабі струму дорівнює вектору загального струму при короткому замиканні опору  $R$ .

Для схеми (мал. 132а), яка від попередньої відрізняється тим, що в другій вітці схеми є змінний індуктивний опір, а активний опір сталий, колову діаграму побудовано на (мал. 132б).



а)



б)

Малюнок 132. Схема (а) та колова діаграма (б) розгалуженого кола із змінним індуктивним опором.

Порядок побудови колової діаграми такий самий: визначають струми  $I_1$  та  $I_{2K}$  ( $I_{2K}$  — струм у другій вітці при  $X_{2L} = 0$ ). Після вибору масштабів струму і напруги

відкладають вектори  $i_1$  та  $i_{2k}$ . Колову діаграму будують на векторі  $i_{2k}$  (відрізок  $\overline{OA}$ ), як на діаметрі.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №58

### ТЕМА: З'ЄДНАННЯ ЗІРКА

### ПРИ СИМЕТРИЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Багатофазна система електричних кіл.
2. Незв'язана трифазна система ЕРС.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Формування трифазної системи ЕРС.
2. Симетрична трифазна система ЕРС.

Сукупність електричних кіл, в яких діють створені спільним джерелом синусоїдні електрорушійні сили (ЕРС) однакової частоти й амплітуди, але які відрізняються один від одного на кут  $\frac{2 \cdot \pi}{m}$  ( $m$  – кількість фаз) – це багатофазні симетричні системи.

Багатофазні системи бувають дво-, три-, чотири-, шести-, дванадцятифазними.

*Трифазна симетрична система ЕРС* – сукупність трьох синусоїдних ЕРС одної частоти, що мають однакові амплітуди та зсунуті між собою на  $120^\circ$ . Принцип отримання трифазної системи ЕРС: в рівномірному магнітному полі з постійною кутовою швидкістю  $\omega$  обертаються 3 однакові жорстко скріплені одна з одною котушки. Площини котушок зміщені у просторі одна відносно іншої на кут  $120^\circ$ . В

кожній котушці наводяться ЕРС однакової частоти і амплітуди, зсунуті за кутом  $120^\circ$  одна відносно іншої (рис.4.1).

Графік миттєвих значень ЕРС  $e_A, e_B, e_C$  зображений на рис.4.2, а векторні діаграми – на рис.4.3.

*Чергування фаз* – послідовність проходження ЕРС через однакові значення (наприклад, через нуль). Таке чергування фаз, коли початкова фаза ЕРС  $e_A$  дорівнює нулю, початкова фаза ЕРС  $e_B$  дорівнює “ $-120^\circ$ ”, а початкова фаза ЕРС  $e_C$  дорівнює “ $+120^\circ$ ”, називається *прямим*; миттєві значення фазних ЕРС при цьому:

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \cdot \sin \omega \cdot t; & e_B &= E_m \cdot \sin(\omega \cdot t - 120^\circ); \\ e_C &= E_m \cdot \sin(\omega \cdot t + 120^\circ). \end{aligned} \quad (4.1)$$

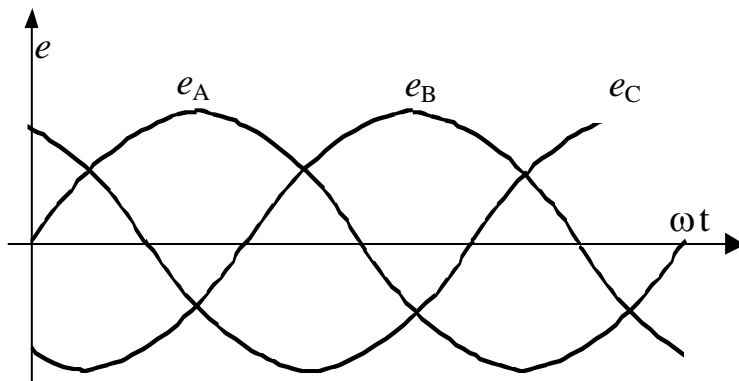


Рис.4.2

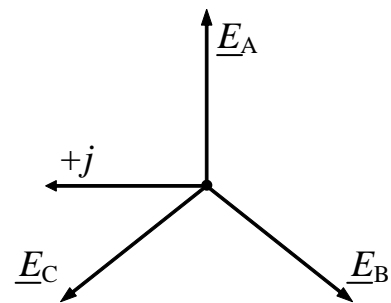


Рис.4.3

*Трифазне коло* – сукупність трифазної система ЕРС, трифазного навантаження чи навантажень та з'єднуючих проводів.

*Фаза* – ділянка трифазного кола, по якій тече один і той же струм.

Переваги трифазних систем в порівняння з іншими багатofазними системами:

1) передача енергії на великі відстані трифазним струмом більш економічна з точки зору економії металу;

2) елементи трифазної системи, такі як асинхронний двигун, трифазний генератор і трансформатор є простими у виробництві, економічні, надійні в роботі;

3) система має властивості незмінності величини миттєвої потужності за період синусоїдного струму, якщо навантаження в усіх трьох фазах однакове.

Усі ланки трифазного кола були розроблені російським вченим М.О. Доліво-Добровольским. Виводам фазних обмоток генераторів надають найменування “початок” і “кінець”. Початки позначають буквами А, В, С, а кінці - х, у, z.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №59

### ТЕМА: РОЗРАХУНОК З'ЄДНАННЯ ЗІРКА ПРИ СИМЕТРИЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Розрахувати задачу символічним методом

#### Література:

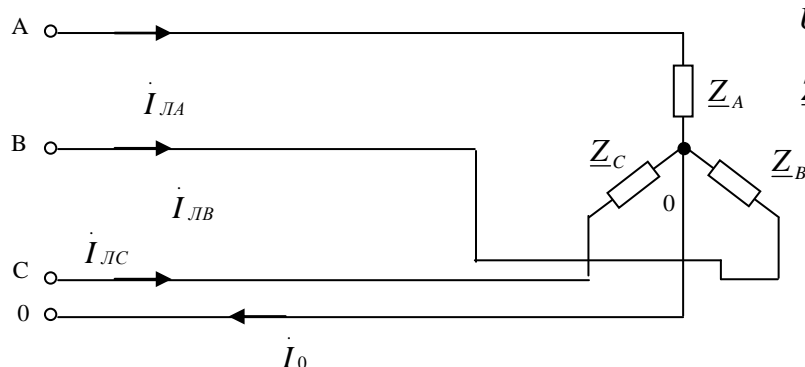
- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Формування трифазної системи ЕРС.
2. Симетрична трифазна система ЕРС.

Розрахувати фазні, лінійні струми і напруги, а також потужності трифазного симетричного кола при з'єднанні споживачів в зірку. Побудувати векторну діаграму кола.

Електрична схема кола.



Вихідні дані:

$$U_L = 380 \text{ В}$$

$$Z_A = Z_B = Z_C = 5 + j8 \text{ Ом}$$

Рішення:

1. Визначаємо фазні напруги кола:

$$\dot{U}_{\phi A} = \frac{U_{\mathcal{L}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}$$

$$\dot{U}_{\phi B} = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}$$

$$\dot{U}_{\phi C} = 220e^{j120^\circ} \text{ В}$$

2. Визначаємо фазні та лінійні струми:

$$\dot{i}_{\phi A} = \dot{i}_{\mathcal{L}A} = \frac{\dot{U}_{\phi A}}{5 + j8} = \frac{220}{9.43e^{j58^\circ}} = 23.2e^{-j58^\circ} \text{ А}$$

$$\dot{i}_{\phi B} = \dot{i}_{\mathcal{L}B} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{9.43e^{j58^\circ}} = 23.3e^{-j178^\circ} \text{ А}$$

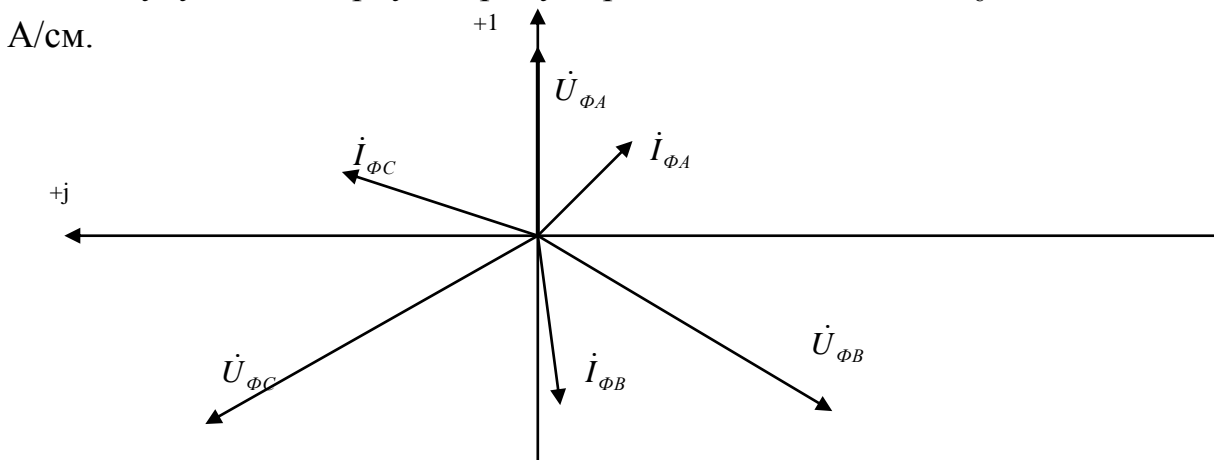
$$\dot{i}_{\phi C} = \dot{i}_{\mathcal{L}C} = \frac{220e^{j120^\circ}}{9.43e^{j58^\circ}} = 23.3e^{j62^\circ} \text{ А}$$

3. Визначаємо потужність кола

$$\tilde{S} = 3\dot{U}_{\phi A} \cdot \dot{i}_{\phi A} = 3 \cdot 220 \cdot 23.3e^{j58^\circ} = 1537e^{j58^\circ} = 8149 + j13041 \text{ ВА}$$

$$P = 8149 \text{ Вт}; \quad Q = 13041 \text{ Вар}; \quad S = 15378 \text{ ВА}$$

4. Будуємо векторну діаграму. Приймаємо масштаби:  $m_U = 50 \text{ В/см}$ ;  $m_I = 10$



**САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №60**

**ТЕМА: З'ЄДНАННЯ ТРИКУТНИК**

**ПРИ СИМЕТРИЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ**

**МЕТА: оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму**

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Багатофазна система електричних кіл.

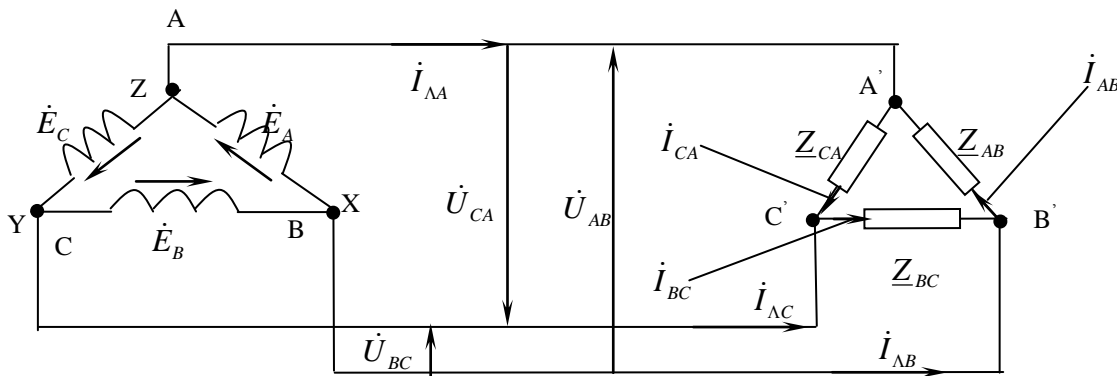
## 2. Трифазна система ЕРС.

### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

1. Формування трифазної системи ЕРС.
2. Симетрична трифазна система ЕРС.

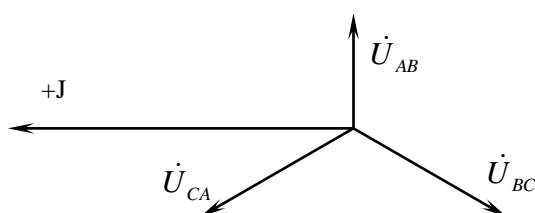


Малюнок 136. Трифазна система при з'єднанні в трикутник.

При з'єднанні трикутником фазні напруги рівні лінійним:

$$U_{\phi} = U_{\Delta}$$

Векторна діаграма напруг має вигляд:



Малюнок 137. Векторна діаграма напруг.

Знайдемо лінійні струми:

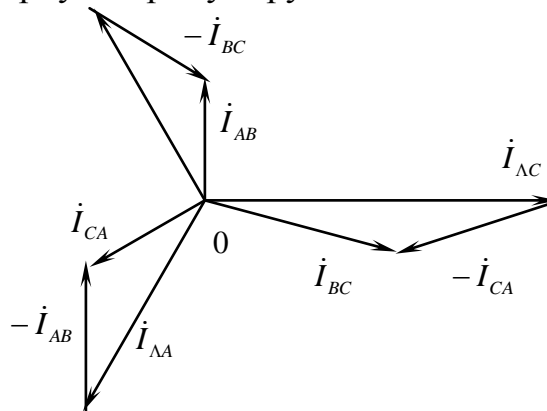
$$\dot{I}_{\Lambda A} = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}$$

$$\dot{I}_{\Lambda B} = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}$$

$$\dot{I}_{\Lambda C} = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}$$

При симетричному навантаженні струми у всіх фазах однакові.

Розглянемо векторну діаграму струмів:



Малюнок 138. Векторна діаграма струмів при з'єднанні в трикутник.

При з'єднанні споживачів трикутником співвідношення між струмами:

$$I_{\Lambda} = \sqrt{3} \cdot I_{\Phi} \quad (383)$$

Потужності кола визначаються аналогічно як і при з'єднанні в зірку.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №61

### ТЕМА: РОЗРАХУНОК ЗЄДНАННЯ ТРИКУТНИК

### ПРИ СИМЕТРИЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Розрахувати задачу символічним методом

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп. - М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та

електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

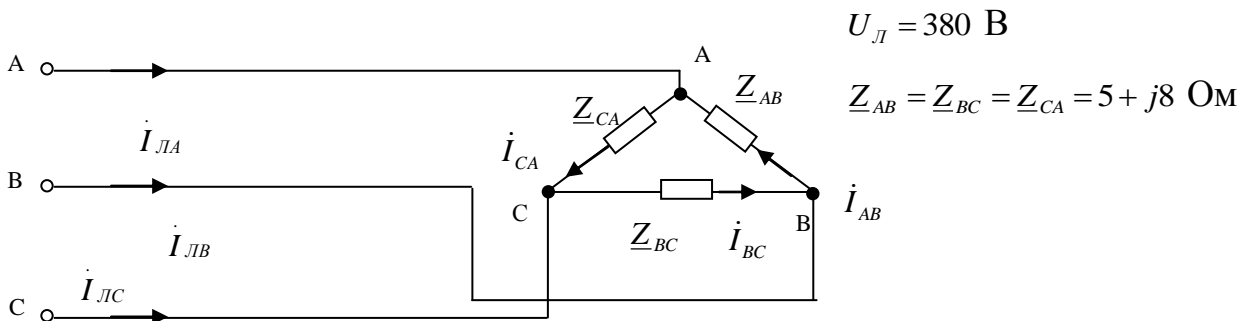
### Питання для самоконтролю.

1. Формування трифазної системи ЕРС.
2. Симетрична трифазна система ЕРС.

Розрахувати фазні, лінійні струми і напруги, а також потужності трифазного симетричного кола при з'єднанні споживачів в “трикутник”. Побудувати векторну діаграму кола.

Електрична схема кола.

Вихідні дані:



### Рішення:

#### 1. Фазні напруги

$$\dot{U}_{AB} = U_L = 380 \text{ В}$$

$$\dot{U}_{BC} = 380e^{-j120^\circ} \text{ В}$$

$$\dot{U}_{CA} = 380e^{j120^\circ}$$

#### 2. Знаходимо струми в колі

$$\dot{i}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{380}{5 + j8} = \frac{380}{9.43e^{j58^\circ}} = 40.3e^{-j58^\circ} \text{ А}$$

$$\dot{i}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{380e^{-j120^\circ}}{9.43e^{j58^\circ}} = 40.3e^{-j178^\circ} \text{ А}$$

$$\dot{i}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} = \frac{380e^{j120^\circ}}{9.43e^{j58^\circ}} = 40.3e^{j62^\circ} \text{ А}$$

$$\begin{aligned} \dot{i}_{LA} &= \bar{i}_{CA} - \dot{i}_{AB} = 40.3e^{j62^\circ} - 40.3e^{-j58^\circ} = 18.92 + j35.5 - 21.36 + j34.18 = -2.44 + j69.76 = \\ &= -69.8e^{-j88^\circ} = 69.8e^{j92^\circ} \text{ А} \end{aligned}$$

$$\dot{i}_{LB} = \bar{i}_{AB} - \dot{i}_{BC} = 40.3e^{-j58^\circ} - 40.3e^{-j178^\circ} = 69.8e^{-j28^\circ} \text{ А}$$

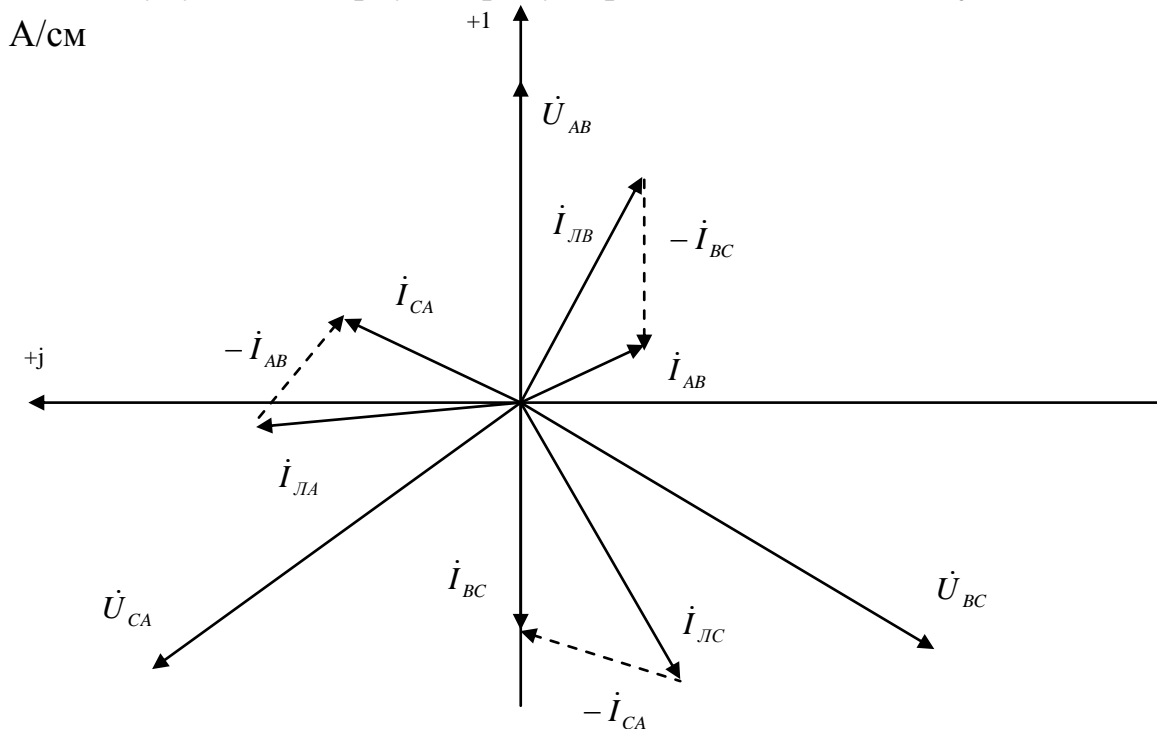
$$\dot{i}_{LC} = \bar{i}_{BC} - \dot{i}_{CA} = 40.3e^{-j178^\circ} - 40.3e^{j62^\circ} = 69.8e^{-j148^\circ} \text{ А}$$

3. Знаходимо потужності кола

$$\tilde{S} = 3\dot{U}_{AB} I_{AB}^* = 3 \cdot 380 \cdot 40.3e^{j58^\circ} = 4594e^{j58^\circ} = 24346 + j38961 \text{ ВА}$$

$$P = 24346 \text{ Вт}; \quad Q = 38961 \text{ Вар}; \quad S = 45942 \text{ ВА}$$

4. Будуємо векторну діаграму. Приймаємо масштаб:  $m_U = 76 \text{ В/см}$ ;  $m_I = 20$



## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №62

### ТЕМА: «РОЗРАХУНОК НЕСИМЕТРИЧНОГО ТРИФАЗНОГО КОЛА ПРИ З'ЄДНАННІ ЗІРКОЮ»

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Розрахувати задачу символічним методом

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

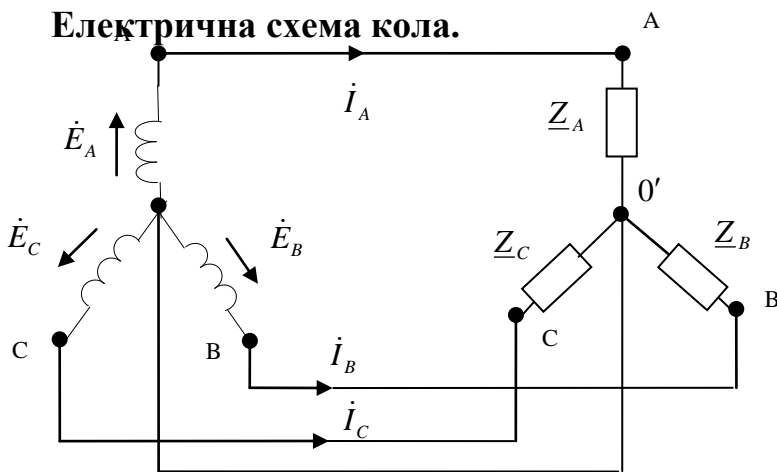
1. Лінійні та фазні струми.
2. Лінійні та фазні напруги
3. Розрахунок потужності.

Розрахувати струми, напруги, потужності трифазного кола, схема якого приведена на малюнку, при обриві нульового проводу. Побудувати векторну діаграму кола.

Вихідні дані:

$$\dot{E}_A = 220 \text{ В}; \quad \underline{Z}_A = 5 + j6 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_B = 3 - j4 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_C = 8 \text{ Ом};$$

Електрична схема кола.



Рішення.

Знаходимо ЕРС фаз джерела:

$$\dot{E}_A = 220 \text{ В};$$

$$\dot{E}_B = 220e^{-j120^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{E}_C = 220e^{j120^\circ} \text{ В};$$

2. Опори фаз споживача:

$$\underline{Z}_A = 5 + j6 = 7.81e^{j50^\circ} \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_B = 3 - j4 = 5e^{-j53^\circ} \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_C = 8 \text{ Ом};$$

Напруга зміщення нейтралі:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{00'} &= \frac{\dot{E}_A \dot{Y}_A + \dot{E}_B \dot{Y}_B + \dot{E}_C \dot{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_0} = \frac{220 \frac{1}{7.81e^{j50^\circ}} + 220e^{j120^\circ} \frac{1}{5e^{-j53^\circ}} + 220e^{j120^\circ} \frac{1}{8}}{\frac{1}{7.81e^{j50^\circ}} + \frac{1}{5e^{-j53^\circ}} + \frac{1}{8} + 0} = \\ &= \frac{28.17e^{-j50^\circ} + 44e^{-j67^\circ} + 27.5e^{j120^\circ}}{0.128e^{-j50^\circ} + 0.2e^{j53^\circ} + 0.125} = \frac{18.1 - j21.58 + 17.19 - j40.5 - 13.75 + j23.82}{0.0823 - j0.098 + 0.12 + j0.16 + 0.125} = \\ &= \frac{21.54 - j38.26}{0.3273 + j0.062} = \frac{43.91e^{-j61^\circ}}{0.333e^{j10^\circ}} = 132e^{-j51^\circ} = 83 - j103 \text{ В}; \end{aligned}$$

4. Напруга на фазах споживача:

$$\dot{U}_{\phi A} = \dot{E}_A - \dot{U}_{00'} = 220 - 83 + j103 = 137 + j103 = 171e^{j37^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{\Phi B} = \dot{E}_B - \dot{U}_{00'} = 220e^{-j120^\circ} - 132e^{-j51^\circ} = -110 - j191 - 83 + j103 = -193 - j88 = -212e^{j25^\circ} = 159e^{-j155^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{\Phi C} = \dot{E}_C - \dot{U}_{00'} = 220e^{j120^\circ} - 132e^{-j51^\circ} = -110 + j191 - 83 + j103 = -193 + j294 = -352e^{-j57^\circ} = 352e^{j123^\circ} \text{ В};$$

5. Струм у фазах:

$$\dot{I}_{\text{ЛA}} = \dot{I}_{\Phi A} = \frac{\dot{U}_{\Phi A}}{\underline{Z}_A} = \frac{171e^{j37^\circ}}{7.87e^{j50^\circ}} = 21.7e^{-j13^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{\text{ЛB}} = \dot{I}_{\Phi B} = \frac{\dot{U}_{\Phi B}}{\underline{Z}_B} = \frac{159e^{-j155^\circ}}{5e^{-j53^\circ}} = 31.8e^{-j102^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{\text{ЛC}} = \dot{I}_{\Phi C} = \frac{\dot{U}_{\Phi C}}{\underline{Z}_C} = \frac{352e^{j123^\circ}}{8} = 44e^{j123^\circ} \text{ А};$$

6. Потужність кола:

$$\tilde{S}_{\Phi A} = \dot{U}_{\Phi A}^* \dot{I}_{\Phi A} = 171e^{j37^\circ} \cdot 1.7e^{j13^\circ} = 3711e^{j50^\circ} = 2315 + j2843 \text{ ВА};$$

$$\tilde{S}_{\Phi B} = \dot{U}_{\Phi B}^* \dot{I}_{\Phi B} = 159 \cdot e^{-j155^\circ} \cdot 31.8e^{j102^\circ} = 5056e^{-j53^\circ} = 3043 + j4038 \text{ ВА};$$

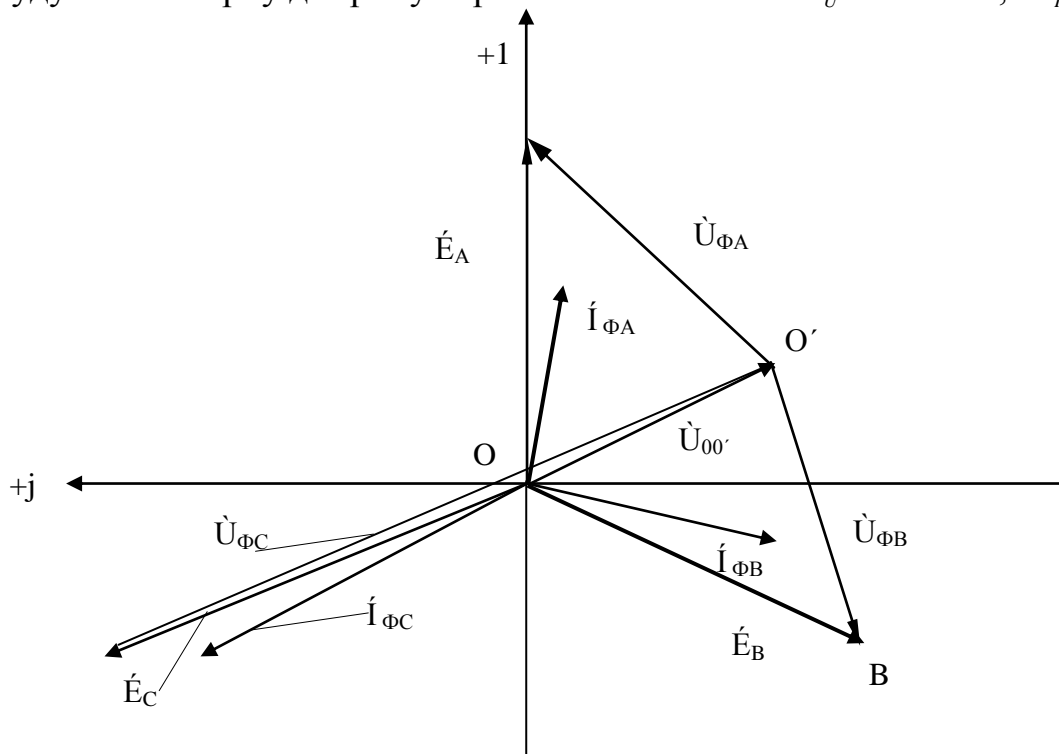
$$\tilde{S}_{\Phi C} = \dot{U}_{\Phi C}^* \dot{I}_{\Phi C} = 352 \cdot e^{j123^\circ} \cdot 44e^{-j123^\circ} = 15488e^{j0^\circ} = 15488 \text{ ВА};$$

$$P = P_{\Phi A} + P_{\Phi B} + P_{\Phi C} = 2385 + 3043 + 15488 = 20916 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_{\Phi A} + Q_{\Phi B} + Q_{\Phi C} = 2843 - 4038 + 0 = -1195 \text{ Вар};$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{20916^2 + 1195^2} = 20950 \text{ ВА};$$

7. Будуємо векторну діаграму. Приймаємо масштаб:  $m_U = 40 \text{ В/см}$ ;  $m_I = 10 \text{ А/см}$ .



## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №63

### ТЕМА: РОЗРАХУНОК КОМПЛЕКСНИХ ПОТУЖНОСТЕЙ У ТРИФАЗНІЙ МЕРЕЖІ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Розрахувати реактивні потужності трифазних мереж

#### Література:

1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Методика розрахунку реактивних потужностей трифазних мереж

Мета розрахунку трифазних симетричних кіл полягає у визначенні струмів у фазах приймача та проводах лінії, а також потужності приймача в цілому й у кожній фазі.

З'єднання зіркою.

У симетричному колі комплекси опорів фаз приймача однакові ( $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}$ ) і між затискачами приймача діє симетрична система лінійних напруг.

У симетричному колі досить виконати розрахунок однієї фази, оскільки потужності і струми у всіх фазах однакові.

При відомій лінійній напрузі  $U_\Lambda$  фазна напруга:

$$U_\Phi = \frac{U_\Lambda}{\sqrt{3}} \quad (384)$$

Фазний струм, який рівний лінійному:

$$I_\Phi = I_\Lambda = \frac{U_\Phi}{Z}$$

З'єднання трикутником.

При з'єднанні трикутником фазна напруга:

$$U_{\phi} = U_{\Lambda} \quad (385)$$

Струм у фазі:

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z}$$

Лінійний струм:

$$I_{\Lambda} = \sqrt{3} \cdot I_{\phi} \quad (386)$$

Потужності симетричного трифазного кола:

$$\left. \begin{aligned} P &= 3U_{\phi}I_{\phi} \cos \varphi \\ Q &= 3U_{\phi}I_{\phi} \sin \varphi \\ S &= 3U_{\phi}I_{\phi} \end{aligned} \right\} \quad (387)$$

Або:

$$\left. \begin{aligned} P &= \sqrt{3} \cdot U_{\Lambda} I_{\Lambda} \cos \varphi \\ Q &= \sqrt{3} \cdot U_{\Lambda} I_{\Lambda} \sin \varphi \\ S &= \sqrt{3} \cdot U_{\Lambda} I_{\Lambda} \end{aligned} \right\} \quad (388)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №64

### ТЕМА: РОЗРАХУНОК ПРИ НЕСИМЕТРИЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ З'ЄДНАННЯ ТРИКУТНИК

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Розрахувати задачу символічним методом

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

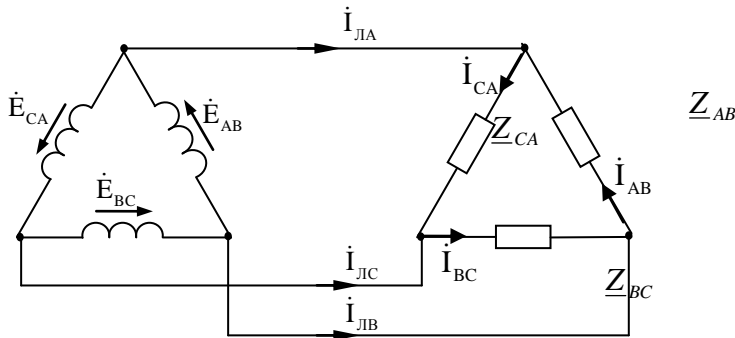
## Питання для самоконтролю.

1. Перетворення зірки і трикутника опорів в трифазних мережах.
2. Розрахунок мережі.

Трифазне несиметричне коло в якому споживачі і джерела з'єднані в “трикутник”, схема якого приведена на малюнку.

Розрахувати фазні, лінійні струми і напруги, а також потужності кола. Побудувати векторну діаграму кола.

Електрична схема кола



Вихідні дані:

$$E_L = 380 \text{ В};$$

$$Z_{AB} = 3 + j4 \text{ Ом};$$

$$Z_{BC} = 5 - j6 \text{ Ом};$$

$$Z_{CA} = 8 \text{ Ом};$$

Рішення:

1. Фазні напруги на споживачі:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{E}_{AB} = \dot{E}_L = 380 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{E}_{BC} = 380e^{-j120^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{E}_{CA} = 380e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

2. Опори фаз приймача:

$$Z_{AB} = 3 + j4 = 5e^{j53^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{BC} = 5 - j6 = 7.81e^{-j50^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{CA} = 8 \text{ Ом}.$$

3. Фазні струми споживача:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{\phi A}}{Z_{\phi A}} = \frac{380}{5e^{j53^\circ}} = 76e^{-j53^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{\phi B}}{Z_{\phi B}} = \frac{380e^{-j120^\circ}}{7.81e^{-j50^\circ}} = 48.7e^{-j170^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{\phi C}}{Z_{\phi C}} = \frac{380e^{j120^\circ}}{8} = 47.5e^{j120^\circ} \text{ А}.$$

4. Лінійні струми:

$$\dot{I}_{LA} = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{AB} = 47.5e^{j120^\circ} - 76e^{-j53^\circ} = -23.75 + j41.14 - 45.74 + j60.7 = -64.9 + j101.84 = -120.8e^{-j57^\circ} = 120.8e^{j123^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{LC} = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{CA} = 48.7e^{-j70^\circ} - 47.5e^{j120^\circ} = 16.66 + j45.76 + 23.75 + j41.14 = 40.41 - j86.9 = 87.8e^{-j65^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{LB} = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{BC} = 45.74 - j60.7 - 16.66 + j45.76 = 29.08 - j14.94 = 32.7e^{-j27^\circ} \text{ А};$$

5. Потужність фаз і кола в цілому:

$$\tilde{S}_{AB} = \dot{U}_{AB}^* \dot{I}_{AB} = 380 \cdot 76e^{j53^\circ} = 28880e^{j53^\circ} = 17380 + j23065 \text{ ВА};$$

$$\tilde{S}_{BC} = \dot{U}_{BC} I_{BC}^* = 380e^{-j120^\circ} \cdot 48.7e^{j70^\circ} = 1806e^{j-50^\circ} = 111895 + j14176 \text{ ВА};$$

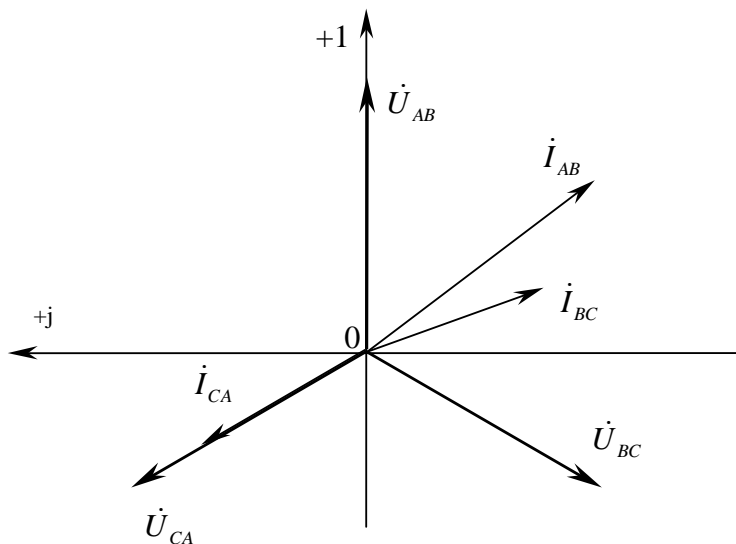
$$\tilde{S}_{CA} = \dot{U}_{CA} I_{CA}^* = 380e^{j120^\circ} \cdot 4765e^{-j120^\circ} = 18050 \text{ ВА};$$

$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = 17380 + 11895 + 18050 = 47325 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 23065 - 14176 = 8889 \text{ Вар};$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{47325^2 + 8889^2} = 48153 \text{ ВА}.$$

6. Будуємо векторну діаграму. Приймаємо масштаб  $m_U=100 \text{ В/см}$ ;  $m_I=20 \text{ А/см}$ .



## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №65

**ТЕМА: ОДЕРЖАННЯ ОБЕРТОВОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ.**

**МЕТА: оволодіти знаннями про методику отримання обертаючого магнітного поля**

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Принцип дії асинхронного і синхронного двигунів.
2. Магнітне поле однофазної обмотки.

### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

1. Системи обмоток для отримання магнітного поля.
2. Принцип дії асинхронного і синхронного двигунів.
3. Магнітне поле однофазної обмотки.

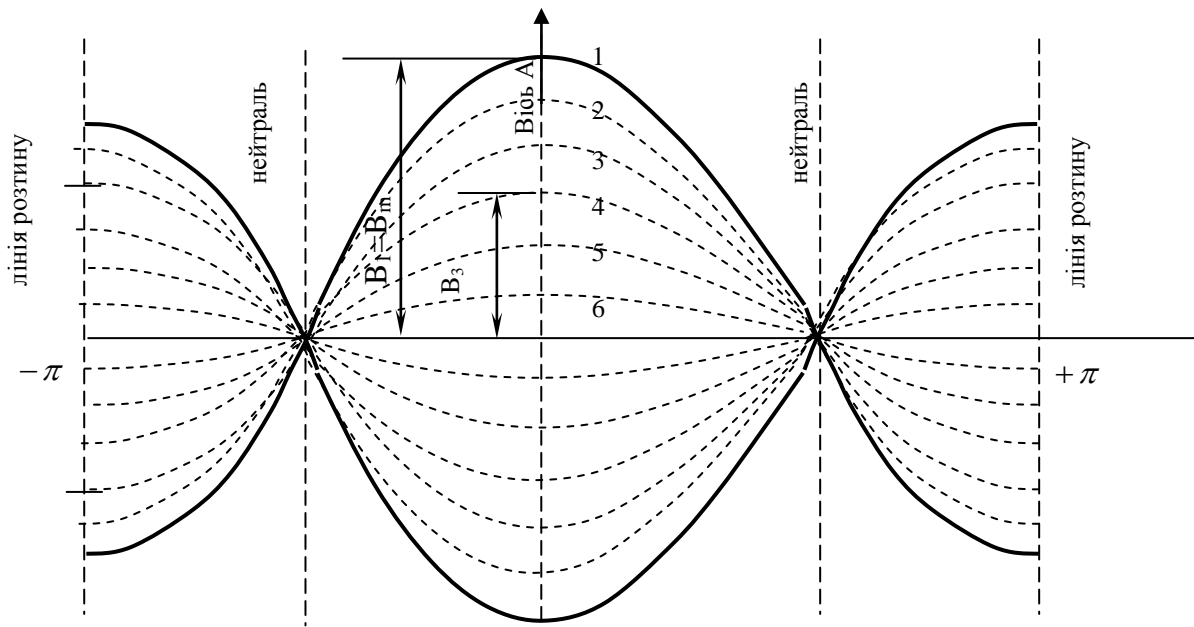
При постійному струмі розподіл магнітної індукції в повітряному зазорі зберігається доти, поки тече струм по котушці:

при змінному струмі в котушці:

$$i = I_m \sin \omega t$$

в любий момент часу просторове розподілення магнітної індукції залишається синусоїдним. Проте в кожній точці повітряного зазору величина її змінюється з часом по цьому ж закону, по якому змінюється струм.

Магнітне поле в цьому випадку “пульсує” в зв’язку з чим воно називається пульсуючим. В повітряному зазорі утворюється стояча хвиля магнітної індукції.



Малюнок 151. Графіки магнітної індукції пульсуючого магнітного поля.

На (мал. 151) показано розподіл магнітної індукції в різні моменти часу (криві відмічені цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6).

Рівняння магнітної індукції пульсуючого поля легко отримати, підставивши в рівняння:

$$B_0 = \frac{\mu_0 I W_1}{\Delta} \cdot \alpha \text{ значення змінного струму } i = I_m \sin \omega t. \text{ Отримаємо:}$$

$$B = B_m \sin \omega t \cdot \cos \beta \quad (404)$$

Крива 1 на (мал. 151) при струмі  $i = I_m$ , магнітна індукція максимальна  $B_m$ . При цьому ж струмі  $I_m$  в котушці, в місці відстаючому по колу на кут  $\beta = \frac{\pi}{3}$ , найбільше значення магнітної індукції рівне:  $B_m \cdot \cos \frac{\pi}{3} = \frac{B_m}{2}$  і т.д.

Як було доведено раніше, любую синусоїдну функцію можна подати вектором або комплексним числом, тобто замінимо  $B_m \cdot \sin \omega t$  на комплекс (вектор)  $\dot{B}_m$ . Отримаємо:

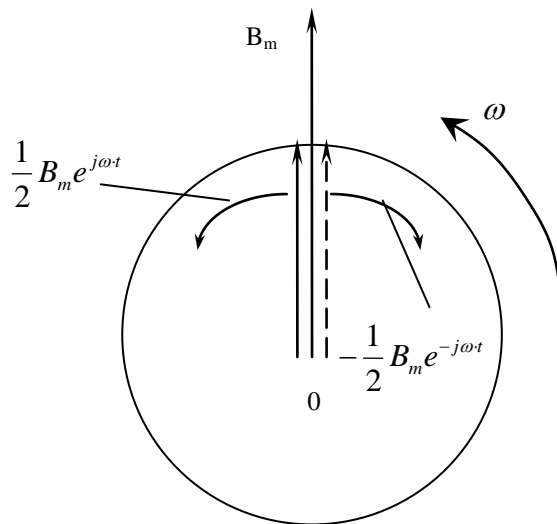
$$\dot{B} = B \cdot \cos \omega t$$

Згідно з формулою Ейлера:

$$B_m \cdot \cos \omega t = \frac{1}{2} B_m \cdot e^{j\omega t} + \frac{1}{2} B_m \cdot e^{-j\omega t} \quad (405)$$

Це означає, що пульсуюче синусоїдно розподілене магнітне поле може бути подано у вигляді суми двох синусоїдно розподілених полів  $\frac{1}{2} B_m$ , постійних в часі, але які обертаються з кутовою швидкістю  $\omega$  в різні сторони.

Поле  $\frac{1}{2} B_m \cdot e^{j\omega t}$ , яке обертається в додатному напрямку, називається прямим, поле  $\frac{1}{2} B_m \cdot e^{-j\omega t}$  — оберненим (мал. 152).



Малюнок 152. Розкладання пульсуючого магнітного поля на складові.

Розкладання пульсуючого поля використовується в однофазних двигунах, в яких обернене поле екранується, а пряме діє на ротор.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №66

### ТЕМА: РІВНЯННЯ ОБЕРТОВОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику отримання обертаючого магнітного поля

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1 Рівняння обертового магнітного поля

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Системи обмоток для отримання магнітного поля.
2. Принцип дії асинхронного і синхронного двигунів.
3. Магнітне поле однофазної обмотки.

Припустимо, що через дві котушки, розміщених взаємно перпендикулярно, проходять струми однієї і тієї ж амплітуди та частоти, зсунуті по фазі один відносно одного на чверть періоду, тобто  $\frac{\pi}{2}$ .

Тобто в першій котушці тече струм:  $i_1 = I_m \sin \omega t$ .

В другій:  $i_2 = I_m (\sin \omega t + 90^\circ) = I_m \cos \omega t$ .

Відповідні пульсуючі магнітні потоки з магнітними індукціями:

$$B_1 = B_m \sin \omega t ; \quad B_2 = B_m \cos \omega t ,$$

які напрямлені перпендикулярно один відносно одного.

Перейдемо до комплексів. Отримаємо:

$$\dot{B}_1 = B_m \sin \omega t ; \quad \dot{B}_2 = jB_m \sin \omega t$$

За формулою Ейлера:

$$\sin \omega t = \frac{1}{2j}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}); \quad \cos \omega t = \frac{1}{2}(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})$$

Отримаємо:

$$B_m \sin \omega t + jB_m \cos \omega t = B_m (\sin \omega t + jB_m \cos \omega t) = \left( \frac{1}{2j} e^{j\omega t} - \frac{1}{2j} e^{-j\omega t} + \frac{j}{2} e^{j\omega t} + \frac{j}{2} e^{-j\omega t} \right) B_m =$$

$$B_m \left( -\frac{1}{2} e^{j\omega t} + \frac{j}{2} e^{-j\omega t} + \frac{j}{2} e^{j\omega t} + \frac{j}{2} e^{-j\omega t} \right) = jB_m e^{-j\omega t}$$

Цей

вираз показує, що вісь результуючого магнітного потоку рівномірно обертається з кутовою швидкістю  $\omega$ , причому значення магнітної індукції незмінне і рівне  $B_m$ , тобто одержимо обертове магнітне поле.

В розглядуваному випадку індукція  $B_1$  відстає по фазі на  $\frac{\pi}{2}$  від індукції  $B_2$  і магнітне поле обертається у від'ємному напрямку. Якщо поміняти напрям струму в одній з котушок, наприклад в котушці 1, що рівносильне зміні фази струму  $i$  на  $\pi$ , магнітне поле буде обертатися в додатному напрямку:

$$\dot{B} = B_m (-\sin \omega t + j \cos \omega t) = B_m \left( -\frac{1}{2j} e^{j\omega t} + \frac{1}{2j} e^{-j\omega t} + \frac{j}{2} e^{j\omega t} + \frac{j}{2} e^{-j\omega t} \right) = B_m \times$$

$$\times \left( \frac{j}{2} e^{j\omega t} - \frac{j}{2} e^{-j\omega t} + \frac{j}{2} e^{j\omega t} + \frac{j}{2} e^{-j\omega t} \right) = B_m j e^{j\omega t} \quad (406)$$

2) Розмістимо три однакових котушки таким чином, щоб осі були зсунуті одна відносно одної на кут  $120^\circ$  і ввімкнемо їх в трифазну симетричну мережу. Тоді через котушки будуть протікати струми:

$$i_A = I_m \sin \omega t; \quad i_B = I_m \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right); \quad i_C = I_m \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right);$$

Магнітні індукції відповідних фаз будуть рівні:

$$B_A = B_m \sin \omega t$$

$$B_B = B_m \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$B_C = B_m \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$$

Результуючий вектор магнітної індукції знаходять додаванням векторів  $\dot{B}_A, \dot{B}_B, \dot{B}_C$ :

$$\dot{B} = j(\dot{B}_A + a^2 \cdot \dot{B}_B + a \cdot \dot{B}_C)$$

Підставимо значення магнітних індукцій фаз в останню формулу. Отримаємо:

$$\dot{B} = jB_m (\sin \omega t + a^2 \sin \omega t \cdot \cos 120^\circ - a^2 \cos \omega t \cdot \sin 120^\circ + a \sin \omega t \cdot \cos 120^\circ + a \cos \omega t \cdot \sin 120^\circ) =$$

$$1,5jB_m (\sin \omega t + j \cos \omega t) = -1,5B_m e^{-j\omega t} \quad (407)$$

Отриманий вираз показує, що результуючий вектор магнітного поля має постійний модуль, рівний  $1,5B_m$ , і рівномірно обертається з кутовою швидкістю  $\omega$  від осі фази  $A$  по напрямку до осі фази  $B$  (по ходу часової стрілки), таким чином отримуємо обертове магнітне поле.

3) Найпростіший по будові і найбільш поширений в промисловості являється трифазний асинхронний двигун.

Його ротор виконаний у вигляді сталюого циліндра, зібраного із сталюих листів, з обмоткою, розміщеною в пазах його поверхні.

Обертове магнітне поле статора, наводить в замкнутій обмотці ротора струми. Механічна взаємодія цих струмів з обертовим магнітним полем приводить в рух ротор, який обертається в тому ж напрямку, що й магнітне поле.

Ротор обертається асинхронно, тобто швидкість його обертання ( $n$ ) менша швидкості обертання магнітного поля ( $n_1$ ).

Різниця швидкостей обертання поля і ротора, поділена на швидкість обертання поля, називається ковзанням:

$$S = \frac{n_1 - n}{n_1} \quad (408)$$

Синхронний двигун складається з ротора, обмотка якого живиться постійним струмом, статора, на обмотку якого подається трифазний змінний струм.

Обмотка статора створює обертове магнітне поле, яке взаємодіє зі струмом обмотки ротора і приводить його в рух.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №67

### ТЕМА: НЕСИНУСОЇДАЛЬНІ НАПРУГИ І СТРУМИ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Діюча величина несинусоїдального струму.
2. Потужність кола несинусоїдального струму.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Діюча величина несинусоїдального струму.
2. Потужність кола несинусоїдального струму.

Діюче значення синусоїдного струму чисельно дорівнює такому постійному струму, при якому виділяється стільки ж тепла, що і при змінному синусоїдному струму, за час одного періоду  $T$  :

$$i = I_0 + i_1 + i_2 + i_3 + \dots = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1) + I_{2m} \sin(2\omega t + \varphi_2) + I_{3m} \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots$$

$$Q = Q_0 + \sum Q_k$$

$$Q = I^2 R T$$

$$Q_0 = I_0^2 R T$$

$$Q'_k = \int_0^k i_k^2 \cdot R \cdot dt = I_k^2 R T_k - \text{кількість тепла що виділяє } k\text{-та гармоніка.}$$

$I_k$  – діюче значення струму  $k$ -ї гармоніки.

$T_k$  – період  $k$ -ї гармоніки.

$$Q_k = k Q'_k = I_k^2 \cdot R \cdot k \cdot T_k = I_k^2 R T$$

Дістанемо:

$$I^2 R T = I_0^2 R T + I_1^2 R T + I_2^2 R T + \dots + I_k^2 R T$$

$$I^2 = I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2} \quad (422)$$

Аналогічно:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2} \quad (423)$$

Діюче значення несинусоїдного струму є середнім квадратичним із сталої складової й діючих значень синусоїдних складових цього струму.

Несинусоїдні періодичні криві характеризуються коефіцієнтом амплітуди, коефіцієнтом струму, коефіцієнтом спотворення:

$$k_\Phi = \frac{I}{I_C} \quad (424)$$

$$k_a = \frac{I_m}{I} \quad (425)$$

Коефіцієнт спотворення:

$$d = \frac{I_1}{I} \quad (426)$$

$$I^2 R T = I_0^2 R T + I_1^2 R T + I_2^2 R T + \dots + I_k^2 R T$$

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_k \quad (427)$$

Активна потужність у колі несиметричного струму дорівнює сумі активних потужностей окремих гармонік.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №68

### ТЕМА: РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ З НЕСИНУСОЇДАЛЬНИМИ НАПРУГАМИ І СТРУМАМИ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Застосування принципу накладання.
2. Опір кола.

### 3. Застосування векторних діаграм.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Застосування принципу накладання.
2. Опір кола.
3. Застосування векторних діаграм.

Розрахунок лінійного електричного кола з несинусоїдною е.р.с. базується на принципі накладання:

$$e = E_0 + e_1 + e_2 + e_3 + \dots + e_k$$

Джерело несинусоїдної е.р.с. можна подати як послідовне з'єднання джерела сталої е.р.с. і джерел синусоїдних е.р.с. з відповідними частотами.

В результаті розрахунку кожної гармоніки отримаємо:

$$i = I_0 + i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_k$$

Опори  $R$  — не міняються в залежності від гармоніки.

$$\begin{array}{l} X_{kL} = \omega_k X_L = k\omega_1 L = kX_{1L} \\ X_{kC} = \frac{1}{\omega_k C} = \frac{1}{k\omega_1 C} = \frac{X_{1C}}{k} \end{array} \quad (428)$$

2) Розглянемо відомі схеми з'єднання трифазних систем при несинусоїдних напругах. При цьому вважатимемо, що напруги не мають сталих складових і парних гармонік, тобто криві напруги симетричні відносно осі абсцис, які на практиці зустрічаються найчастіше.

Основну гармоніку можна виразити системою:

$$u_{1A} = U_{1m} \sin \omega t$$

$$u_{1B} = U_{1m} \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_{1C} = U_{1m} \sin(\omega t + 120^\circ)$$

Система рівнянь для  $k$ -ї гармоніки:

$$u_{kA} = U_{km} \sin k \omega t$$

$$u_{kB} = U_{km} \sin(k \omega t - 120^\circ \cdot k)$$

$$u_{kC} = U_{km} \sin(k \omega t + 120^\circ \cdot k)$$

Розглянемо гармоніки кратні трьом, тобто  $k = 3n$ , де  $n$  — ціле число.

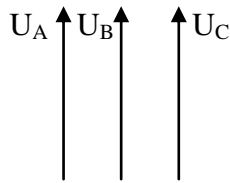
$$u_{kA} = U_{km} \sin 3n \omega t$$

$$u_{kB} = U_{km} \sin(3n\omega t - 120^\circ \cdot 3n) = U_{km} \sin(3n\omega t - 360^\circ \cdot n) = U_{km} \sin 3n\omega t$$

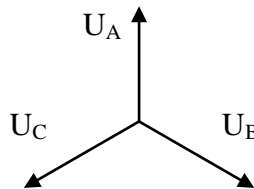
$$u_{kC} = U_{km} \sin(3n\omega t + 360^\circ \cdot n) = U_{km} \sin 3n\omega t$$

Тобто напруги трьох фаз однакові і збігаються за фазою, оскільки зсув на повний період або на  $360^\circ \cdot n$  періодів рівнозначний тому, що зсуву немає.

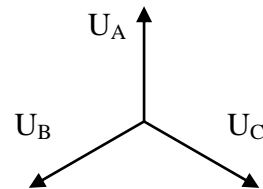
Значить гармоніки кратні трьом, тобто 3, 6, 9 і т.д. утворюють симетричну систему нульової послідовності.



Гармоніки  
3, 6, 9, 12, ...  
а)



Гармоніки  
1, 4, 7, 10, ...  
б)



Гармоніки  
2, 5, 8, 11, ...  
в)і

Малюнок 158. Симетричні складові системи несинусоїдних напруг у трифазних колах.

Якщо  $k = 3n + 1$ , наприклад  $n = 1; k = 4$ , тоді:

$$\dot{U}_{4A} = U_{4m} \sin 4\omega t$$

$$\dot{U}_{4B} = U_{4m} \sin(4\omega t - 120^\circ \cdot 4) = U_{4m} \sin(4\omega t - 480^\circ) = U_{4m} \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$\dot{U}_{4C} = U_{4m} \sin(4\omega t + 120^\circ \cdot 4) = U_{4m} \sin(4\omega t + 480^\circ) = U_{4m} \sin(\omega t + 120^\circ)$$

Отже гармоніки 1, 4, 7, 10, 13, ... утворюють симетричну систему прямої послідовності (мал.158б).

Якщо  $k = 3n - 1$ , то гармоніки будуть 2, 5, 8, 11, ... — утворюють систему оберненої послідовності (мал. 158в).

При з'єднанні обмоток джерела зіркою (мал. 158) лінійні напруги дорівнюють різниці фазних напруг двох суміжних фаз.

Збігаючись за фазою, гармоніки фазних напруг, кратні трьом (3, 6, 9, ...), при відніманні дадуть нуль. Тому в лінійних напругах гармонік кратних трьом немає.

З цієї причини:

$$\frac{U_{\Delta}}{U_{\Phi}} < \sqrt{3} \quad (429)$$

Розглянемо симетричне навантаження, з'єднане зіркою, і виділимо два випадки.

1. При наявності нульового проводу треті гармоніки фазних струмів утворюють струм нульової послідовності в нульовому проводі  $I_{03} = 3I_3$ .

Це також стосується і вищих гармонік, кратних трьом. Всі інші гармоніки прямої і зворотної послідовності, в сумі дають нуль.

Отже при симетричному навантаженні в нульовому проводі виникає струм, який рівний потроєній сумі струмів вищих гармонік нульової послідовності:

$$I_0 = 3\sqrt{I_3^2 + I_6^2 + I_9^2 + \dots}$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №69

**ТЕМА: СТРУМ В КОЛАХ З НЕЛІНІЙНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ.**

# ПОВНА ВЕКТОРНА ДІАГРАМА З НЕЛІНІЙНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Вплив гістерезисну і вихрових струмів на струм котушки з феромагнітним осердям.
2. Повна векторна діаграма і схеми заміщення котушки з феромагнітним осердям.
3. Застосування котушки з феромагнітним осердям.

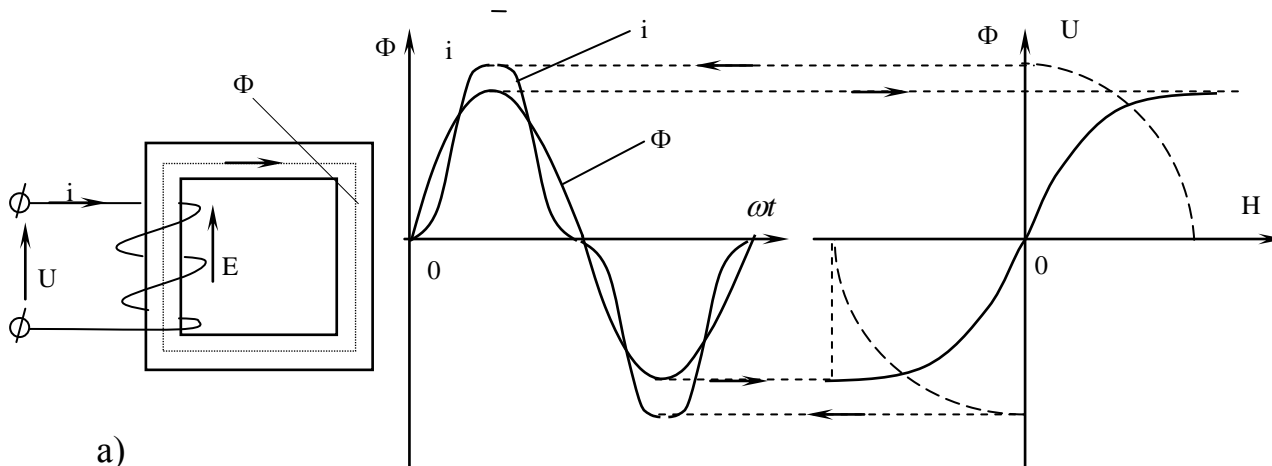
## Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

## Питання для самоконтролю.

1. Вплив гістерезисну і вихрових струмів на струм котушки з феромагнітним осердям.
2. Повна векторна діаграма і схеми заміщення котушки з феромагнітним осердям.
3. Застосування котушки з феромагнітним осердям.

Магнітний потік і намагнічуючий струм котушки з феромагнітним осердям пов'язані між собою нелінійною характеристикою  $\Phi(i)$ , тому індуктивність котушки з феромагнітним осердям змінюється залежно від струму. Цим пояснюється відмінність форми кривої намагнічуючого струму й кривої напруги.



б)

Малюнок 163. Схема котушки з феромагнітним осердям (а) та побудова кривої струму в ній за основною кривою намагнічування (б).

Розглянемо електромагнітні процеси в ідеалізованій котушці, нехтуючи її активним опором і не враховуючи втрат енергії в осерді (мал. 163а); напруга прикладена до котушки, зрівноважується тільки е.р.с. самоіндукції:  $u = -e$ .

При синусоїдній напрузі джерела е.р.с. у котушці може бути тільки синусоїдною. Проте синусоїдна е.р.с. може наводитись тільки магнітним потоком синусоїдної форми. Якщо:

$$\Phi = \Phi_m \cdot \sin \omega t ,$$

то 
$$e = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \Phi_m \cdot \omega \cdot \cos \omega t = E_m \sin(\omega t - 90^\circ)$$

Амплітуда е.р.с.:

$$E_m = 2\pi \Phi_m \cdot N ,$$

а діюче значення:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \pi N f \cdot \Phi_m$$

Або 
$$E = 4,44 N \cdot f \cdot \Phi_m .$$

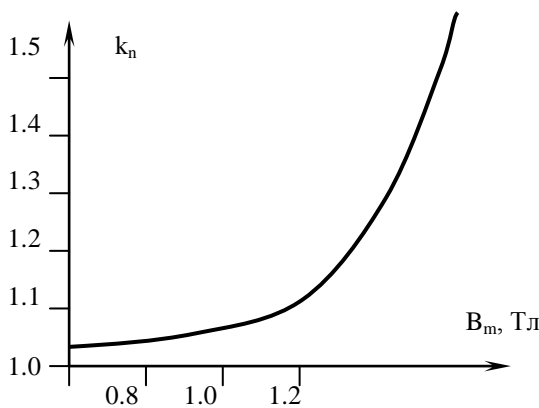
Криву циклічного перемагнічування  $\Phi(i)$  без втрат від гістерезису й вихрових струмів зображено на (мал. 163б). Ця крива подібна до основної кривої намагнічування осердя  $B(H)$ , оскільки магнітний потік  $\Phi = B \cdot S$ , а струм в котушці  $i = \frac{HI}{N}$  згідно із законом повного струму.

Розглянувши криву  $i(\omega t)$ , легко переконатись в тому, що в складі гармонік струму особливо виділяється третя гармоніка.

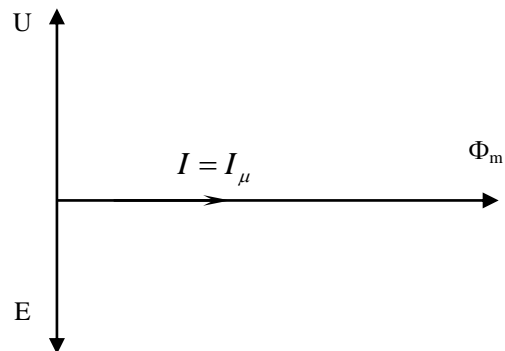
Визначимо діючий струм котушки:

$$I = \frac{I_{\max}}{k_n \cdot \sqrt{2}} \tag{436}$$

де  $k_n$  – поправочний коефіцієнт.



а)



б)

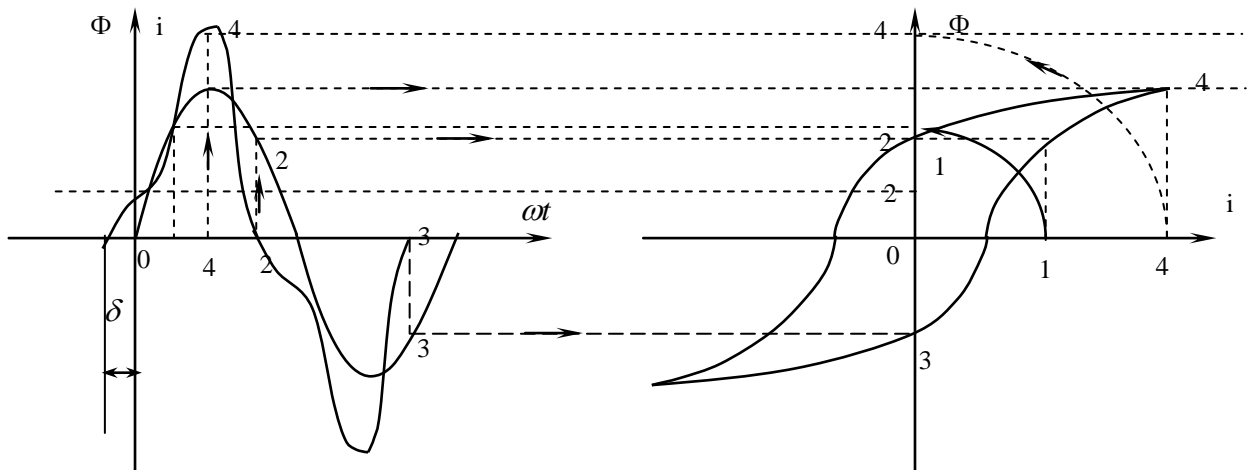
Малюнок 164. Залежність поправочного коефіцієнта  $k_n$  від магнітної індукції (а) та векторна діаграма ідеалізованої котушки з феромагнітним осердям (б).

Отже, не враховуючи магнітних втрат та втрат в обмотці, можна сказати, що початкові фази синусоїдного магнітного потоку і несинусоїдного струму збігаються.

Замінивши реальний струм в котушці його першого гармонікою  $i_1$ , можна побудувати векторну діаграму котушки з феромагнітним осердям (мал. 164б).

Струм в ідеалізованій котушці є реактивним. Він не супроводиться перетворенням електричної енергії на інший вид енергії, проте він створює магнітне поле в осерді. Тому його називають намагнічуючим струмом.

3) Магнітний гістерезис вносить додаткові зміни в форму кривої намагнічуючого струму. Ці зміни зумовлені тим, що при збільшенні магнітного потоку хід кривої струму визначається вихідною, а при зменшенні потоку — низхідною віткою петлі гістерезису.



Малюнок 165. Побудова кривої струму в котушці з феромагнітним осердям з урахуванням магнітного гістерезису.

З малюнка видно, що початкові фази струму й потоку не збігаються на кут зсуву фаз  $\delta$ . В зв'язку з тим перша гармоніка струму  $i_1$  відстає від прикладеної напруги на кут  $\varphi < 90^\circ$ .

Отже, струм котушки через втрати на гістерезис має активну складову, середня потужність за період не дорівнює нулю.

При досить швидкій зміні намагнічуючого струму у феромагнітному осерді виникають вихрові струми.

Виникнення вихрових струмів спричинює додаткову витрату енергії в осерді. Енергія витрачена на перемагнічування осердя і підтримання в ньому вихрових струмів, перетворюється на тепло. Цю енергію називають магнітними втратами, або втратами в сталі.

Потужність магнітних втрат  $P_M$  пропорційна площі петлі магнітного гістерезису:

$$\boxed{P_M = P_{II} m} \quad (437)$$

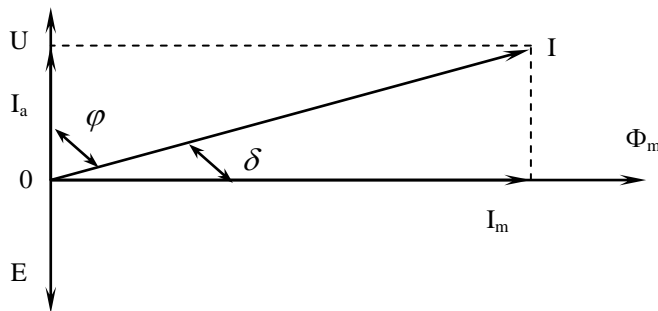
де  $P_{II}$  – питома потужність втрат у сталі.

$m$  – маса феромагнітного осердя.

Знаючи магнітні втрати, знайдемо активну складову еквівалентного струму котушки:

$$I_a = \frac{P_M}{U} \quad (438)$$

Спрощену векторну діаграму котушки з феромагнітним осердям (без врахування опору обмотки і магнітного розсіювання) подано на (мал. 166).



Малюнок 166. Спрощена векторна діаграма котушки з феромагнітним осердям.

Активна складова струму збігається за фазою з напругою, а повний струм відстає на кут  $\varphi < 90^\circ$  :

$$\cos \varphi = \frac{P_M}{UI} \quad (439)$$

Реактивна складова струму котушки  $I_M$  називається намагнічуючим струмом:

$$I_\mu = \sqrt{I^2 - I_a^2} \quad (440)$$

Кут  $\delta$  між вектором повного струму і магнітного потоку називається кутом втрат:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{I_a}{I_\mu} \quad (441)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №70

### ТЕМА: ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В КОЛІ З КАТУШКОЮ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Причини виникнення перехідних процесів.
- 2 Перехідний процес в колі з катушкою

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та

електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

1. Причини виникнення перехідних процесів.

2. Перший закон комутації.

1) Для переходу від одного усталеного режиму до іншого потрібно мати деякий перехідний період, протягом якого змінюються значення струмів і напруг в електричному колі.

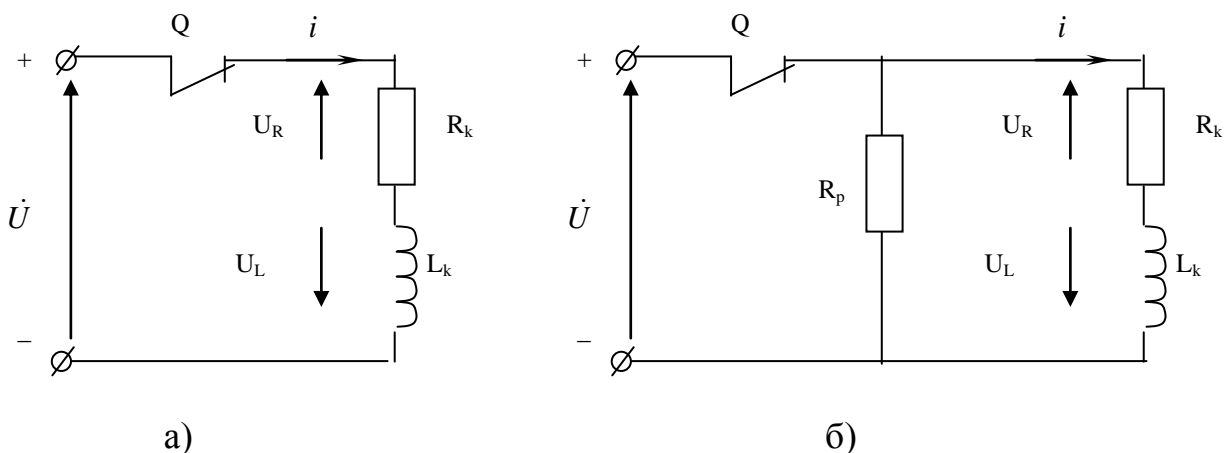
Причинами виникнення перехідних процесів можуть бути комутаційні зміни режимів, тобто вмикання і вимикання джерел живлення, приймачів електроенергії; короткі замикання на ділянках електричних кіл; зміни механічного навантаження електродвигунів і ін.

Електромагнітні процеси, які відбуваються в електричних колах при переході від одного усталеного режиму до іншого, називають перехідними процесами.

Електричні струми, напруги в колі під час перехідного процесу називають перехідними струмами або напругами.

3) При розмиканні електричного кола з котушкою індуктивності (мал. 176а) в момент розриву між контактами вимикача  $Q$  різко збільшується напруга, від нуля до  $U + U_L$ . Швидкість зміни струму в момент розриву кола  $\frac{di}{dt} \rightarrow \infty$ , тому значення  $u_L = L \frac{di}{dt}$  може бути дуже великим, що може привести до виникнення електричної дуги.

Щоб цього не сталося, в деяких випадках одночасно з вимиканням індуктивної котушки від джерела потрібно замкнути її на розрядний опір (мал. 176б).



Малюнок 176. Схема розмикання кола з індуктивністю.

Розрядний опір  $R_p$  підбирають таким чином, щоб обмежити швидкість зміни струму  $\frac{di}{dt}$ , тим самим зменшити напругу  $U_L$ .

При розмиканні електричного кола з індуктивністю і одночасно його замикання на розрядний опір  $R_p$  струм в колі:

$$i = \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = I \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (458)$$

де  $R = R_k + R_p$

4) При розімкненому рубильнику  $Q$  (мал. 177) у колі з послідовним з'єднанням опору  $R_1$  і котушки з опором  $R_2$  і індуктивністю  $L$ , усталений струм:

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

Після замикання рубильника, струм поступово збільшується до:

$$I_2 = \frac{U}{R_2}$$

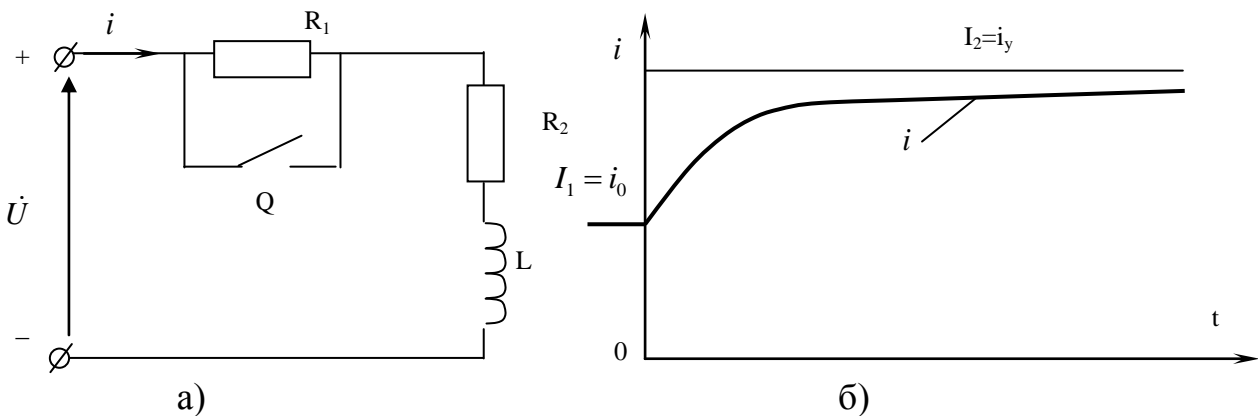
Внаслідок зменшення опору в колі виникає додатковий вільний струм:

$$I_{e0} = I_1 - I_2$$

Струм в колі:

$$i = i_{вум} + i_e = I_2 - (I_2 - I_1)e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (459)$$

де  $\tau_2 = \frac{L}{R_2}$



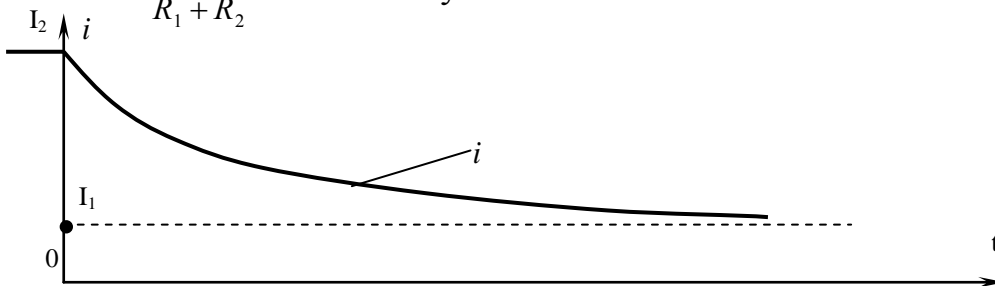
Малюнок 177. Схема (а) та графік перехідного процесу (б) при зменшенні опору в колі з індуктивністю.

Зворотний перехід від другого режиму до першого здійснюється після розмикання рубильника. Опір кола раптово збільшується, а струм  $I_2$  зменшується за експоненціальним законом, наближаючись до усталеного значення  $I_1$  (мал. 178).

Рівняння перехідного струму:

$$i = i_{вум} + i_e = I_1 - (I_2 - I_1)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (460)$$

$\tau = \frac{L}{R_1 + R_2}$  — стала часу кола.



Малюнок 178. Графік перехідного струму при введенні в коло з індуктивністю додаткового активного опору.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №71

### ТЕМА: ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В КОЛІ З КОНДЕНСАТОРОМ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1. Причини виникнення перехідних процесів.
- 2 Перехідний процес в колі з конденсатором

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Причини виникнення перехідних процесів.
2. Другий закон комутації.

1) Рівняння перехідного процесу при вмиканні конденсатора на сталу напругу має вигляд:

$$U = u_c + RC \frac{du_c}{dt} \quad (461)$$

Розв'яжемо дане диференціальне рівняння, для чого розділимо змінні і проінтегруємо вираз :

$$\frac{U - u_c}{du_c} = \frac{RC}{dt}$$

$$\int \frac{du_c}{U - u_c} = \int \frac{dt}{RC}; \quad \int \frac{du_c}{u_c - U} = -\int \frac{dt}{RC};$$

В результаті інтегрування отримуємо:

$$\ln(u_c - U) - \ln C = -\frac{t}{RC}$$

або 
$$\ln\left(\frac{u_c - U}{C}\right) = -\frac{t}{RC}$$

Потенціюючи знаходимо:

$$u_C - U = C \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (462)$$

$$\text{Звідси: } u_C = U + C e^{-\frac{t}{RC}} \quad (463)$$

Знайдемо сталу інтегрування, виходячи з початкових умов ( $t=0, u_{C0}=0$ ).

$$0 = U + C \cdot e^0, \text{ звідси } C = -U$$

$$\text{Тоді } u_C = U + (-U) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = U \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$u_C = U \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$RC = \tau - \text{постійна часу} \quad (464)$$

$$\text{Отримаємо: } u_C = U \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (465)$$

В останньому рівнянні можна виділити вимушену і вільну складові напруги:

$$u_C = u_{C_{\text{вим}}} + u_{C_{\text{в}}} \quad (466)$$

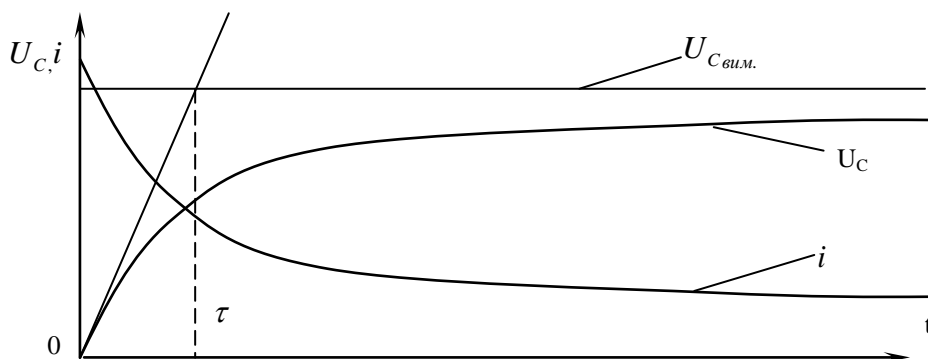
$$u_{C_{\text{вим}}} = u_{C_{\text{у}}} = U$$

$$u_{C_{\text{в}}} = -U e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (467)$$

Зарядний струм складається тільки з вільної складової:

$$i = i_{\text{в}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (468)$$

$$\text{а вимушена складова: } i_{\text{вим}} = i_{\text{у}} = 0 \quad (469)$$



Малюнок 179. Графіки переходного режиму при заряджанні конденсатора.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №72

### ТЕМА: ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В КОЛІ З КОНДЕНСАТОРОМ І КАТУШКОЮ

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1 Вмикання кола на постійну напругу

#### Література:

1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп. - М: Высш. школа, 1981

2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

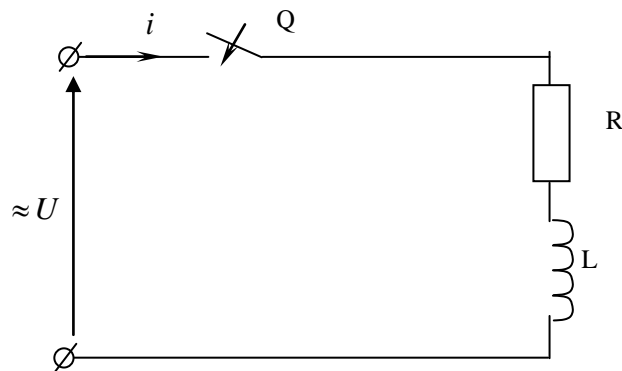
5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

### Питання для самоконтролю.

1. Особливості перехідного процесу другого порядку.

2) Розглянемо електричну схему



Малюнок 181. Вмикання котушки індуктивності на синусоїдну напругу.

Нехай прикладена напруга рівна:

$$u = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$$

де  $\varphi$  – початкова фаза

В момент вмикання кола ( $t = 0$ ) напруга має значення:

$$u_0 = U_m \cdot \sin \varphi_1$$

Струм у колі після вмикання можна подати сумою вимушеної і вільної складової:

$$i = i_{\text{вим}} + i_{\text{в}}.$$

В усталеному режимі синусоїдний струм у котушці зсунутий за фазою відносно напруги на кут  $\varphi$ :

$$i_{\text{вим}} = i_{\text{уст}} = I_m \sin(\omega t + \varphi_1 - \varphi)$$

$$\text{де } I_m = \frac{U_m}{Z}; \quad Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}; \quad \text{tg } \varphi = \frac{X_L}{R}$$

Вільна складова перехідного струму не залежить від форми прикладеної напруги, а залежить від значення миттєвої напруги  $u_0$  в момент вмикання кола ( $t = 0$ ):

$$i_{\text{в}} = C e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(472)

де  $C$  – стала інтегрування, що дорівнює вільній складовій струму, при  $t=0$ , тобто  $C = i_{0e}$ .

Отже перехідний струм:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_1 - \varphi) + C e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (423)$$

Сталу  $C$  знаходимо за допомогою першого закону комутації: в початковий момент часу ( $t=0$ ) струм в колі дорівнює нулю, оскільки раніше коло було розімкнуте і струм в котушці не може змінитися стрибкоподібно.

Тому  $i_0 = i_{0вум} + i_{0e} = 0$

Звідси  $i_{0e} = -i_{0вум}$

$$i_{0вум} = I_m \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi)$$

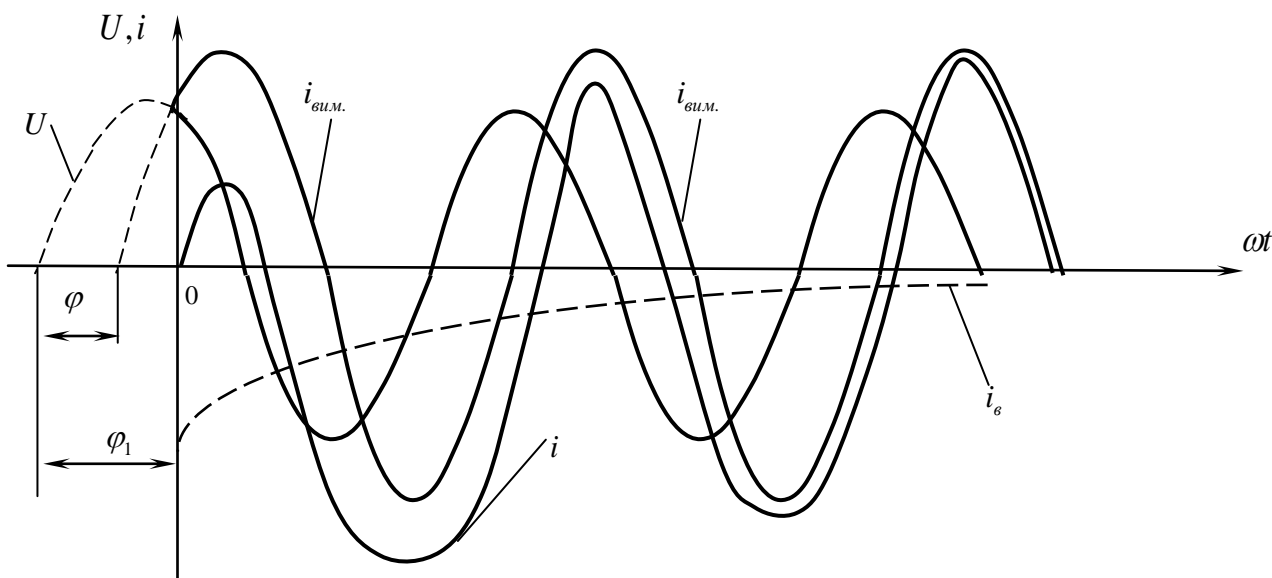
Отже  $i_{0e} = C = -I_m \sin(\varphi_1 - \varphi) \quad (474)$

Рівняння вільної складової:

$$i_e = -I_m \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (475)$$

Перехідний струм:

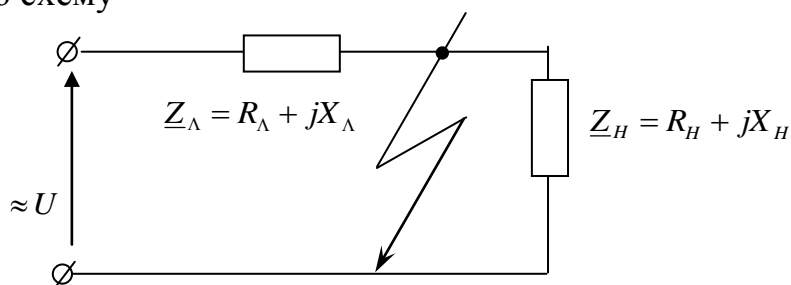
$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi - \varphi_1) - I_m \cdot \sin(\varphi - \varphi_1) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (476)$$



Малюнок 182. Графіки перехідного процесу після вмикання котушки індуктивності на синусоїдну напругу.

3) В разі раптового короткого замикання стрибкоподібно зменшується опір кола  $Z$ .

Розглянемо схему



Малюнок 183. Схема короткого замикання.

Припустимо, що опір кола змінився внаслідок короткого замикання в кінці лінії (мал. 183).

До короткого замикання усталений режим характеризується напругою  $U$  і струмом:

$$I_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_l + \underline{Z}_n} \quad (477)$$

Рівняння напруги прикладеної до кола:

$$u = U_m (\sin \omega t + \varphi_1)$$

Усталений струм до короткого замикання відстає від напруги на кут  $\varphi_2$ , який залежить від параметрів лінії і навантаження:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{X_l + X_n}{R_l + R_n} \quad (478)$$

У цьому випадку рівняння струму:

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1 - \varphi_2) \quad (479)$$

Усталений режим після короткого замикання характеризується тією ж самою напругою  $U$  і струмом:

$$I_2 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_l}$$

Рівняння усталеного струму:

$$i_2 = I_{2m} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1 - \varphi_3) \quad (480)$$

де  $\varphi_3$  – кут зсуву фаз напруги й усталеного струму короткого замикання.

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{X_l}{R_l}$$

Перехідний струм у короткозамкненій лінії:

$$i_{\kappa} = i_{\text{вим}} + i_{\epsilon} \quad (i_{\text{вим}} = i_2 - \text{усталений струм короткого замикання}) \quad (481)$$

Вільна складова струму змінюється за тим же законом, за яким вона змінюється при зменшенні опору і при постійній напрузі:

$$i_{\epsilon} = -C e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (482)$$

де  $\tau_2 = \frac{L_l}{R_l}$  – стала часу короткозамкнутого кола.

З початкових умов визначимо сталу інтегрування  $C$ .

У початковий момент перехідного періоду, згідно з першим законом комутації:

$$i_{\kappa 0} = i_{\text{вим}0} + i_{\epsilon 0} = I_{2m} \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_3) - C = I_{1m} \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (483)$$

Звідси  $C = I_{2m} \sin(\varphi_1 - \varphi_3) - I_{1m} \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2)$

Вільна складова перехідного струму:

$$i_{\epsilon} = [I_{1m} \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - I_{2m} \sin(\varphi_1 - \varphi_3)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (484)$$

Перехідний струм короткого замикання буде виражатись рівнянням:

$$i_{\kappa} = I_{2m} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1 - \varphi_3) + [I_{1m} \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - I_{2m} \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_3)] e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (485)$$

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №73

### ТЕМА: РОЗРЯД З КОНДЕНСАТОРА НА ОПІР

**МЕТА:** оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

**Питання, що виносяться на самостійне вивчення.**

1 Вимикання кола на активний опір

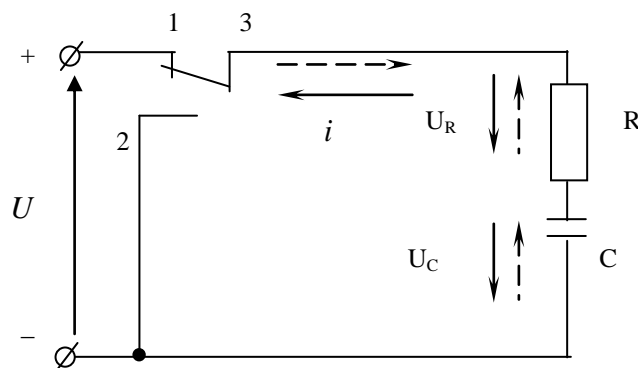
#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972
- 5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.
- 6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Особливості перехідного процесу.

2) Розглянемо електричну схему.



Малюнок 179. Схема розрядження конденсатора.

Вважаємо, що конденсатор заряджений до напруги  $u_{Cy} = U$  має ємність  $C$  і перемикається в положення 3-2, тобто від'єднується від джерела живлення і замикається на опір  $R$ .

При цьому конденсатор не може розрядитися миттєво.

Розглянемо рівняння перехідного процесу:

$$U = u_c + RC \frac{du_c}{dt}$$

В даному випадку  $U = 0$ , тоді отримаємо:

$$0 = u_c + RC \frac{du_c}{dt}$$

$$u_c = -RC \frac{du_c}{dt}$$

Розділимо змінні і проінтегруємо вираз:

$$\frac{u_c}{du_c} = -\frac{RC}{dt};$$

$$\int \frac{du_c}{u_c} = -\int \frac{dt}{RC}; \quad \ln u_c - \ln C = -\frac{t}{RC}$$

$$\ln\left(\frac{u_c}{C}\right) = -\frac{t}{RC}$$

Потенціюємо вираз і отримаємо:

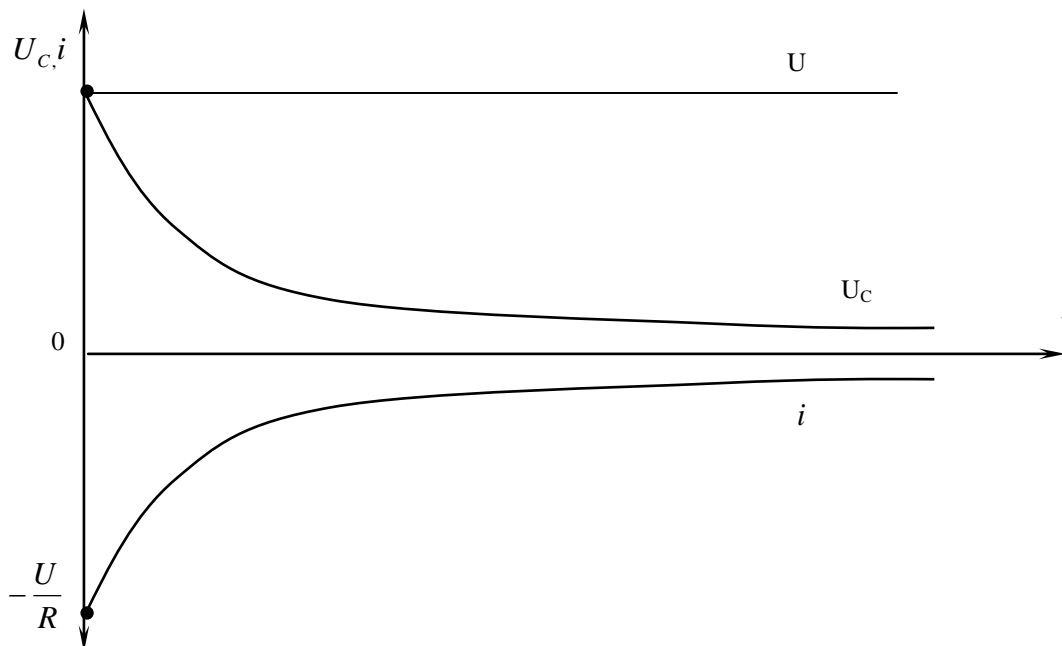
$$\frac{u_c}{C} = e^{-\frac{t}{RC}}; \quad u_c = C \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (470)$$

З початкових умов ( $t = 0; u_c = U$ ) знайдемо сталу інтегрування  $C$ :

$$U = C \cdot e^{-\frac{0}{RC}}; \quad C = U$$

Значить:

$$\boxed{u_c = U \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}; \quad \text{або} \quad \boxed{u_c = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}} \quad (471)$$



Малюнок 180. Графіки перехідних напруги і струму при розряджанні конденсатора.

## САМОСТІЙНЕ ЗАНЯТТЯ №74

### ТЕМА: ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В КОЛІ II-го ПОРЯДКУ

МЕТА: оволодіти знаннями про методику розрахунку кіл змінного струму

Питання, що виносяться на самостійне вивчення.

1. Коливальний перехідний процес.

#### Література:

1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

5 Шагедін О.І., Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія плюс, 2004.

6 Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: Учебник - М: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2010

#### Питання для самоконтролю.

1. Особливості перехідного процесу.

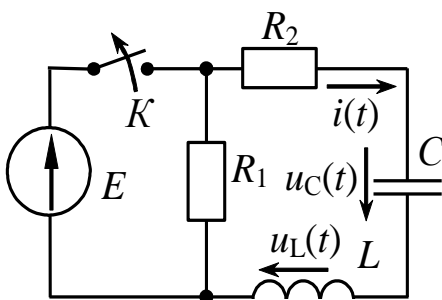


Рис.4.5

Вихідні дані:  $E = 10 \text{ В}$ ;  $C = 1,5 \text{ мкФ}$ ;  $L = 70 \text{ мГн}$

$R_1 = 50 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 400 \text{ Ом}$ ;

Загальне рішення для напруги на ємності:

$$u_C(t) = u_{Cв} + u_{Cпр}.$$

Незалежні початкові умови:

$$u_C(0) = E = 10 \text{ В}; \quad i(0) = 0.$$

Примусова складова напруги на ємності:

$$u_{Cпр} = 0 \text{ В}.$$

Характеристичне рівняння:  $Z_{ex}(p) = R_1 + R_2 + p \cdot L + \frac{1}{C \cdot p} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow p^2 + \frac{R_1 + R_2}{L} \cdot p + \frac{1}{C \cdot L} = 0 \Rightarrow p_{1,2} = -\frac{R_1 + R_2}{2 \cdot L} \pm \sqrt{\left(\frac{R_1 + R_2}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{1}{C \cdot L}} - \text{корені}$$

характеристичного рівняння, що можуть бути:

- дійсними й різними, коли  $R_1 + R_2 > R_{кр} = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$  ( $R_{кр}$  - так званий критичний опір

$R$ - $L$ - $C$  кола – *апериодичний* режим;

- дійсними й рівними, коли  $R_1 + R_2 = R_{кр} = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$  - *критичний* режим;

- комплексно-спряженими, коли  $R_1 + R_2 < R_{кр} = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$  - *коливальний* режим.

Після підстановки вихідних даних, маємо:  $p^2 + \frac{450}{0,07} \cdot p + \frac{1}{1,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,07} = 0 \Rightarrow$

$p^2 + 6428,6 \cdot p + 9523809,5 = 0 \Rightarrow$  корені -  $p_1 = -2315,7 \text{ c}^{-1}$ ;  $p_2 = -4113,1 \text{ c}^{-1}$  (дійсні та різні).

Оскільки корені дійсні, то вільна складова напруги на ємності має вигляд:

$$u_{C_0} = A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} = A_1 \cdot e^{-2315,7 \cdot t} + A_2 \cdot e^{-4113,1 \cdot t}.$$

Таким чином, напруга та струм:  $u_C(t) = A_1 \cdot e^{-2315,7 \cdot t} + A_2 \cdot e^{-4113,1 \cdot t}$ ;

$$i(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = C \cdot (-2315,7 \cdot A_1 \cdot e^{-2315,7 \cdot t} - 4113,1 \cdot A_2 \cdot e^{-4113,1 \cdot t}).$$

Постійні  $A_1$  та  $A_2$  знаходимо, використовуючи початкові умови  $u_C(0) = E = 10 \text{ В}$ ,  $i(0) = 0 \text{ А}$ :

$$\begin{cases} u_C(0) = A_1 + A_2 \\ i(0) = C \cdot (-2315,7 \cdot A_1 - 4113,1 \cdot A_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 + A_2 = 10 \\ 1,5 \cdot 10^{-6} (-2315,7 \cdot A_1 - 4113,1 \cdot A_2) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$A_1 = 22,88; A_2 = -12,88.$$

Напруга на ємності та струм через ємність дорівнюють:

$$u_C(t) = 22,88 \cdot e^{-2315,7 \cdot t} - 12,88 \cdot e^{-4113,1 \cdot t}, \text{ В};$$

$$\begin{aligned} i(t) &= C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot [-2315,7 \cdot 22,88 \cdot e^{-2315,7 \cdot t} - 4113,1 \cdot (-12,88) \cdot e^{-4113,1 \cdot t}] = \\ &= -0,079 \cdot e^{-2315,7 \cdot t} + 0,079 \cdot e^{-4113,1 \cdot t}, \text{ А}. \end{aligned}$$

$$u_L(t) = \frac{L di(t)}{dt} = 0,07 \cdot \frac{d[-0,079 \cdot e^{-2315,7 \cdot t} + 0,079 \cdot e^{-4113,1 \cdot t}]}{dt} = 12,8 \cdot e^{-2315,7 \cdot t} - 22,74 \cdot e^{-4113,1 \cdot t}, \text{ В}.$$

Постійна струму:  $\tau = \frac{1}{|p_{\min}|} = 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ , де  $p_{\min}$  - менший з двох коренів

характеристичного рівняння.

Розглянемо також коливальний режим. Оскільки при вказаних вихідних даних

$R_{кр} = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = 432 \text{ Ом}$ , а при виконанні експериментальної частини роботи саме  $R_2$  є змінним опором, то для досягнення коливального режиму цей опір повинен бути меншим, ніж  $R_2 = 432 - R_1 = 382 \text{ Ом}$ .

Візьмемо  $R_2 = 350$  Ом, тоді корені характеристичного рівняння:

$$p_{1,2} = -\frac{R_1 + R_2}{2 \cdot L} \pm \sqrt{\left(\frac{R_1 + R_2}{2L}\right)^2 - \frac{1}{C \cdot L}} = -2857,1 \pm j \cdot 1166,5 \text{ с}^{-1} \text{ та вільна складова -}$$

$$u_{C\epsilon} = A \cdot e^{-2857,1t} \cdot \sin(1166,5 \cdot t + \alpha).$$

Оскільки  $u_{Cnp} = 0$  В, то  $u_C(t) = u_{C\epsilon} = A \cdot e^{-2857,1t} \cdot \sin(1166,5 \cdot t + \alpha)$ , і

$$i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot A \cdot e^{-2857,1t} [-2857,1 \cdot \sin(1166,5 \cdot t + \alpha) + 1166,5 \cdot \cos(1166,5 \cdot t + \alpha)]$$

Коефіцієнти  $A$  і  $\alpha$  знаходимо, використовуючи початкові умови:

$$\begin{cases} u_C(0) = 10 \\ i(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10 = A \cdot \sin \alpha \\ 0 = C \cdot A \cdot (-2857,1 \cdot \sin \alpha + 1166,5 \cdot \cos \alpha) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 22,2^\circ \\ A = 26,47 \end{cases}$$

Тоді напруга та струм -  $u_C(t) = 26,47 \cdot e^{-2857,1t} \sin(1166,5 \cdot t + 22,2^\circ)$ , В;

$$i(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = C \cdot 26,47 \cdot e^{-2857,1t} [-2857,1 \cdot \sin(1166,5 \cdot t + 22,2^\circ) + 1166,5 \cdot \cos(1166,5 \cdot t + 22,2^\circ)].$$

Використовуємо співвідношення  $a \cdot \sin \alpha \pm b \cdot \cos \alpha = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sin\left(\alpha \pm \arctg \frac{b}{a}\right)$ .

$$\begin{aligned} i(t) &= -1,5 \cdot 10^{-6} \cdot 26,47 \cdot \sqrt{2547,1^2 + 1166,5^2} \cdot e^{-2857,1t} \cdot \sin\left(1166,5 \cdot t + 22,2^\circ - \arctg \frac{1166,5}{2857,1}\right) = \\ &= -0,122 \cdot e^{-2857,1t} \cdot \sin(1166,5 \cdot t), \text{ А. } u_L(t) = \frac{L di(t)}{dt} = 26,355 \cdot e^{-2857,1t} \cdot \sin(1166,5 \cdot t - 22,2^\circ). \end{aligned}$$

Постійна часу при коливальному режимі визначається так:

$$\tau = \frac{2 \cdot \pi}{8 \cdot \omega_0} = \frac{2 \cdot \pi}{1166,5 \cdot 8} = 6,7 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}, \text{ де } \omega_0 - \text{ частота вільних коливань}$$