

## Лекція №1

**Тема: Вступ. Зміст і значення курсу ТОЕ. Електрична енергія: одержання, передача, розподіл та застосування.**

**Мета: оволодіти знаннями про електричну енергію**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

1. Зміст і значення курсу ТОЕ.
2. Електрична енергія: одержання, передача, розподіл та застосування.

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

### 1 Зміст і значення курсу ТОЕ.

Функціонування сучасного суспільства без електричної енергії фактично стало неможливим. Це впливає хоча б з переліку основних напрямків її використання: побут, реклама, інформаційні технології, зв'язок, електричні технології (виплавка сталей, електрозварювання, електроліз), електротранспорт, силовий електропривод, що перетворює електричну енергію в механічну. Немає жодної галузі господарювання, жодної науково-дослідної роботи технічного спрямування, де б в той чи інший спосіб не була використана електроенергія. Тому знайомство з електротехнікою як наукою про практичне застосування електричних та магнітних явищ природи та законів, що їх описують, стає нагальною потребою для будь-якого технічного спеціаліста.

Розвиток електротехніки практично почався після створення італійцем Алессандро Вольта у 1800 році хімічного джерела електричної енергії — електричної батареї. Наявність такого джерела відносно малої потужності дала можливість провести цілу низку наукових досліджень і відкрити фундаментальні, правила, та закони, що склали теоретичний фундамент електротехніки. Помітним практичним наслідком цих досліджень стало широке застосування у першій половині XIX сторіччя дротяного електричного телеграфу, найбільш вдалий варіант якого розробив американець Семюель Морзе.

Створення наприкінці XIX сторіччя електричних машин постійного та змінного струму дозволило перетворювати механічну енергію в електричну, передавати її на велику відстань та знову перетворювати електричну енергію в механічну та інші види енергії в потрібному місті і в потрібній кількості. Широкого розповсюдження набули електричне освітлення та електропривод різноманітних виробничих машин з релейно-контакторним керуванням. Згодом електричну енергію почали використовувати для виготовлення високоякісної сталі в електросталеплавильних печах, для електрозварювання металевих конструкцій. Для забезпечення всіх цих споживачів електричного енергією були створені потужні електричні станції та мережі. Елементною базою таких електротехнічних пристроїв є електромагнітні та

електромеханічні перетворювачі, складовими яких є обмотки з міді або алюмінію та магнітопроводи з феромагнітних матеріалів, призначені для створення магнітних полів потрібної конфігурації та інтенсивності. В таких класичних електротехнічних пристроях використовуються явища електромагнітної індукції, взаємодії провідника із струмом з магнітним полем, взаємодії провідників із струмом між собою, електромагніти.

Одночасно розвиток електротехніки дав поштовх для виникнення спорідненої" галузі — електроніки, яка займається вивченням та застосуванням фізичних явищ в електровакуумних та напівпровідникових приладах, характеристик та параметрів цих приладів, властивостей пристроїв та систем, заснованих на використанні цих приладів.

Можна вважати, що електроніку започаткували досліди Генріха Герца у 1888 р., які встановили наявність електромагнітного зв'язку між двома віддаленими один від одного коливними контурами. На питання "Яке значення будуть мати ваші досліди для практики?" Г. Герц якось відповів: "Ніякого". Але сталося зовсім інакше. Вже у травні 1895 р, російський винахідник О. С. Попов на засіданні російського фізико-хімічного товариства у С.-Петербурзі продемонстрував пристрій для реєстрації природних електромагнітних хвиль, створених блискавками. У березні 1896 р. він же передав на відстань біля 250 м першу бездротову телеграму з двох слів: "Генріх Герц". У червні 1896 р. італійський інженер і підприємець Г. Марконі отримав перший патент з бездротової телеграфії і заснував компанію, яка багато зробила для широкого впровадження радіотелеграфії і передачі інформації на великі відстані. Почалися роботи по створенню потужних генераторів радіохвиль. У 1904 р. в США було створено перший електровакуумний діод, а у 1907 р. — триод, принцип роботи яких був заснований на явищі електронної емісії, відкритого Т. Едісоном.

В наступні роки швидко розвивається радіотелеграф, радіозв'язок, виникає радіомовлення. Під час другої світової війни було створено радіолокатори, які відіграли величезну роль у боротьбі, наприклад, з германськими підводними човнами, які полювали на транспорти союзників. Радіолокатори використовували також і для виявлення та винищення ворожих літаків. Електроніка забезпечила появу точних і чутливих вимірювальних приладів, електроніка надала можливість створити точну зброю, Електроніка дозволила проводити обчислення, які раніше були недосяжні для вчених і змушували їх вести дослідження на спрощених моделях об'єктів: у 1946 р. у США було створено першу електронну цифрову обчислювальну машину (ЕЦОМ), яка містила біля 18 000 ламп.

Таким чином електроніка перестала бути лише радіоелектронікою і знайшла широке застосування у техніці та промисловості. Галузь технічної електроніки, яка займається застосуванням електровакуумних і напівпровідникових приладів та створених на їх основі систем в промисловості, називають промисловою електронікою. Основні напрямки промислової електроніки: інформаційна електроніка, до якої можна віднести обчислювальну та інформаційно-вимірювальну техніку; енергетична електроніка (потужні електровакуумні та напівпровідникові перетворювачі електричної енергії); електронна технологія (застосування електронних та іонних пучків, високочастотний нагрів і плавка, ультразвукове різання та зварювання).

З виникненням ЕЦОМ складність електронних пристроїв стала швидко зростати, а традиційна елементна база — електровакуумні лампи — не могли вже забезпечити їх надійність. Тимчасовий вихід з положення дало застосування

напівпровідникових приладів — транзисторів, які за своїми функціональними можливостями могли замінити електровакуумні лампи. Поруч з транзисторами було розроблено багато інших напівпровідникових приладів (діодів, тиристорів). Застосування напівпровідникових приладів у електроніці, обчислювальній техніці, автоматиці, енергетиці набуло масового характеру, оскільки вони мали ряд суттєвих переваг перед електровакуумними приладами: високий коефіцієнт корисної дії, довговічність, надійність, порівняно малі габарити та масу.

Перший транзистор було створено у 1948 р. в США. Але вже у 60-ті роки швидкий розвиток електроніки привів до того, що кожні п'ять років кількість елементів у складних електронних пристроях зростала приблизно в десять раз. Навіть при наявності транзисторів надійність роботи таких пристроїв ставала низькою внаслідок великої кількості паяних з'єднань. Крім того, неприйнятними ставали трудомісткість їх виготовлення та габарити. В електроніці знову виникла тупикова ситуація.

Подальший прогрес було забезпечено завдяки бурхливому розвитку у 1970 - 1980 роках мікроелектроніки на ґрунті об'єднання досягнень електроніки та інтегральної технології. У великих Інтегральних схемах (ВІС) кілька сот тисяч елементів (наприклад транзисторів) вміщуються на площі 1--2 см<sup>2</sup> напівпровідникового кристалу. Всі з'єднання між цими елементами надійно здійснюються в єдиному технологічному циклі. Мінімальні розміри таких елементів — 2—3 мкм, а швидкодія — декілька наносекунд. Розробка ВІС створила можливість виготовлення складних електронних пристроїв з малими габаритами та відносно малими витратами. Електронні пристрої виготовлені з використанням інтегральних мікросхем, започаткували розвиток нової галузі електроніки — мікроелектроніки. На базі досягнень мікроелектроніки створені потужні швидкодіючі малогабаритні ЕЦОМ. Набувають розповсюдження локальні комп'ютерні мережі, які дозволяють вести обмін інформацією між окремими комп'ютерами та всесвітня комп'ютерна мережа — Інтернет. Сучасна обчислювальна техніка широко використовується не тільки для зберігання та обробки інформації, але й для керування технічними об'єктами за заданою програмою. Такі пристрої керування, створені на базі цифрової техніки, називають мікропроцесорними. Виконання команд за заданою програмою в них забезпечує процесор, такий самий, як в ЕЦОМ, виготовлений з використанням мікроелектронних технологій. Це пояснює виникнення терміну "мікропроцесор". Застосування мікропроцесорів дозволяє в багатьох випадках зменшити габарити виробів та споживання ними електричної-енергії, поліпшити їх функціональні можливості. Основною перевагою мікропроцесорних систем є можливість зміни їх функцій шляхом лише зміни керуючої програми, що пояснює їх широке використання для автоматизації сучасного виробництва.

В сучасних промислових установках будь-якої галузі сумісно працюють класичні електротехнічні пристрої — електричні машини з електронними пристроями, які використовують для керування цими електричними машинами та для контролю параметрів технологічного процесу. В регульованому електроприводі широкозастосовують енергетичні напівпровідникові пристрої, які дозволяють перетворювати змінну напругу мережі в регульовану постійну напругу, а іноді навпаки, перетворювати постійну напругу в змінну заданої частоти. Для збирання інформації про стан параметрів технологічного процесу та для керування силовими енергетичними напівпровідниковими перетворювачами використовують знову-таки

мікропроцесорні пристрої. Тому спеціалісту технічного профілю для грамотного проектування таких сучасних установок чи їх експлуатації необхідна знайомство з електротехнікою, електронікою та мікропроцесорною технікою.

## **2. Електрична енергія: одержання, передача, розподіл та застосування.**

Джерелом електричної енергії для живлення різних струмоприймачів у виробництві й побуті є електричні генератори, встановлені на електростанціях.

Типи електростанцій визначаються джерелами енергії, що використовуються для роботи їх.

Основний вид електростанцій у нас — великі районні електростанції, які постачають електричну енергію населеним, пунктам і підприємствам, віддаленим на сотні кілометрів.

Залежно від джерела енергії електростанції поділяються на теплові, гідравлічні, вітряні, сонячні (геліоелектростанції) і атомні.

На теплових електростанціях (ТЕС) генератори приводяться в рух паровими турбінами або двигунами внутрішнього згорання. Джерелом енергії для паротурбінних установок є вугілля, торф, Дрова, природний газ, а для двигунів внутрішнього згорання — нафта, гас, рідше бензин. У паротурбінних установках і двигунах внутрішнього згорання з енергетичної точки зору відбувається один і той самий процес перетворення хімічної енергії палива в електричну енергію. Цей процес складається з кількох етапів, кожний з яких пов'язаний з немінучими втратами енергії. Тому к. к. д. ТЕС низький — не вище 30 %, К. к. д. теплоелектростанцій (ТЕЦ), у яких спрацьована пара турбіни використовується для нагрівання води, що постачається підприємствам і житловим будинкам, досягає 60 %.

На гідравлічних електростанціях (ГЕС) генератори приводяться в дію водяними турбінами. Джерелом енергії є потенціальна енергія води, яка виникає при створенні греблею різниці в її рівнях. ГЕС порівняно з ТЕС простіші в обслуговуванні, мають вищий к. к. д. і працюють на безплатному паливі. До недоліків ГЕС слід віднести більші капітальні витрати при їх спорудженні.

На вітряних, електростанціях (ВЕС) генератор приводиться в рух вітряним колесом. Джерелом енергії є кінетична енергія частинок повітря. К. к. д. ВЕС невеликий і будувати їх доцільно лише там, де є постійні вітри.

На сонячних електростанціях (СЕС) первинним двигуном є парова турбіна. Промениста енергія Сонця вловлюється дзеркалами і нагріває воду в котлі. Останній виробляє пару для турбіни, яка й перетворює теплову енергію в електричну.

Енергію Сонця на СЕС можна використовувати й іншим способом, спрямовуючи вловлювані дзеркалами промені на систему напівпровідників. При цьому відбувається безпосереднє перетворення променистої енергії Сонця в електричну. Проте промислової СЕС з напівпровідниками поки що не існує.

На атомних електростанціях (АЕС) первинним двигуном є парова турбіна, а джерелом енергії — ядерний реактор. Енергія, що звільняється при розпаді ядер ізотопів урану, перетворюється в ядерному реакторі в теплову енергію. В реакторі (або, як його називають, атомному котлі) нагрівається первинний теплоносій — вода, газ або розплавлені солі деяких металів. Теплоносій містить радіоактивні речовини, тому безпосередньо використовувати його не можна. Він надходить у теплообмінник, де віддає свою теплоту воді. Остання, вже вільна від радіоактивних

домішок, випаровується, а пара надходить у парову турбіну АЕС.

Оскільки великі ТЕС і ГЕС здебільшого будуються в районах, віддалених від місць використання електричної енергії, її доводиться передавати на великі відстані. Для цього використовують в основному повітряні лінії електропередачі (ЛЄП) трифазного змінного струму чи кабельні лінії (КЛ).

При передаванні великих електричних потужностей на значну відстань доцільно застосовувати високу напругу» бо при цьому зменшується сила струму при тій же потужності, а значить, зменшуються переріз проводів, втрати електричної енергії й вартість усієї ЛАП. Однак при збільшенні напруги доводиться дбати про поліпшення ізоляції. На основі досвіду експлуатації встановлено найвигідніші співвідношення між довжиною ЛЄП та її напругою. Для ЛЄП завдовжки до 5 км. доцільно застосовувати напругу 6—10 кВ, до 50 км — 35 кВ, понад 60 км— 110 і 220 кВ. Найвища напруга, що застосовується в ЛЄП, становить 1150 кВ. На рис. 13.1 показано трифазну ЛЄП. Проте передавання дуже великих потужностей на значні відстані трифазним змінним струмом стає неможливим у зв'язку з індуктивністю ЛЄП, яка спричинює великі втрати електричної енергії, роблячи неможливою паралельну роботу електростанцій. Всі недоліки виключаються при передаванні електричної енергії постійним струмом. Оскільки генератори змінного струму, встановлювані на електростанціях, простіші й економічніші від генераторів постійного струму, а на місцях споживання енергії трифазний

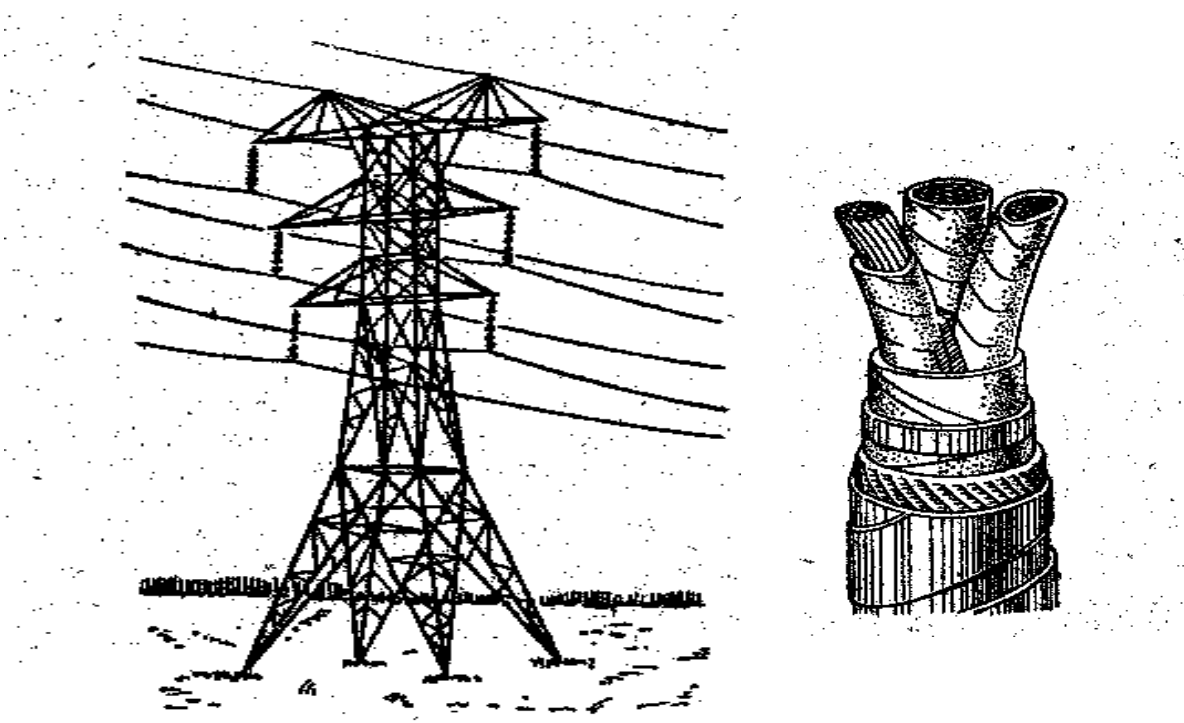


Рис.1 Повітряні і кабельні ЛЄП

асинхронний двигун є основним - струмоприймачем, електропостачання віддаленого потужного споживача електричної енергії здійснюється так. На електростанції виробляється трифазний змінний струм напругою до 35 кВ. який тут же підвищується за допомогою трансформаторів і випрямляється випрямлячами. Постійний струм високої напруги передається по ЛЄП на велику відстань до місця споживання. Тут він за допомогою інверторів знову перетворюється в трифазний струм високої напруги, трансформується в трифазний струм низької напруги і йде на живлення струмоприймачів.

Щодо будови ЛЄП

поділяються на повітряні (ПЛ) і підземні (КЛ). • Для прокладання ПЛ застосовуються голі мідні чи сталевалюмінієві проводи, що закріплюються на ізоляторах, підвішуваних на опорах.

Кабельні лінії прокладаються під землею. Кабель складається з кількох струмопровідних мідних або алюмінієвих ізольованих одна від одної жил, покритих захисною оболонкою.

## Лекція №2

### Тема: Основні характеристики електричного поля.

**Мета:** оволодіти знаннями про основні характеристики електричного поля

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

1. Електричний заряд. Електричне поле. Властивості електричного поля.
2. Закон Кулона.
3. Напруженість електричного поля. Силові лінії.

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

#### 1. Електричний заряд. Електричне поле. Властивості електричного поля.

Фізичну основу електротехніки складають електричні і магнітні явища. Зміст же електротехніки як галузі науки полягає в технічному використанні цих явищ.

Перш ніж приступити до вивчення теоретичної частини електротехніки, необхідно повернутися до курсу фізики, у якому вивчаються електричні і магнітні явища, згадати уже відомі і настільки необхідні в даному випадку поняття і визначення.

Електропровідність - це властивість речовини проводити під дією не змінного в часі електричного поля не змінюється в часі електричний струм.

У дане визначення входять ще два поняття: електричне поле й електричний струм, що далі розглянуті в першу чергу як основні для всього курсу.

У сучасній науці затвердилося представлення про поле як про фізичну реальність, що існує на ріді з речовиною.

Е л е к т р о м а г н і т н е п о л е як вид матерії характеризується тим, що впливає на заряджені частинки, ступінь якого залежить від швидкості руху частинок і величини їхнього електричного заряду.

В залежності від умов спостереження електромагнітне поле виявляється в цілому або як одна з двох його сторін: електричне поле або магнітне поле.

У структуру атомів речовини входять елементарні частинки. Деякі з них мають електричний заряд.

Елементарні частинки, що володіють електричним зарядом (наприклад, електрони і протони), оточені електромагнітним полем. Ці частинки не існують окремо від їхнього електромагнітного поля, тобто між зарядженою частинкою і її електромагнітним полем точної границі немає.

Однак думають, що електричний заряд зосереджений у досить малій області простору, і тоді говорять про частинку, що володіє електричним зарядом. Поза цією областю матерія існує у виді електромагнітного поля, а об'ємна щільність електричного заряду дорівнює нулеві.

Електрон і протон мають рівний по величині ( $1.6 \cdot 10^{-19}$  Кл), але протилежний за знаком заряду, що вважається елементарним.

Елементарний електричний заряд - це властивість електрона або протона, що характеризує їхній взаємозв'язок із власним електричним полем і їхня взаємодія з зовнішнім електричним полем.

Електромагнітне поле може існувати окремо від електрично заряджених частинок. Підтвердженням цьому є електромагнітні хвилі, що поширюються в просторі (радіохвилі).

Електростатичне поле

Як електромагнітне поле, так і обидві його сторони, характеризуються силовим впливом на заряджені частинки.

Електричне поле характеризується впливом на електрично заряджену частинку із силою, пропорційної зарядові частинки і не залежної від її швидкості.

Звичайним станом навколишніх нас тіл є стан електрично нейтральний, хоча вони і складаються з часток, що мають електричний заряд. Це пояснюється рівністю загального позитивного заряду ядер атомів загальному негативному зарядові електронів.

Тіло може одержати електричний заряд у результаті якого-небудь процесу, що приведе до нерівності в об'ємі тіла або частини його позитивного і негативного зарядів. В обох випадках заряджені частинки не пропадають, а передаються від одного тіла іншому або переміщуються в даному тілі, тобто відбувається просторовий поділ позитивний і негативно заряджених частинок.

Тому електричний заряд тіла (системи тіл) завжди дорівнює алгебраїчній сумі елементарних електричних зарядів.

Електризація тіл може бути здійснена тертям, електростатичною індукцією або в результаті інших фізичних і хімічних процесів.

Нерухоме тіло, що володіє електричним зарядом, так само нерухома елементарна заряджена частинка, оточено електричним полем. Електричне поле нерухомих заряджених тіл під час відсутності в них електричних струмів називається е л е к т р о с т а т и ч н и м.

Силовою характеристикою електричного поля є його напруженість. За

допомогою величини напруженості представляється можливим оцінювати інтенсивність електричного поля і визначати силу, що діє з боку поля на заряджену частку.

Про напруженість електричного поля далі буде сказано докладніше. Але вже тепер можна відзначити, що напруженість електростатичного поля не змінюється з часом.

## 2. Закон Кулона

Відзначене раніше властивість електричного поля - силова дія на заряджені частинки і тіла - використовується з метою його виявлення і вивчення. Для цього потрібно помістити в простір, що оточує тіло з зарядом  $Q_1$ , інше тіло з зарядом  $Q_2$  (мал. 1.1).

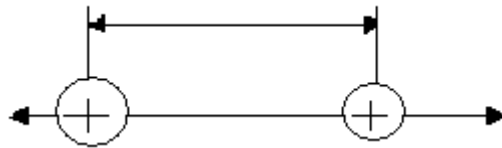


Рис. 1.1

Перше тіло разом з його полем будемо називати досліджуваним, а друге - пробним. Досвід показує, що на кожне з двох заряджених тіл діють однакові сили  $F_e$ , спрямовані так, що тіла з зарядами одного знака відштовхуються, а тіла з зарядами різних знаків притягуються.

Електричне поле пробного тіла розподілено в тому же просторі, що і досліджуване поле. Тому досліджуване поле при наявності в ньому пробного зарядженого тіла повинне відрізнятися від того поля, що пов'язане з відокремленим досліджуваним тілом.

Відповідно до принципу накладання можна думати, що два заряджені тіла оточені загальним електричним полем, що виходить у результаті накладання двох полів, кожне з яких зв'язане зі своїм зарядженим тілом, коли останнє відокремлене.

У такому випадку силу  $F_e$  можна розглядати як результат силової дії загального електричного поля на кожне з заряджених тіл. Кількісно ця дія визначається за формулою закону Кулона(1.1), що справедлива для точкових заряджених тіл.

**Заряджене тіло називається точковим**, якщо його лінійні розміри дуже малі в порівнянні з відстанню від нього до точок, в яких розглядається його електричне поле.

Величина сили, з якою на кожне з двох точкових заряджених тіл, розташованих у вакуумі, діє їхнє загальне електричне поле, пропорційна добуткові зарядів цих тіл і обернено пропорційна квадратові відстані між ними:

$$F_e = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (1.1)$$

де  $Q_1$  і  $Q_2$  - заряди точкових тіл;  $r$  - відстань між їхніми центрами;  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  -

коефіцієнт пропорційності, що визначається вибором системи одиниць. Величина в знаменнику цього коефіцієнта називається електричною сталою, що має в Міжнародній системі одиниць (СІ) чисельне значення. Інші величини, що входять у формулу (1.1), мають наступні одиниці виміру; сила ( $F_e$ ) - Ньютон (Н); кількість електрики (електричний заряд) ( $Q$ ) - кулон (Кл).

Електричні і магнітні одиниці в СІ встановлені для раціоналізованої форми рівнянь, що передбачає відсутність постійного множника  $4\pi$  у найбільш важливих і часто використовуваних рівняннях електротехніки. Наявність цього множника в знаменнику формули (1.1), що теж написана в раціоналізованій формі, обумовлено сферичною симетрією електричного поля точкового зарядженого тіла.

Формула (1.1) і наступні вирази, що відносяться до електричного поля у вакуумі, справедливі і для електричного поля в повітрі.

### 3 Напруженість електричного поля

Припустимо, що розміри пробного тіла і його заряд настільки малі, що заряд  $Q_1$  досліджуваного тіла і його електричне поле не змінюється. Пробне тіло при цьому можна розглядати лише як "інструмент" для реєстрації електричної сили. Поміщаючи пробне заряджене тіло в різні точки, можна досліджувати інтенсивність електричного поля.

Відповідно до закону Кулона, сила пропорційна величині пробного заряду. У зв'язку з цим інтенсивність електричного поля в даній точці зручно оцінювати величиною сили, що приходить на одиницю позитивного заряду пробного тіла, розташованого в тій же точці, тобто відношенням  $F_e/Q_2$ .

Напруженість електричного поля - векторна величина, що характеризує електричне поле і визначальну силу, що діє на заряджену частинку (тіло) з боку електричного поля.

У числовому виразі напруженість електричного поля дорівнює відношенню сили, що діє на заряджену частинку (пробне тіло), до її заряду:

$$E = F_e / Q. \quad (1.2)$$

Напрямок напруженості електричного поля збігається з напрямком сили, що діє на частинку (пробне тіло) з позитивним зарядом.

Одиниця напруженості електричного поля  $[E] = \frac{\text{Ньютон}}{\text{Кулон}} = \frac{\text{Вольт}}{\text{метр}} \left(\frac{V}{m}\right)$ . Ця одиниця напруженості електричного поля спеціальної назви не має.

## Лінії напруженості електричного поля

Для наочного зображення електричного поля користуються лініями напруженості або силових ліній. Лінії напруженості електричного поля проводяться так, що вектор напруженості збігається з дотичної в кожній точці цієї лінії.

Силкові лінії одиночного точкового зарядженого тіла являють собою радіальні прямі, проведені через точку, у якій знаходиться це тіло, тому що в будь-якій точці навколишнього простору сила, що діє на пробне тіло, спрямована по прямій, що з'єднує центри заряджених тел.

Якщо заряд тіла позитивний, силкові лінії спрямовані від центра тіла (мал. 1.2, а), якщо негативний - то до центра тіла (мал. 1.2, б).

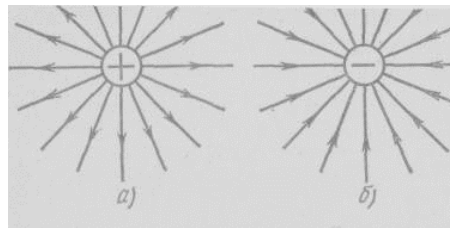


Рис. 1.2. Зображення електричного поля окремих точкових заряджених тіл.

Розглянемо електричне поле групи заряджених точкових тіл. Напруженість результуючого поля в кожній точці дорівнює геометричній сумі напруженостей полів, обумовлених усіма зарядами. На мал. 1.3 представлено поле найпростішої групи з двох точкових тіл, що володіють однаковими по величині зарядами: а - різнойменними; б - однойменними.

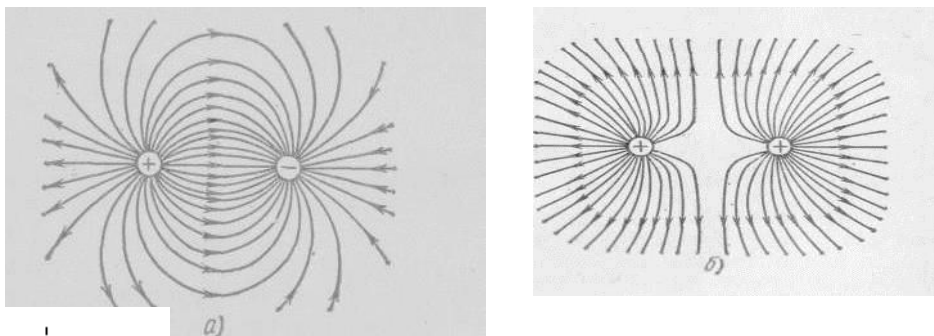
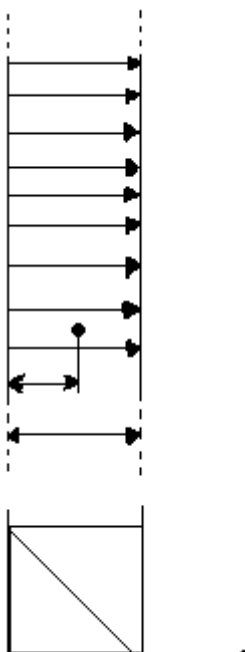


Рис. 1.3 Лінії напруженості поля групи з двох точкових заряджених тіл

Електричне поле називається однорідним (рівномірним), якщо напруженість його у всіх точках однакова по величині і напрямкові.

Рівномірне поле виходить між двома рівнобіжними пластинами, розміри яких великі в порівнянні з відстанню між ними (мал. 1.4.)



## Лекція №3

### ТЕМА: РОБОТА ПО ПЕРЕМІЩЕННЮ ЗАРЯЖЕНИХ ЧАСТИНОК В ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ

**Мета:** оволодіти знаннями про основні характеристики електричного поля

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

**1** Робота по переміщенню частинок

**2** Електрична напруга. Потенціал

**3** Еквіпотенціальні лінії та поверхні

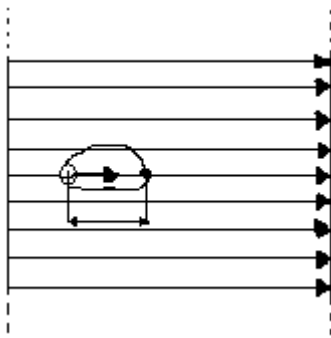
**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

#### **1** Робота по переміщенню частинок

Розглянемо вільну частинку з позитивним зарядом  $Q$  у рівномірному електричному полі (мал. 1.5). Ця частинка буде переміщатися по напрямку діючої на неї сили  $F_e$ . При переміщенні частинки на шляху  $l$  між точками 1 і 2 відбувається робота  $A_{1..2} = F_e l$ .



З огляду на формулу (1.2), виразимо роботу через напруженість електричного поля  $E$ :

$$A_{1..2} = EQl.$$

Робота при переміщенні зарядженої частки відбувається в результаті силової взаємодії частки з зовнішнім полем. Чисельно вона пропорційна напруженості поля і величині заряду.

Рис. 1.5

Робота вважається позитивною, якщо заряджена частинка переміщається по напрямку сил поля, і негативною, якщо переміщення викликається дією сторонніх сил проти напрямку сил електричного поля.

Аналогічні висновки можна зробити і для нерівномірного поля, визначаючи

роботу при переміщенні зарядженої частки між точками 1 і 2 як суму елементарних значень роботи  $dA$ , що виконується на кожному нескінченно малому відрізьку шляху  $dL$ , у межах якого напруженість поля можна вважати постійною:

$$A_{1,2} = Q \int_1^2 E_n dl \quad (1.3)$$

де  $E_n$  - проекція вектора напруженості поля на напрямок руху зарядженої частинки.

Припустимо тепер, що заряджена частинка рухається по замкнутому шляху 1-4-2-5-1. Якщо частинка рухається по ділянці 1-4-2, то переміщення її в напрямку від точки 1 до точки 2 збігається з напрямком сил поля, тобто відбувається позитивна робота  $A_{1..2}$ . При русі по ділянці шляху 2-5-1 сили поля спрямовані проти руху і робота  $A_{1..2}$  негативна.

Загальна величина роботи  $A$  по замкнутому шляху 1-4-2-5-1 дорівнює нулеві:

$$A = Q \oint E_n dl = 0 \quad (1.4)$$

Невиконання цієї умови означало б, що мається замкнутий шлях, уздовж якого робота позитивна.

У такому випадку відкрилася б можливість, не поповнюючи енергії електричного поля, одержати необмежену величину позитивної роботи, що суперечило б законові збереження енергії. Звідси випливає рівність  $A_{1.4.2} = -A_{2.5.1}$ .

Але робота на шляху 2-5-1 чисельно дорівнює і протилежна за знаком тій роботі, що була б зроблена при русі зарядженої частинки по тому ж шляху, але в зворотну сторону, тобто

$$A_{1.4.2} = A_{1.5.2}.$$

Обидва шляхи (1-4-2 і 1-5-2) обрані довільно. Звідси випливає, що робота, що виконується силами поля при переміщенні зарядженої частинки між двома точками, не залежить від обраного шляху, а визначається положенням початкової і кінцевої точок шляху (1 і 2), тобто відстанню  $l$ .

## 2 Електрична напруга. Потенціал

Кількість роботи залежить не тільки від величин, що відносяться до поля  $E$ ,  $I$ , але і від заряду частинки  $Q$ . Тому з енергетичної точки зору поле уздовж розглянутого шляху характеризується роботою, що приходить на одиницю заряду:  $U_{12} = A_{12}/Q$ .

Це відношення називається *електричною напругою*.

Електрична напруга є енергетична характеристика поля уздовж розглянутого шляху з однієї точки в іншу, якою оцінюється можливість здійснення роботи при переміщенні заряджених частинок між цими точками.

Неважко знайти зв'язок напруженості рівномірного поля з напругою між двома будь-якими точкам:

$$U = \frac{A}{Q} = \frac{EQl}{Q} = El \quad (1.5)$$

Одиниця електричної напруги

$$[U] = \left[ \frac{A}{Q} \right] = \frac{\text{Джоуль}}{\text{Кулон}} = \text{Вольт (В)}$$

Застосовуються також похідні від вольта: 1 кіловольт(кВ) =  $10^3$  В; 1 мілівольт (мВ) =  $10^{-3}$  В; 1 мікрвольт (мкВ) =  $10^{-6}$  В.

Враховуючи, що робота, яка виконується при переміщенні зарядженої частинки в електричному полі, залежить від положення початкової і кінцевої точок шляху, для розрахунку можна ввести енергетичну характеристику поля в кожній точці, величина якої є функцією положення точки. Такою характеристикою є електричний потенціал.

Припустимо, що пробна частка, що володіє зарядом  $Q$ , розташована в точці 1 електричного поля (див. мал. 1.5) і, отже, знаходиться під дією сили  $F_e$ . Електричне поле діє на цю частинку подібно тому, як діє на тіло поле тяжіння, тобто частинка має потенційну енергію  $A_1$ .

При переміщенні зарядженої частинки з точки 1 у точку 2 відбувається робота  $A_{1,2}$ , пов'язана з дією тієї ж сили  $F_e$ . Роботу  $A_{1,2}$  потрібно розглядати як зменшення потенційної енергії зарядженої частинки при переміщенні її між зазначеними точками.

Отже, потенційна енергія в точці 2  $A_2 = A_1 - A_{1,2}$ .

Відношення потенційної енергії зарядженої частинки, поміщеної в дану точку електричного поля, до величини її заряду називається електричним потенціалом поля в цій точці

$$V_1 = A_1/Q; \quad V_2 = A_2/Q.$$

Таким чином, напруга між двома точками електричного поля дорівнює різниці потенціалів поля в цих точках:

$$U_{1,2} = \frac{A_{1,2}}{Q} = \frac{A_1 - A_2}{Q} = V_1 - V_2 \quad (1.6)$$

Аналогічні міркування можна привести, розглядаючи заряджену частинку в точках 2, 3 і ін.

Потенційна енергія зарядженої частки в електричному полі зменшується при переході від точки до точки по напрямку ліній напруженості. Вона стає рівною нулеві за межами електричного поля, де сила  $F_e = 0$ .

При наявності електричного поля нескінченної довжини сила  $F_e$  дорівнює нулеві в нескінченності.

При зворотному переміщенні зарядженої частинки проти сили взаємодії її з електричним полем потенційна енергія буде зростати за рахунок роботи зовнішньої неелектричної сили.

Потенційну енергію можна визначити щодо якого-небудь рівня, прийнятого за початковий. При теоретичних дослідженнях за початковий потенціал приймають

потенціал нескінченно вилученої точки поля, де він дорівнює нулеві:  $V_{\infty} = 0$ . У цьому випадку потенціал будь-якої точки поля чисельно дорівнює роботі, що могла б бути зроблена в електричному полі при переміщенні частинки, що володіє одиницею заряду, з даної точки, у нескінченність.

При розв'язуванні практичних задач, що відносяться до електричних установок, звичайно вважають початковим потенціал землі, що приймають рівним нулеві.

### 3 Еквіпотенціальні поверхні і лінії

Потенціал електричного поля змінюється від точки до точки. Разом з тим в полі можна виділити ряд точок, що мають однаковий потенціал. Геометричне місце точок з однаковим потенціалом називається поверхнею рівня потенціалу або еквіпотенціальною поверхнею.

В електричному полі будь-якої конфігурації лінії напруженості і еквіпотенціальні поверхні перетинаються під прямим кутом. У цьому неважко переконатися, розглядаючи в еквіпотенціальні поверхні біля деякої крапки а будь-який нескінченно малий відрізок шляху (мал. 1.6, б).

Відповідно до визначення еквіпотенціальні поверхні ( $V = \text{const}$ ), робота при переміщенні зарядженої частинки уздовж будь-якого шляху  $A_{12} = Q(V_1 - V_2)$  дорівнює нулеві. Ця умова виконується тільки в тому випадку, якщо вектор напруженості поля в точці  $a$  спрямований перпендикулярно відрізкові  $dL$ .

Звідси випливає, що еквіпотенціальні поверхні рівномірного поля і площини, перпендикулярні лініям напруженості, а поля одиночного точкового зарядженого тіла - сферичні поверхні, центр яких збігається з центром поля (мал. 1.6).

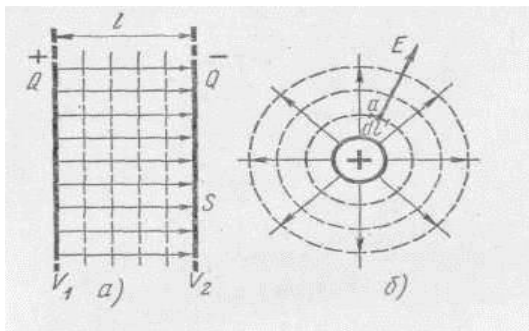


Рис. 1.6. Лінії напруженості і еквіпотенціальні лінії електричного поля

За допомогою силових і еквіпотенціальних ліній (еквіпотенціальна лінія - слід еквіпотенціальної поверхні) виявляється можливим наочно зобразити картину електричного поля.

Провідники в електричному полі

У металевому тілі (мал. 1.7) під дією зовнішнього електричного поля з напруженістю  $E_x$  вільні електрони переміщуються до однієї поверхні, що одержує негативний заряд. Протилежна поверхня одержує позитивний заряд.

Явище зсуву вільних заряджених частинок на поверхню провідника, поміщеного в електричне поле, називається електростатистичною індукцією.

У результаті поділу зарядів у провіднику створюється внутрішнє електричне поле з напруженістю  $E_2$ , спрямоване протилежно зовнішньому. Рух вільних електронів у провіднику при електричній індукції існує короткочасно, але продовжується доти, доки напруженості зовнішнього і внутрішнього полів не стануть рівними.

При рівності  $E_x = E_2$  поділ зарядів у провіднику припиняється, тому що результуюча напруженість електричного поля дорівнює нулеві.

Завдяки наявності в провіднику вільних заряджених частинок електростатичне поле в ньому існувати не може.

Напруга між двома будь-якими точками провідника дорівнює нулеві отже, потенціал його у всіх точках той самий. Таким чином, провідник являє собою екіпотенціальний об'єм, а його поверхня є екіпотенціальною поверхнею результуючого електричного поля.

Якщо в електричному полі помістити провідник з порожниною усередині, то й у цьому випадку заряджені частки будуть тільки на поверхні. Усередині металу і порожнини електричне поле відсутнє.

Це властивість провідників використовується для електростатичного екранування, тобто для захисту якого-небудь пристрою від дії зовнішнього електричного поля (об'єкт, що захищається, поміщається в металеву коробку або сітку з малими отворами).

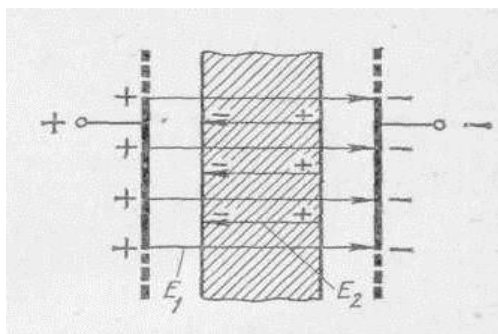


рис.1.7 Металеве тіло в електричному полі

#### Лекція № 4

### ТЕМА: ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ РІЗНИХ ТІЛ. ТЕОРЕМА ГАУСА

**Мета:** оволодіти знаннями про види електричних полів

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

**1 Потік вектора напруженості електричного поля**

**2 Теорема Гауса**

**3 Поле зарядженої площини**

#### 4 Поле зарядженої кулі

#### 5 Поле зарядженого прямого проводу

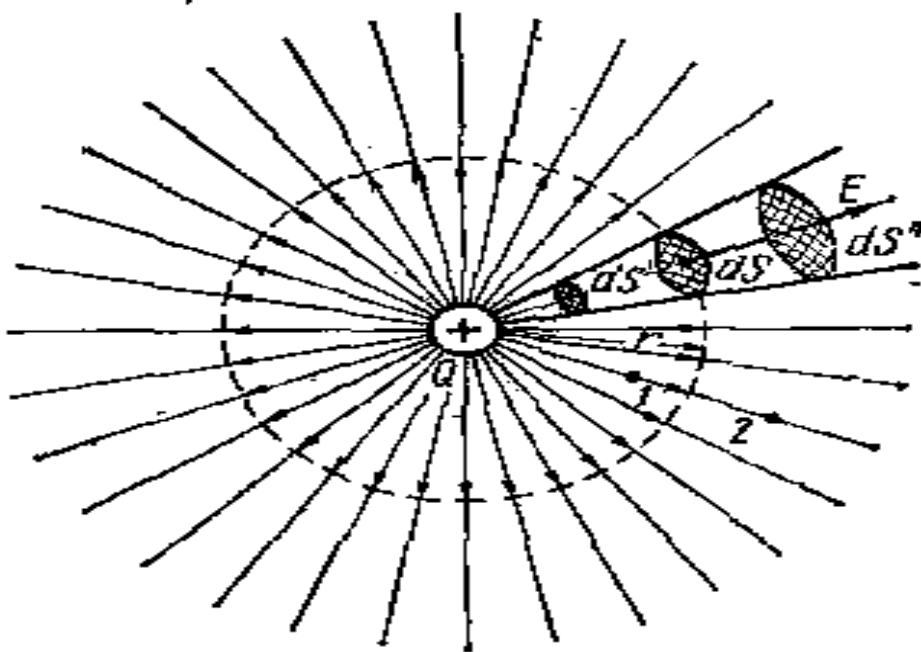
#### Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

На практиці частіше зустрічаються випадки, коли заряд тіла розподілений по його поверхні з деякою щільністю. У таких випадках задачі розв'язуються більш просто на основі теореми Гауса.

#### 1 Потік вектора напруженості електричного поля



**Рис. 7.3. К определению потока вектора напряженности электрического поля**

Розглядаючи електричне поле, зображене на мал. 7.3, виділимо елемент поверхні площею  $d$ . Він являє собою маленьку частину сфери радіусом  $r$ , у центрі якої поміщене точкове тіло з позитивним зарядом  $Q$ . У силу геометричної симетрії поля вектор напруженості  $E$  по величині однаковий у всіх точках поверхні і спрямований перпендикулярно їй. Добуток  $Ed$  виражає величину елементарного потоку  $d$  вектора напруженості електричного поля через елемент поверхні  $d$ , якщо лінії напруженості перпендикулярні поверхні, що пронизується ними:

$$dN = E dS.$$

Визначимо повний потік  $N$  вектора напруженості електричного поля, для чого складемо елементарні потоки по всій поверхні сфери:

$$N = \oint E dS.$$

Виносячи постійну величину  $E$  за знак суми і з огляду на, те що вектор  $E$  усюди перпендикулярний поверхні сфери, одержуємо

где  $\oint dS = 4\pi r^2$  — площа сфери; следовательно,  
$$N = E 4\pi r^2.$$

Підставляючи напруженість поля у формулу, яка виражає закон Кулона одержимо

$$N = Q/\epsilon_0.$$

## 2 Теорема Гауса

Приведені міркування справедливі і при негативному заряді з тією лише різницею, що потік вектора напруженості в цьому випадку негативний.

З формули (7.8) випливає, що потік  $N$  не залежить від радіуса сферичної поверхні. Потоків вектора напруженості електричного поля можна додати деяку наочність за допомогою ліній напруженості.

Внаслідок симетрії електричного поля в розглянутому випадку лінії напруженості пронизують усю поверхню сфери і їхня щільність (число ліній на одиницю площі) однакова. Припустимо, що ця щільність обрана чисельно рівною напруженості поля. Тоді загальне число ліній, що пронизують поверхню сфери, буде чисельно дорівнює повному потоку вектора напруженості поля  $N$ .

Число ліній напруженості, а отже, і потік вектора напруженості залишаються однаковими для сфери будь-якого радіуса. Це справедливо і для елементів  $dS'$  і  $dS''$  сферичних поверхонь, через які проходять ті самі лінії напруженості (мал. 7.3), що утворюють конус з вершиною в центрі сфери. Елементарний потік вектора напруженості укладений усередині зазначеного конуса і пронизуючий елемент поверхні  $d$  лінії напруженості утворюють елементарну трубку поля. Склавши потоки всіх трубок по всьому обсязі кулі, одержимо повний потік вектора напруженості електричного поля точкового зарядженого тіла. Можна довести, що формула (7.8) справедлива не тільки для сфери, що оточує точкове заряджене тіло, але і для будь-якої замкнутої поверхні.

В загальному випадку напрямок вектора напруженості  $E$  може бути не перпендикулярно елементові поверхні  $d$  біля обраної точки  $A$  (мал. 7.4). Кут між напрямком вектора  $E$  і зовнішньою нормаллю  $n$  до поверхні в точці  $A$  позначимо  $\alpha$  (зовнішня нормаль - це лінія, перпендикулярна поверхні в обраній точці, спрямована від цієї поверхні з зовнішньої сторони). Для визначення потоку через елемент поверхні потрібно взяти проєкцію вектора  $E$  на напрямок зовнішньої нормалі

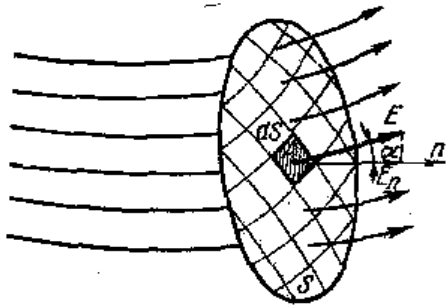


Рис. 7.4. К определению потока вектора напряженности электрического поля

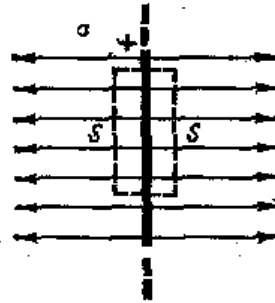


Рис. 7.5. К определению напряженности электрического поля заряженной плоскости

$$dN = E_n dS,$$

$$E_n = E \cos \alpha.$$

Підсумовування замкнутій поверхні дає

$$dN = E \cos \alpha dS.$$

елементарних потоків по всій повний потік

$$N = \oint E_n dS = Q/\epsilon_0.$$

(7.9)

Якщо усередині замкнутої поверхні знаходиться будь-яке число тіл з різнойменними зарядами, у формули (7.8) і (7.9) варто ввести алгебраїчну суму всіх зарядів:

$$N = \frac{1}{\epsilon_0} \Sigma Q.$$

(7.10)

Алгебраїчна сума зарядів береться в даному випадку тому, що лінії напруженості при позитивних і негативних зарядах спрямовані протилежно. Формула (7.10) є математичним вираженням теореми Гауса, що формулюється так: *потік вектора напруженості електричного поля крізь замкнуту поверхню у вакуумі дорівнює відношенню електричного заряду, замкненого усередині цієї поверхні до електричної сталої.*

### 3 Поле зарядженої площини

Нескінченна площина (мал. 7.5) має заряд, розподілений із щільністю  $\sigma$ . Виділимо навколо частини цієї площини замкнуту поверхню, що утворена двома плоскими поверхнями  $S$ , рівнобіжними зарядженій площині, і циліндричною бічною поверхнею, перпендикулярною їй. Унаслідок симетрії всі точки поверхні  $S$  мають однакову напруженість поля. Крім того, вектор напруженості спрямований перпендикулярно до зарядженої площини, тобто перпендикулярно поверхні  $S$  і паралельно циліндричній бічній поверхні. У цьому випадку потік вектора напруженості через циліндричну поверхню дорівнює нулеві і, отже, загальний потік дорівнює потокові через поверхні  $S$ . Заряд, замкнений усередині виділеної поверхні, складає  $\sigma S$ . Відповідно до теореми Гауса,

$$E_n 2S = E 2S = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

Отсюда

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} . \quad (7.11)$$

Електричне поле, двох рівнобіжних нескінченних площин, що несуть різнойменні заряди, однакової щільності (мал. 7.6), визначається накладенням полів позитивної і негативної пластин.

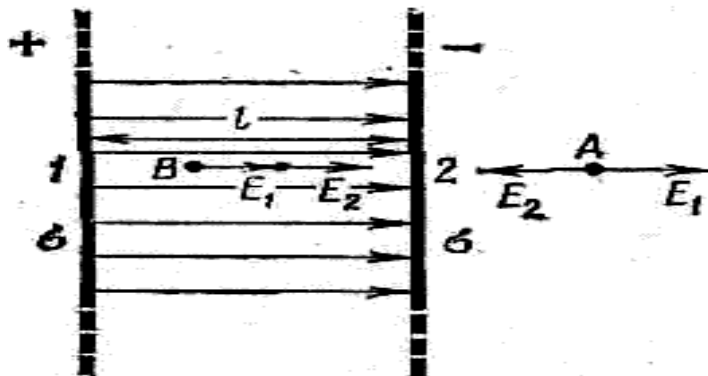


Рис. 7.6. К определению напряженности и потенциала электрического поля между двумя заряженными плоскостями

Як видно з формули (7.11), напруженість поля нескінченної площини не зв'язана з відстанню від неї. Тому поза пластинами (точка А) поля позитивної і негативної пластин взаємно скомпенсовані, тобто результуюча напруженість поля дорівнює нулеві ( $E = 0$ ).

Між пластинами (точка В) поля їх складаються, тому

$$E = \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \text{const.} \quad (7.12)$$

Таким чином, між двома нескінченними площинами, зарядженими протилежно з однакою щільністю заряду, напруженість поля однакова у всіх точках по величині і напрямку, тобто електричне поле рівномірне.

#### 4 Поле зарядженої кулі

Намітимо в просторі, що оточує заряджену кулю, довільну точку  $l$  віддалену від центра кулі на відстані  $r$  (мал. 7.7) Виділимо сферичну поверхню, концентричну з поверхнею зарядженої кулі, так, щоб точка  $l$  лежала на цій поверхні; Унаслідок симетрії всі точки виділеної поверхні мають однакову напруженість. У даному випадку вектор напруженості  $E$  спрямований радіально в кожній точці, тобто перпендикулярно до обраної сферичної поверхні. Потік вектора напруженості поля через виділену сферичну поверхню і заряд кулі

$$N = E4\pi r^2.$$

$$Q = \sigma 4\pi R^2,$$

де  $\sigma$  - поверхнева щільність заряду;  $R$  - радіус кулі. Відповідно до теореми Гауса [див. формулу (7.8)],

$$E4\pi r^2 = Q/\varepsilon_0.$$

Звідси для напруженості полючи одержимо вираження

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}. \quad (7.13)$$

Напруженість поля зарядженої кулі має таке ж вираз, який отримано з закону Кулона для точкового зарядженого тіла. Отже, заряд кулі можна вважати зосередженим у центрі і розглядати заряджену кулю як точкове заряджене тіло. При  $R=r$

$$E = \sigma/\varepsilon_0.$$

На мал. 7.7 показані графіки залежності напруженості і потенціалу поля відокремленого зарядженої кулі від відстані  $r$ .

## 5 Поле зарядженого прямого проводу

Проведемо через деяку точку  $l$  простору циліндричну поверхню, вісь якої збігається з віссю проводу круглого перетину (мал. 7.8). Унаслідок симетрії у всіх точках виділеної поверхні лінії напруженості перпендикулярні їй, а напруженість поля однакова:  $E_n = E$ .

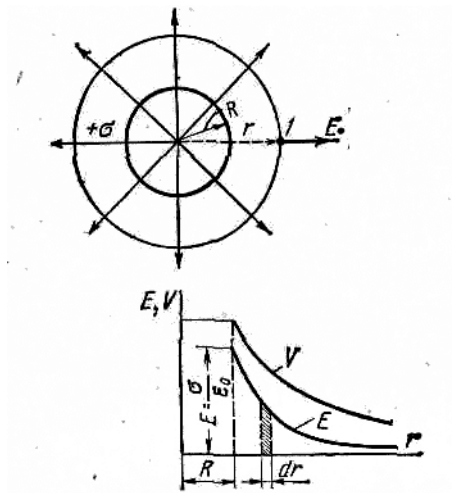


Рис. 7.7. К определению напряженности и потенциала электрического поля заряженного шара

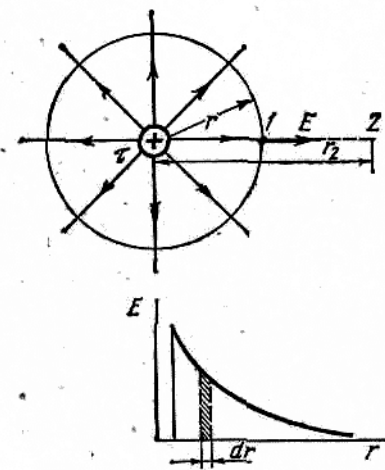


Рис. 7.8. К определению напряженности электрического поля прямого заряженного провода

Потік вектора напруженості

$$N = E2\pi rl,$$

де  $2\pi rl$  - бічна поверхня циліндра.

Потік через основи циліндра дорівнює нулеві, тому що лінії напруженості не пронизують їх. Відповідно до теореми Гауса,

$$E2\pi rl = Q/\epsilon_0,$$

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 lr} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r},$$

де  $Q = \tau l$ ,  $\tau$ - лінійна щільність заряду на проводі

## Лекція №5

### Тема: Електрична ємність. Конденсатори.

**Мета:** оволодіти знаннями про електричну ємність

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

- 1 Загальні відомості про ємності
- 2 Загальне вираження ємності
- 3 Ємність плоского конденсатора
- 4 Ємність циліндричного конденсатора
- 5 Ємність двохпровідної лінії

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

#### 1 Загальні відомості про ємності

Зв'язок відокремленого провідника, що має електричний заряд  $Q$ , із власним електричним полем характеризується величиною заряду. У цьому полі поверхня провідника є поверхнею рівного потенціалу  $V$ ; такий же потенціал мають усі крапки в обсязі провідника, тому можна говорити про потенціал провідника.

При збільшенні або зменшенні заряду відбувається робота й енергетична характеристика (потенціалу) провідника відповідно збільшується або зменшується.

Однак при рівній зміні зарядів двох провідників, кожний з яких відокремлений, зміни їхніх потенціалів можуть бути нерівними. На залежність між потенціалом і зарядом відокремленого провідника впливають форма і розміри його поверхні, а також середовище, у якому провідник поміщений. Для вираження цього впливу введено поняття електричної ємності відокремленого провідника  $C$ .

#### 2 Загальне вираження ємності

Електрична ємність провідника є величина, що характеризує здатність провідника накопичувати електричний заряд, чисельно рівна відношенню заряду провідника до його потенціалу:

$$C=Q / V$$

Зв'язок потенціалу і заряду провідника в даному випадку виражена в припущенні, що всі інші провідники нескінченно вилучені, а потенціал нескінченно вилученої крапки дорівнює нулеві.

У вакуумі це відношення для даного провідника залишається незмінним незалежно від величини заряду. У багатьох діелектриках, використовуваних у практиці, ємність провідника теж постійна в широких межах зміни заряду.

Одиниця ємності

$$[C] = \text{кулон/вольт} = \text{фарад (Ф)}.$$

Фарад - дуже велика одиниця ємності, тому в практичних розрахунках часто виражають ємність у частках фарада - мікрофарадах (мкф) і пікофарадах (пф):  $1\text{Ф} = 10^6\text{мкФ} = 10^{12}\text{пФ}$ .

У системі заряджених провідників на заряд і потенціал кожного провідника впливають форма, розташування і величина зарядів інших провідників. У цьому випадку застосовується поняття про ємність системи провідників.

Найбільше значення для практики мають системи з двох провідників, що одержують рівні по величині, але протилежні за знаком заряди. Пристрою з двох ізольованих друг від друга провідників, що одержують рівні по величині, але протилежні за знаком заряди, називаються конденсаторам і.

Провідники конденсатора, маючи рівні по величині, але протилежні за знаком заряди, мають різні потенціали  $V_1$  і  $V_2$ . Отже, між провідниками маєтся напруга  $U=V_1-V_2$ .

Величина, що характеризує зв'язок заряду конденсатора з напругою між його обкладками, чисельно рівна відношенню заряду до напруги, називається ємністю конденсатора:

$$C=Q/U$$

Ємність конденсатора залежить від форми і розмірів обкладок, відстані і властивостей середовища між обкладками.

Провідність діелектриків, використовуваних для заповнення простору між обкладками конденсатора, мізерно мала. Тому конденсатори можуть служити для нагромадження і збереження електричного поля і його енергії.

### **3 Емкость плоского конденсатора**

Конденсатор називається плоским, якщо його обкладками є дві плоско паралельні металеві пластини.

Звичайна відстань між пластинами мало в порівнянні з їхніми лінійними розмірами, тому електричне поле плоского конденсатора можна вважати рівномірним.

Для визначення ємності скористаємося формулою, у якій електричну постійну

замінімо діелектричною проникністю  $\epsilon_0$  діелектрика. З урахуванням формули одержимо

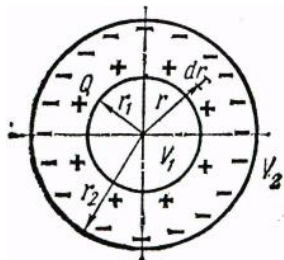
$$E = \sigma / \epsilon_a = U/l .$$

Умножим обе части

равенства на  $S$  — площадь одной пластины:

$$\sigma_s / \epsilon_a = US/l = Q/\epsilon_a$$

Емкость плоского конденсатора



$$C = Q / U = \epsilon_a S/l \quad (7.29)$$

Рис 2 К определению емкости цилиндрического

конденсатора

#### 4 Ємність циліндричного конденсатора

Обкладками циліндричного конденсатора служать дві циліндричні поверхні, осі яких збігаються. Електричне поле нерівномірне, але має радіальну симетрію.

Думаючи й у цьому випадку відстань між обкладками малим у порівнянні з довжиною конденсатора, тобто зневажаючи перекручуванням полючи в його країв, для визначення ємності використовуємо висновки. Позначимо радіуси обкладок: внутрішньої -  $r_1$  зовнішньої -  $r_2$ ; потенціали-  $V_1$  і  $V_2$ . Потенціал внутрішньої обкладки  $V_1$  можна знайти, якщо до потенціалу  $V_2$  додати роботу з переміщення, заряджених часток між обкладками конденсатора, віднесени до одиниці заряду.

Напруженість електричного поля на шляху між обкладками не постійна, тому роботу визначимо як суму робіт на елементарних ділянках шляху  $dr$ , настільки малих, що в межах таких ділянок напруженість полючи можна вважати постійної:

$$V_1 = V_2 + \int_{r_1}^{r_2} E dr = V_2 + \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q dr}{2\pi \epsilon_a r} = V_2 + \frac{Q}{2\pi \epsilon_a l} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Напряга між обкладками

$$U = V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi \epsilon_a l} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Ємність циліндрического конденсатора

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi \epsilon_a l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

#### 5 Ємність двухпроводної лінії

Определим емкость двухпроводной линии, у которой радиус проводов  $r_0$ , расстояние между осями; проводов  $a$ , длина проводов  $l$ , напряжение между проводами  $U$ , а заряд этой системы проводов  $Q$

При  $a \gg r_0$  будем полагать, что заряд каждого провода распределен равномерно по его поверхности. Это значит, что взаимное влияние проводов на распределение зарядов по поверхности не учитывается.

Для определения разности потенциалов между проводами воспользуемся формулой . В некоторой точке А, находящейся между проводами в плоскости, проведенной через их оси, напряженность поля:

первого провода

$$E_1 = \frac{Q}{2\pi r \epsilon_a}$$

второго провода

$$E_2 = \frac{Q}{2\pi (a-r) \epsilon_a}$$

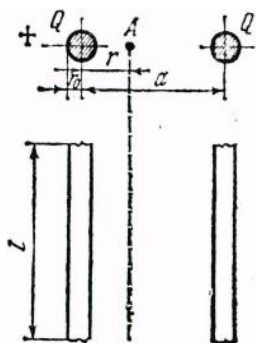


Рис.3 К определению емкости двухпроводной линии

Заряды проводов имеют противоположные знаки, поэтому между проводами векторы  $E_1$ , и  $E_2$  направлены в одну сторону. Общая напряженность поля в точке А

$$E = E_1 + E_2 = \frac{Q}{2\pi \epsilon_a} \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{a-r} \right)$$

Напряженность поля зависит от расстояния  $r$ , поэтому напряжение между проводами

$$U = \int_{r_0}^{a-r_0} E dr = \frac{Q}{2\pi \epsilon_a} \left[ \int_{r_0}^{a-r_0} \frac{1}{r} dr + \int_{r_0}^{a-r_0} \frac{dr}{a-r} \right]$$

$$U = \frac{Q}{\pi \epsilon_a} \ln \frac{a-r_0}{r_0}$$

Учитывая, что  $a \gg r_0$ , напряжение между проводами

$$U = \frac{Q}{\pi \epsilon_a} \ln \frac{a}{r_0}$$

Емкость

двухпроводной линии

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\pi \epsilon_a}{\ln \frac{a}{r_0}}$$

## Лекція 6

### ТЕМА: ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ У ПРОВІДНИКАХ. ЗАКОН ОМА.

**Мета:** оволодіти знаннями про електричний струм, та вивчити закон Ома

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

1 Визначення сили струму

2 Опір і провідність

3 Закон Ома

4 Робота та потужність електричного струму

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

**1 Визначення сили струму**

Під час руху в провіднику електрони та іони, що є носіями елементарних електричних зарядів, за кожен одиницю часу переносять через поперечний переріз провідника певний електричний заряд.

З цього заряду судять про силу струму.

*Силою струму називається кількість заряду  $q$ , що проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу:*

$$I = Q/t.$$

Струм називається постійним, якщо протягом довгого часу не змінюються ні його сила, ні напрям. Одиницею сили струму в СІ є ампер (А). Застосовуються також дрібніші одиниці: міліампер, який дорівнює 0,001 А, та мікроампер, який дорівнює  $10^{-6}$  А.

Відповідно до (2.1)

$$1\text{А} \approx 1 \text{ Кл/1с},$$

тобто один ампер дорівнює одному кулону за секунду.

За напрям електричного струму в зовнішній частині електричного кола умовно прийнято напрям руху позитивно зарядженої частинки. Той затискач джерела

електричної енергії, з якого струм виходить, називається позитивним і позначається «+»; другий затискач називається негативним і позначається «-» в (див. рис. 2.1).

У зовнішній частині кола, таким чином, струм іде від позитивного затискача до негативного, а у внутрішній — навпаки.

У практичних розрахунках часто користуються густиною струму  $j$  — відношенням сили струму  $I$  до площі поперечного перерізу  $S$  провідника:

$$j = I/S.$$

Одиницею густини струму в СІ є ампер на квадратний метр ( $A/m^2$ ), Часто вживається значно більша одиниця — ампер на квадратний міліметр ( $A/mm^2$ ).

Якщо в провідниках першого роду (металах) струм — це потік вільних електронів, то в провідниках другого роду (електролітах) рухаються іони, тобто частинки самої речовини. Це явище називається електролізом. Воно широко застосовується в практиці для таких цілей:

виділення кольорових металів з розчинів їх сполук (добування електролітичної міді, алюмінію тощо);

покриття одних металів іншими (нікелювання, хромування) в гальваностегії;

утворення складних рельєфних виробів з металу (художні вироби тощо) в гальванопластиці.

## 2. Опір і провідність

У провідниках першого роду, тобто в металах, вільні електрони під час руху в міжатомному просторі провідника безперервно наштовхуються на атоми та молекули, а також на інші електрони. При цих зіткненнях витрачається енергія. Отже, електрони тут зазнають певного електричного опору.

Опір позначається літерою  $K$  і виражається в омах. Застосовуються також більші одиниці — кілоом (1000 Ом) і мегаом (1 000 000 Ом).

Опір провідника залежить від його матеріалу, довжини, площі поперечного перерізу та температури. Залежність опору від матеріалу пояснюється тим, що в різних матеріалів різна мікроструктура, тобто взаємне розташування атомів і молекул, а значить, неоднакові й умови проходження електронів.

При розрахунках кіл електричні властивості матеріалу провідника враховуються його питомим опором.

Питомим опором називається опір провідника, виготовленого з даного матеріалу завдовжки в 1 м поперечним перерізом у  $1\text{ мм}^2$  при температурі  $20\text{ }^\circ\text{C}$ .

Питомий опір провідника позначається літерою  $\rho$ , виражається в ом-метрах і визначається за формулою

$$\rho = RS/l,$$

де  $R$  — опір провідника, Ом;  $S$  — площа його перерізу,  $\text{мм}^2$ ;  $l$  — довжина провідника, м.

Вплив довжини провідника на його опір полягає в тому, що при її збільшенні

зростає кількість зіткнень електронів з атомами, молекулами й іншими електронами, а значить, збільшується витрата енергії, потрібної для підтримки струму в колі. Отже, між довжиною провідника та його опором існує пряма залежність.

Зі збільшенням площі поперечного перерізу провідника зростає число шляхів для проходження електронів; рухаючись в одному напрямі, при цьому вони менше заважають один одному. Опір провідника обернено пропорційний площі його поперечного перерізу.

З підвищенням температури опір майже всіх провідників (крім вугілля та рідин) збільшується. Це пояснюється тим, що зі зростанням температури частішають коливальні рухи молекул і атомів матеріалу провідника; тому ймовірність зіткнення з ними вільних електронів збільшується. Залежність опору провідника від температури враховується температурним коефіцієнтом опору  $\alpha$ .

Температурний коефіцієнт опору — це число, що показує, наскільки змінюється опір провідника на кожний ом його початкового опору при зміні температури матеріалу на  $1\text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\alpha = \frac{R_t - R_0}{R_0 (t - t_0)},$$

$$R_t = R_0 [1 + \alpha (t - t_0)],$$

де  $R_t$  — опір провідника при змінній температурі  $t$ ;  $R_0$  — його опір при початковій температурі  $t_0$ .

З формули випливає, що опір провідника при температурі  $20\text{ }^\circ\text{C}$ , яка називається нормальною, можна визначити за формулою

$$R = \rho l / S.$$

Для перерахунку опору провідника при температурі, що відрізняється від  $20\text{ }^\circ\text{C}$ , застосовують співвідношення (2.4).

Іноді користуються величиною, оберненою опору, яка називається провідністю:

$$G = 1/R.$$

Одиницею провідності в СІ є сименс (См).

Наведемо основні властивості провідників, які використовуються в техніці. Вони бувають тверді, рідкі та газоподібні.

Тверді провідники. В свою чергу, вони поділяються на провідники великої провідності та великого опору. Перші застосовуються для виготовлення проводів, кабелів, шин, різних обмоток. Це насамперед мідь і алюміній, а також сталь (галузь її застосування як провідника обмежена) і біметал (шар міді, наплавлений на сталь). До цієї групи слід віднести провідники з графіту, що використовуються в основному при виготовленні електродів для електроплавильних печей та освітлювальних приладів із застосуванням електричної дуги.

Другі використовуються при виготовленні електронагрівальних приладів,

електроламп, різних резисторів. Вони мають великий питомий опір і жаростійкість. До них належать манганін (сплав міді, марганцю та нікелю), константан (сплав міді та нікелю), ніхром (сплав заліза, хрому, нікелю та марганцю), фехраль (сплав заліза, алюмінію та хрому). Всі тверді провідники є провідниками першого роду.

Рідкі провідники. До цієї групи належать різні електроліти (розчини солей, кислот і лугів у воді), а також розплавлені метали (в

електроплавильних печах). Електроліти широко застосовуються для виготовлення гальванічних елементів і акумуляторів, а також в електрохімічній промисловості. Всі рідкі провідники є провідниками другого роду.

Газоподібні провідники. Це різні гази та пари. При низькій температурі й невеликій напруженості електричного поля вони не є провідниками. Коли температуру та напруженість електричного поля збільшити, газ іонізується і стає струмопровідним. Ці провідники широко використовуються при виготовленні люмінесцентних ламп.

### 3 Закон Ома

Щоб виміряти електрорушійну силу (є. р. с.) джерела живлення електричного кола (рис. 2.2), вольтметр треба ввімкнути при розімкненому вимикачі.

Якщо замкнути вимикач, то в колі, переборюючи опори зовнішньої частини  $R$  і внутрішньої частини  $R_0$ , виникне струм  $I$ .

Частина є. р. с.  $E$ , що витрачається на подолання опору  $R$ , називається спадом напруги в зовнішній частині кола, а вимірюється цей спад вольтметром 2 друга частина цієї є. р. с., яка витрачається на подолання опору  $R_0$ , називається спадом напруга у внутрішній частині кола. Таким чином,

$$E = U + U_0.$$

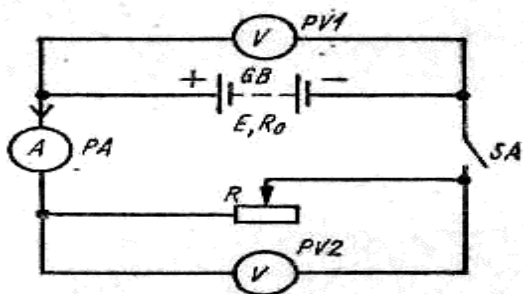


Рис. 2.2. Електричне коло зі змінним опором у його зовнішній частині

Для практичних цілей дуже важливо знати залежність між струмом, є. р. с. та опором у колі.

Експериментально встановлено, що зі збільшенням є. р. с. джерела живлення при незмінному опорі в колі струм зростає пропорційно їй; зі збільшенням опору в колі при незмінній є. р. с. струм пропорційно йому зменшується, а при зменшенні опору — збільшується. Для всього кола ці залежності можна виразити таким

рівнянням:

$$I = E / (R + R_0),$$

тобто сила струму в колі прямо пропорційна є. р. с. джерела живлення й обернено пропорційна сумі опорів зовнішньої та внутрішньої частин кола.

Це закон Ома для всього кола. Рівняння (2.8) дійсне не тільки для всього кола, а й для кожної його частини. Якщо розглядати лише зовнішню частину кола, то можна записати

$$I = U / R,$$

тобто сила струму на ділянці кола прямо пропорційна спаду напруги на цій ділянці й обернено пропорційна її опорі.

Це закон Ома для ділянки кола.

Закон Ома для внутрішньої частини кола матиме такий вигляд

$$I = U / R$$

Сила струму  $I$ , як і в кожному нерозгалуженому колі, на всіх ділянках буде однаковою.

Якщо з (2.9) і (2.10) знайти відповідно значення  $IR$  та  $IR_0$ , то після підставлення їх у (2.7) дістанемо рівняння

$$E = IR + IR_0,$$

тобто є. р. с. у колі дорівнює сумі спадів напруг на його зовнішній та внутрішній частинах.

Закон Ома — один з основних законів електротехніки. Він використовується при розрахунках як елементарних кіл, що зустрічаються в практиці заводського електромонтера, так і складних кіл з різними видами навантажень.

#### 4 Робота та потужність електричного струму

У замкненому електричному колі виконується неперервна робота  $A$  по переміщенню електричних зарядів  $Q$ . На здійснення цієї роботи витрачається енергія  $E$ , здобута від джерела живлення.

$$A = EQ.$$

$$Q = It.$$

$$A = W = EIt.$$

Вироблювана в колі енергія  $W$  витрачається в його зовнішній частині (струмоприймачі) та внутрішній частині (джерелі живлення), тобто

$$W = W_1 + W_0.$$

Енергія, що витрачається в струмоприймачі,

$$W_1 = UQ = UIt.$$

Завдяки їй виконується корисна робота (розжарювання волоска електролампи, обертання електродвигуна тощо).

Енергія, що витрачається всередині джерела живлення,

$$W_0 = U_0Q = U_0It.$$

Ця частина енергії на виконання корисної роботи не використовується; вона витрачається на нагрівання джерела живлення.

Робота, виконана за одиницю часу, називається потужністю:

$$P = A/t.$$

В електричному колі розрізняють потужність джерела живлення  $P$ , потужність споживача  $P_1$  і потужність втрат  $P_0$ . Відповідно ю (2.13), (2.15) —(2.17) маємо

$$P = EIt/t = EI;$$

$$P_1 = UIt/t = UI;$$

$$P_0 = U_0It/t = U_0I.$$

Одиницею потужності в СІ є ват (Вт), причому

$$1 \text{ Вт} = 1 \text{ В} \cdot 1 \text{ А}.$$

Ват—невелика одиниця. Більш поширеною одиницею потужності є кіловат (кВт), який дорівнює 1000 Вт.

Електрична енергія виражається в джоулях. Користуючись (2.17), можна записати

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Вт} \cdot 1 \text{ с}.$$

## ЛЕКЦІЯ № 7

### ТЕМА: ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ У ВАКУУМІ І ГАЗАХ

**Мета:** оволодіти знаннями про електричний струм у вакуумі та газах

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

**1** Електричний струм у вакуумі

## 2 Електричний струм у газах

### Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

### 1 Електричний струм у вакуумі

У сучасній техніці широко застосовуються електровакуумні прилади (електронні лампи, вакуумні фотоелементи), у яких забезпечуються умови для виникнення і підтримки електричного струму в середовищі, що не володіє електропровідністю.

#### *Електронна емісія*

Розглянемо двохелектродну лампу (діод), схема якої показана на мал. 2.4. Два металевих електроди, що знаходяться усередині скляного або металевого балона, з якого вилучене повітря, мають виходи назовні, що дозволяє підвести до них електричну напругу. Один електрод з'єднаний з негативним полюсом джерела напруги і називається катодом К. Інший електрод з'єднаний з позитивним полюсом джерела і називається анодом А.

Різниця потенціалів між електродами у вакуумі створює електричне поле, яких необхідно для виникнення і підтримки електричного струму між електродами. Однак цієї умови недостатньо. Електричний струм не може виникнути, якщо усередині балона немає вільних заряджених частинок. Для того щоб струм виник і підтримувався, необхідно в простір між електродами безупинно вводити вільні заряджені частки. У електровакуумних приладах для цього використовується фізичний процес виходу вільних електронів з катода - електронна емісія.

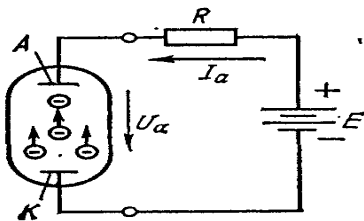


Рис. 2.4. Схема для одержання струму у вакуумі

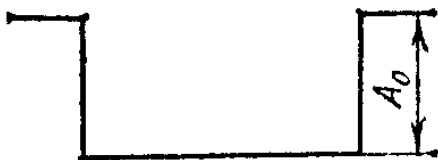


Рис. 2.5. Потенційний бар'єр на границі метал - вакуум

Вихід вільних електронів з металу може бути і при нормальній температурі. Але електрони, що відокремилися від металу, не можуть видалитися

більш ніж на декілька міжатомних відстаней, тому що метал, заряджений позитивно, електростатичними силами притягає їх назад. Процеси випускання і поглинання електронів металом йдуть одночасно, тому біля катода існує електронна хмара, що теж перешкоджає виходу електронів з металу. Електричне поле між металом і електронною хмарою створює для вільних електронів на границі метал - вакуум потенційний бар'єр з різницею потенціалів  $U_0$ .

Без спеціальних заходів для збільшення кінетичної енергії вільних електронів до величини, при якій можливе подолання потенційного бар'єра, електронна емісія виявляється настільки слабко, що практично її використовувати не можна.

Електрон може перебороти потенційний бар'єр і вийти з металу, якщо йому ззовні подати додаткову енергію, рівну роботі, що затрачається на переміщення електрона через поверхневий шар на границі металу з вакуумом. Величина цієї роботи, рівна добутковій заряду електрона  $e$  і напруги  $U_0$  називається роботою виходу:

$$A_0 = eU_0$$

Для вільних електронів метал схематично можна представити у виді потенційної шухляди з плоским дном і вертикальними стінками висотою, рівній роботі виходу  $A_0$  (мал. 2.5).

### **Вольт-амперні характеристики електривакуумних приладів**

Одним зі способів збільшення електронної емісії є нагрівання металу. У цьому випадку емісія електронів називається *термоелектронною*.

В електронній лампі джерелом вільних електронів (емітером) є катод, нагрітий до визначеної температури; наприклад, робоча температура катода з вольфраму 2250-2550° С.

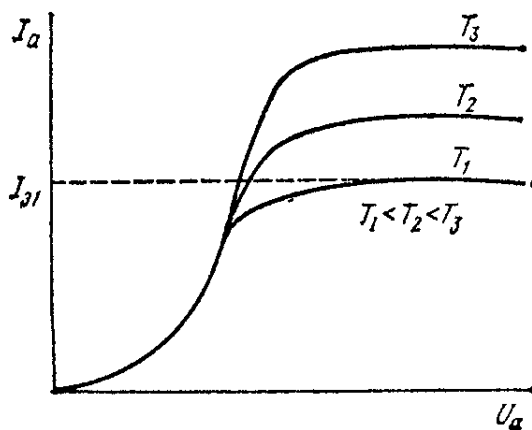


Рис. 2.6. Вольт-амперні характеристики діода

Застосування в якості емітерів матеріалів, що характеризуються меншою роботою виходу, чим вольфрам (оксиди барію, стронцію), дозволяє значно знизити робочу температуру катода (до 550-1000° С). Електрони, що перейшли з катода у вакуум, під дією електричного поля направляються на анод. За таких умов проміжок між електродами електронної лампи є провідним, а в колі мал. 2.4 встановлюється електричний струм, називаний анодним ( $I_a$ ).

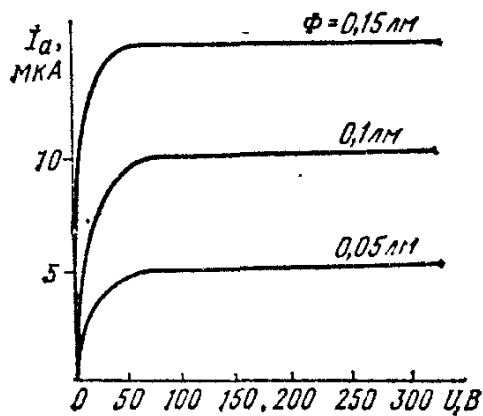


Рис. 2.7. Вольт-амперні характеристики вакуумного фотоелемента із сурм'яно-цезієвим фотокатодом

Величина анодного струму залежить від різних факторів, найважливішими з яких є температура катода  $T$  и напруга між електродами  $U_a$ . Ці залежності, названі вольт-амперними (анодними) характеристиками, показані на мал. 2.6. З ростом напруги струм спочатку повільно, а потім різко зростає, що пояснюється збільшенням швидкості руху електронів до анода.

При деякій величині  $U_a$  і температурі катода  $T_1$  анодний струм досягає струму емісії  $I_{e1}$ , коли всі електрони, що залишили катод, досягають анода. Полога ділянка вольт-амперної характеристики називається ділянкою насичення. При збільшенні температури струм емісії зростає, а полого ділянка кривій  $I_a(U_a)$  розташовується на графіку вище.

Якщо потенціал катода виявляється вище потенціалу анода ( $V_a < 0$ ), то струм у колі практично дорівнює нулеві: електричне поле спрямоване від катода до анода; електрони, що вилетіли з катода, не можуть досягти анода, тому що під дією поля повертаються на катод. Ця "замикаюча" властивість діода використовується для випрямлення змінного струму.

Крім двохелектродної лампи в радіоелектроніці широко застосовуються трьохелектродні і багато електродні лампи, що теж мають нелінійні вольт-амперні характеристики.

Енергія, необхідна для подолання потенційного бар'єра, може бути повідомлена електронам випромінюванням (видиме світло, ультрафіолетові й інфрачервоні промені й інші випромінювання).

Явище виходу електронів з металу під дією променистої енергії - фотоелектронна емісія (зовнішній фотоефект) - було виявлено в 1888 р. професором Московського університету А. Г. Столетовим.

У якості емітера фотоелектричних катодів використовуються лужноземельні елементи. Фотокатоли застосовуються в електронних приладах, що реагують на випромінювання; ці прилади називаються фотоелементами.

Якщо анод має позитивний потенціал щодо катода, то в електричному колі, що містить фотоелемент із зовнішнім фотоефектом, установлюється фотострум, що залежить від ряду факторів, у тому числі від інтенсивності висвітлення, довжини хвилі випромінювання і напруги між анодом і катодом.

На мал. 2.7 представлені вольт-амперні характеристики вакуумного фотоелемента із сур'мяно-цезієвим фотокатодом. Кожна з них відповідає визначеному світловому потокові, що діє на фотокатод.

Енергія електронів може бути підвищена бомбардуванням поверхні провідника потоком електронів, що швидко рухаються, названих *первинними*. Електрони, що залишили провідник у результаті його бомбардування первинними електронами, називаються *вторинними*, а саме явище виходу електронів - *вторинною електронною емісією*.

Вторинна емісія може бути результатом бомбардування провідника не тільки електронами, але і позитивними іонами й іншими частинками. Незважаючи на те що в деяких приладах вторинна емісія - явище небажане, іноді її усе-таки використовують.

Електрони з провідника можуть бути вирвані дією сильного електричного поля (напруженість порядку  $10^8$  В/см). Така емісія називається автоелектронною або холодною. У приладах, що працюють за принципом холодної емісії, найбільш розповсюджений ртутний катод.

## 2 Електричний струм у газах

Гази є діелектриками, якщо знаходяться в звичайних фізичних умовах. У цьому випадку вони складаються в основному з нейтральних атомів і молекул, а заряджені частинки (електрони, іони), що знаходяться в деякому обсязі газу лише в незначній кількості, не можуть утворити помітного струму. Однак з нейтральних молекул і атомів можуть утворитися заряджені частинки - іони, якщо в силу яких-небудь причин число електронів у них зміниться: цей процес називається іонізацією. Іонізований газ є провідником.

### *Іонізація газів*

Іонізація відбувається під дією космічних променів, рентгенівського й ультрафіолетового випромінювання, високої температури, електричного поля. Досвід показує, що перераховані іонізуючі фактори самі по собі не можуть викликати значного росту числа заряджених частинок в одиниця об'єму, тим більше що поряд з іонізацією йде зворотний процес утворення нейтральних молекул і атомів, називається *рекомбінацією*.

Електропровідність газу, що виникла в результаті зовнішнього іонізуючого впливу, називається *несамостійною*. Якщо зовнішній іонізуючий фактор перестає діяти, то в силу рекомбінації електропровідність газу зникає.

Найбільше значення має іонізація атомів і молекул газу, викликана зіткненням їхній з електронами, що швидко рухаються. При такому зіткненні енергія електрона, що рухається, частково або цілком передається нейтральному атомові або молекулі.

При достатній енергії удару від нейтрального атома або молекули відривається один або кілька електронів, замість нейтрального атома або молекули

з'являється позитивний іон.

Можливо також зчеплення електрона з нейтральним атомом або молекулою, що приводить до утворення негативного іона. Процес утворення іонів при зіткненні нейтральних атомів і молекул з електронами, що швидко рухаються називається *ударною іонізацією*.

У результаті іонізації кількість електронів збільшується, це приводить до росту числа зіткнень і, отже, до ще більшого збільшення числа заряджених частинок.

У іонізованому стані газ є провідником. Електропровідність газу, підтримувана завдяки ударній іонізації дією зовнішнього електричного поля, називається *самостійним розрядом*.

Розрізняють кілька видів самостійного розряду в газі: тихий, тліючий, іскровий, дуговий.

*Тихий розряд*. Цей розряд виникає при відносно великих тисках газу (наприклад, атмосферному), коли поле в розрядному проміжку між електродами дуже нерівномірно через малий радіус кривизни електродів.

Тихий розряд звичайно спостерігається біля електродів у тих місцях, де напруженість електричного поля досягає деякої величини, називається критичною для даного газу, і супроводжується світінням - "короною".

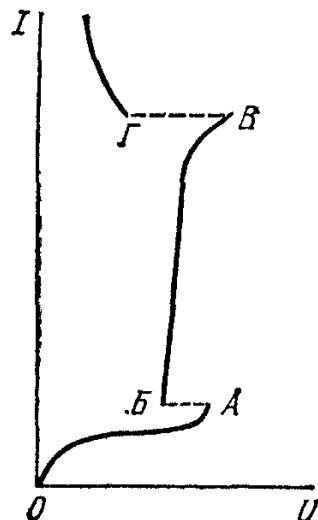


Рис. 2.8. Вольт-амперні характеристики лампи тліючого розряду

При передачі електричної енергії на високій напрузі навколо проводів лінії нерідко можна спостерігати (особливо в сиру погоду), тихий (коронний) розряд, що приносить шкоду, викликаючи додаткові втрати енергії.

*Тліючий розряд*. При низьких тисках у довгій скляній трубці можна одержати тліючий розряд, якщо між електродами, розташованими в її кінцях, прикласти напругу в кілька сотень вольт. Різні гази при тліючому розряді дають світіння різного кольору. Завдяки цьому лампи тліючого розряду застосовуються в декоративних цілях.

Залежність струму в лампі тліючого розряду від напруги між електродами (вольт-амперна характеристика) нелінійна, причому в деякому інтервалі зміни

струму напруга залишається постійною (ділянку БВ на мал. 2.8). На цьому малюнку точка А характеризує відповідне запалювання приладу, точка В - початкові дугового розряду. Газорозрядні прилади тліючого розряду використовуються для стабілізації напруги.

*Іскровий розряд.* Такий розряд виникає між холодними електродами при великому внутрішньому опорі джерела живлення.

Іонізація газу, що почалася під дією електричного поля, здобуває лавиноподібний характер, у результаті чого газовий проміжок стає провідною і між електродами проскакує іскра. При цьому різко зменшується опір газового проміжку.

По відстані між електродами, при якому виникає пробій повітря, можна судити про величину напруги між електродами. На цій основі для виміру дуже високих напруг застосовуються кульові розрядники.

*Дуговий розряд.* При великій потужності джерела живлення іскровий розряд може перейти в дуговий, більш стійкий самостійний розряд у газі при атмосферному або підвищеному тиску.

Такий розряд називається електричною дугою. Характерною рисою дугового розряду є те, що він супроводжується сліпучим світінням і сильним нагріванням електродів (до  $3000^{\circ}\text{C}$  і більш).

Світлова дія електричної дуги використовується для спеціального висвітлення (прожектори, проєкційні апарати), а теплове - для зварювання і плавлення металів.

Електрична дуга, що виникає при вимиканні електричних установок, - явище небажане, тому що її теплова дія руйнує контакти апаратів, що відключають, (рубильників, контакторів, вимикачів). Тому приходиться вживати спеціальних заходів, у результаті чого апарати, що виключають, значно ускладнюються, збільшуються їхні розміри.

### ***Вольт-амперні характеристики газорозрядних приладів***

Електричний струм при дуговому розряді утворюється електронами й іонами, що звільнилися внаслідок термічної іонізації газу, а також у результаті емісії електронів з напруженого катода. Під дією цих явищ між електродами утворюється газорозрядна плазма.

Електрони, маючи в тисячі разів меншу масу, ніж іони, в електричному полі здобувають значно велику швидкість, тому переважають в утворенні струму дуги.

При деякому ступені іонізації горіння дуги стабілізується і установлюються визначені струм  $I_d$  і напруга між електродами  $U_d$ . Ріст струму в дузі приведе до збільшення ступеня іонізації і зменшенню опору дугового проміжку, що спричинить за собою зниження напруги  $U_d$ .

Таким чином, вольт-амперна характеристика електричної дуги являє собою падаючу криву (мал. 2.9).

У техніці широко поширені газорозрядні прилади, у яких провідність газового проміжку обумовлена зарядженими частинками, отриманими як за рахунок

електронної емісії нагрітого катода, так і іонізацією газів або пар. До таких приладів відносяться газотрони, тиратрони, ртутні випрямлячі й ін. Вольт-амперні характеристики газорозрядних приладів нелінійні. На мал. 2.10 показана вольт-амперна характеристика газотрона.

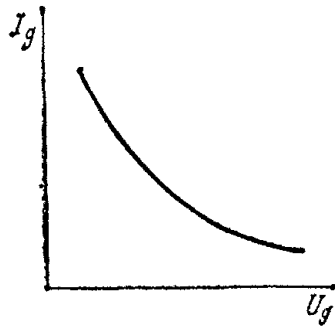


Рис. 2.9. Вольт-амперна характеристика електричної дуги

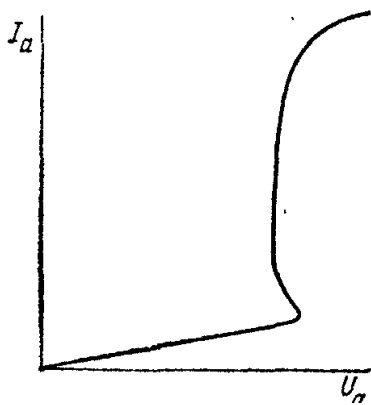


Рис. 2.10. Вольт-амперна характеристика газотрона.

## Лекція 8

**Тема: Електричний струм у напівпровідниках.**

**Мета: оволодіти знаннями про електричний струм у напівпровідниках**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

- 1 Загальні відомості про напівпровідники.
- 2 Власна провідність напівпровідників.
- 3 Домішкова провідність напівпровідників.

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**2 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

Перед тим, як приступити до розгляду теми, задамося питанням: чому мова далі

підє саме про напівпровідники? А це тому, що, як видно з опису розвитку електроніки, в наш час найбільші успіхи в цій галузі пов'язані із застосуванням пристроїв, виконаних на напівпровідникових приладах.

Напівпровідники (НП) належать до класу речовин, що мають тверду кристалічну структуру і за провідністю ( $10^4 - 10^{10}$  См/см) займають проміжне місце між провідниками ( $10^4 - 10^6$  Сим/см) та діелектриками ( $-10^{10}$  См/см та менше).

При виготовленні НП приладів частіше використовують кремній (Si - має робочу температуру до 140 °С), германій (Ge - найбільша робоча температура 75 °С), арсенід галію (GaAs - працює при температурах до 350-400 °С).

До НП також відносять селен, телур, деякі окисли, карбіди та сульфїди.

НП мають такі властивості:

1)негативний температурний коефіцієнт опору - із збільшенням температури їх опір зменшується (у провідників - зростає);

2)додання домішок призводить до зниження питомого опору (у провідників - до збільшення);

3)на електричну провідність впливають радіація, електромагнітне випромінювання.

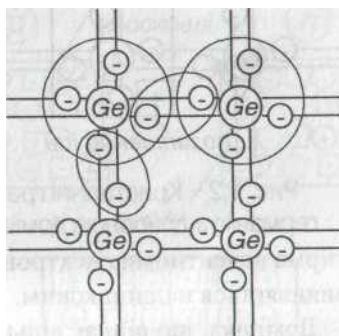
Процеси електропровідності НП і діелектриків подібні, але суттєво відрізняються від електропровідності провідників.

Зазначимо, що електрони, розташовані на зовнішній орбіті атома речовини, мають назву валентних. Вони найслабкіше зв'язані з ядром і визначають фізичні та хімічні властивості речовини.

У провідників електрони, розташовані на зовнішній орбіті атома, слабо зв'язані з ядром і тому досить легко покидають свої атоми й хаотично переміщуються - стають вільними. Якщо до провідника прикласти зовнішнє електричне поле, виникне впорядкований рух електронів - електричний струм.

У НП усі валентні електрони міцно зчеплені з кристалічними ґратками завдяки так званому ковалентному зв'язку, про який Ви знаєте з хімії. Доки цей зв'язок існує, електрони не можуть переносити електричний заряд.

Механізм електропровідності НП розглянемо на прикладі кристалічних ґраток германію, що є елементом IV групи періодичної системи Менделєєва. Ґратки у вигляді плоскісної структури зображено на рис. 1.1.



германію

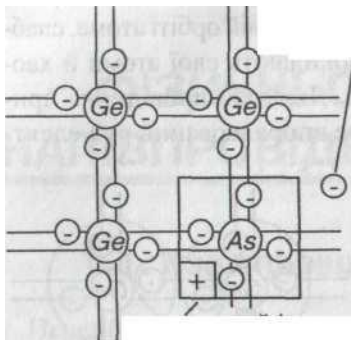
Рис.1,1-Кристалічна решітка

Атоми германію розміщені у вузлах кристалічних ґраток, їх зв'язок з іншими атомами здійснюється за допомогою чотирьох валентних електронів. Подвійні лінії між вузлами вказують на ковалентний характер зв'язку, тобто кожна пара валентних електронів належить водночас двом сусіднім атомам. При температурі абсолютного нуля і при відсутності опромінення у НП відсутні рухомі носії і його електричний опір великий (нескінченний).

За звичайних умов, внаслідок дії на речовину теплової енергії, деякі з валентних електронів розривають ковалентні зв'язки - відбувається процес генерації пар носіїв: електронів і дірок. При цьому дірка має позитивний заряд.

Якщо тепер помістити НП в електричне поле, виникне спрямований рух зарядів - електричний струм. На відміну від провідників струм в НП забезпечується носіями двох зарядів - позитивного + та негативного - .

Провідність чистого НП має назву власної, сам же НП відносять до /-типу. Власна провідність звичайно невелика. Значно більшу провідність



Надлишковий електрон

Позитивний іон

Рис.

1.2 – Кристалічні ґратки германію з донорною домішкою

мають НП з домішками, до того ж її характер залежить ВІД виду домішок.

Розглянемо приклад, коли у розплав чистого германію додається домішка арсену (As), як показано на рис. 1.2.

При застиганні у деяких вузлах кристалічних ґраток германію його атоми заміщуються атомами домішки. При цьому чотири валентних електрони домішки створюють систему ковалентних зв'язків чотирма валентними електронами германію, а п'ятий електрон домішки виявляється надлишковим.

Домішка, що віддає вільні електрони, називається донорною. НП з переважаючою кількістю вільних електронів має назву НП з електронною провідністю, або НП п-типу. Вільні електрони залишають у вузлах кристалічних ґраток нерухомі позитивно заряджені іони, що створюють у кристалі позитивний об'ємний заряд.

Розглянемо введення у германій домішки з трьома валентними електронами (III група таблиці Менделєєва), наприклад, індію (In), як це показано на рис. 1.3.

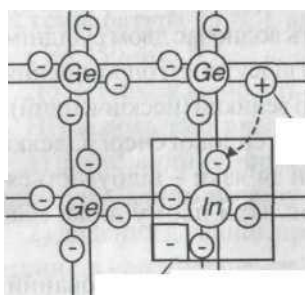


Рис. 1.3 - Кристалічні ґратки германію з акцепторною домішкою

Розглянемо введення у германій домішки з трьома валентними електронами (III група таблиці Менделєєва), наприклад, індію (In), як це показано на рис. 1.3.

Для утворення ковалентного зв'язку між Ge та In одного електрона не вистачає. При дії теплоти навколишнього середовища електрони з верхнього рівня валентної зони переміщуються на рівень домішки, створюючи зв'язки, яких не вистачає, завдяки чому у валентній зоні утворюються рухомі дірки, а атоми домішки перетворюються у негативні іони. Така домішка називається акцепторною, а НП з переважною кількістю дірок - НП з дірковою провідністю, або р-типу. Переважаючі у НП рухомі носії заряду мають назву основних, решта неосновних.

## Лекція 9

**Тема: Елементи і схеми електричних кіл. Перетворення енергії**

**Мета: оволодіти знаннями про електричне коло**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

**1 Основні положення**

**2 Джерела електричної енергії**

**3 Приймачі електричної енергії**

**4 Схеми електричних кіл**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

Явище електричного струму провідності має величезне практичне значення. З ним зв'язані найважливіші енергетичні перетворення: одержання електричної енергії з інших видів енергії і зворотне її перетворення; передача електричної енергії на відстань.

Ці енергетичні перетворення здійснюються в електричних колах.

***Електричне коло - це сукупність пристроїв і об'єктів, що утворюють шлях електричному струму. Окремий пристрій, що входить до складу електричного кола і виконує в ній визначену функцію, називається елементом електричного кола.***

Електричні кола можна класифікувати: по виду струму - кола постійного і

змінного струму; по складу елементів – кола активні і пасивні, кола лінійні і нелінійні; по характеру розподілу параметрів - кола з зосередженими і розподіленими параметрами. .

Електричні кола змінного струму, крім того, розрізняють по числу фаз - однофазні, багатофазні (в основному трифазні).

Найпростіше електричне коло (мал. 3.1) складається з трьох основних елементів: джерела електричної енергії 1, приймача електричної енергії 2, сполучних проводів 3.

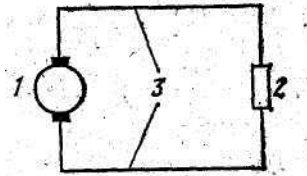


Рис. 3.1. Простейшая электрическая цепь

Крім основних елементів в електричні кола входять різні допоміжні елементи для керування (рубильники, перемикачі, контактори й ін.), захисту (плавкі запобіжники, реле і т. д.), регулювання (реостати, стабілізатори струму і напруги, трансформатори), контролю (амперметри, вольтметри ). Допоміжні елементи, так само як і основні, включаються в коло за допомогою проводів.

### Джерела електричної енергії

*Джерело електричної енергії - це перетворювач якого-небудь виду неелектричної енергії в електричну.* В даний час основним видом такого перетворювача є електромеханічний генератор - перетворювач механічної енергії в електричну. На теплових електростанціях працюють турбогенератори - електричні машини, що приводяться в рух тепловими (паровими, газовими) турбінами, а на гідроелектростанціях установлені гідрогенератори - електричні машини з приводом від гідравлічних турбін. Турбогенератори і гідрогенератори електростанцій - це машини перемінного струму.

Для кіл постійного струму застосовуються електромеханічні генератори постійного струму; перетворювачі хімічної енергії в електричну - гальванічні елементи й акумулятори; пристрої для прямого перетворення теплової енергії в електричну - термоелектрогенератори.

Джерелами електричної енергії - служать електричні трансформатори і випрямлячі. Ці пристрої не виробляють електричну енергію, а одержують неї від тих же генераторів змінного струму, змінюють її характеристики: трансформатори змінюють величину напруги, а випрямлячі перетворюють змінну напруга в постійну. Трансформатори і випрямлячі, з одного боку, є приймачами електричної енергії, а з іншого боку - джерелами.

## Приймачі електричної енергії

Найбільш численними і різноманітними елементами електричних кіл є приймачі електричної енергії. Вони перетворюють електричну енергію в інші види енергії: механічну (електродвигуни змінного і постійного струмів, тягові електромагніти); теплову (електричні промислові печі, побутові нагрівальні прилади, зварювальні апарати), світлову (лампи електричного висвітлення, прожектори) хімічну (аккумулятори в процесі зарядки, електролітичні ванни й ін.).

Для передачі і розподілу електричної енергії служать - проводи і кабелі, за допомогою яких з'єднуються в електричні кола джерела, приймачі електричної енергії; і проміжні пристрої.

У проводах і кабелях при наявності в них електричного струму виділяється тепло, тому в розрахунку вони виступають як приймачі електричної енергії.

## Схеми електричних кіл

При розробці, конструюванні, монтажі електричних виробів і установок не можна обійтися без електричних схем. У залежності від основного призначення розрізняють кілька типів схем: структурну, функціональну, принципову, монтажну й ін.

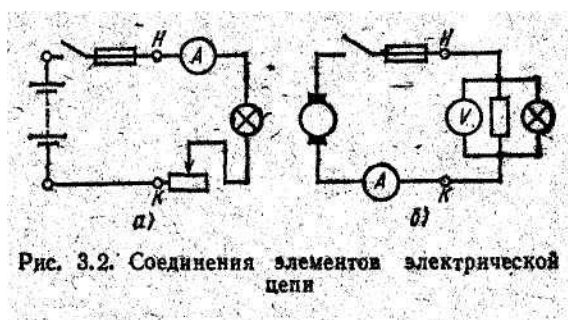
На принциповій схемі приводиться повний склад елементів і зазначені всі зв'язки між ними. Ця схема дає детальне представлення про принципи роботи виробу (установки).

Електричне коло можна скласти з елементів, що входять у даний пристрій або установку. В інших випадках пристрою (установки), самі є елементами електричного кола.

*Схема електричного кола - це графічне зображення електричного кола, що містить умовні позначки її елементів, що показує з'єднання цих елементів.*

Умовні позначки в електричних схемах установлені стандартами системи ЕСКД.

В електричних колах і їхніх схемах розрізняють послідовне і паралельне з'єднання елементів.



Будемо вважати, що кожен елемент для включення в коло має два затиски, з

яких один умовно назвемо початком, інший - кінцем даного елемента.

При послідовному з'єднанні групи елементів кінець попередньо - елемента з'єднаний з початком наступних; початок першого елемента і кінець останнього є затисками групи елементів, якими вона може бути приєднана до інших ділянок кола (мал. 3.2, а).

При паралельному з'єднанні групи елементів початку всіх елементів з'єднані в одному затиску, а кінці - в іншому; цими затисками група, приєднується до інших ділянок ланцюга (мал. 3.2, б).

Групи елементів між собою можуть бути включені послідовно або паралельно - так утворюються складні електричні кола.

## **Лекція 10**

### **Тема: Перетворення електричної енергії в інші види енергії. Режим роботи електричних кіл.**

**Мета: оволодіти знаннями про перетворення електричної енергії**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

#### **План**

**1 Перетворення електричної енергії в теплову**

**2 Перетворення електричної енергії у світлову**

**3 Перетворення електричної енергії в хімічну**

**4 Режим електричних кіл**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

В електричному колі електрична енергія одночасно утворюється у джерелі і перетворюється в інший вид енергії в приймачі. Тип приймача вибирають відповідно до необхідного для практичних цілей видом неелектричної енергії.

Розглянемо принципи перетворення електричної енергії в теплову, світлову і хімічну.

**1 Перетворення електричної енергії в теплову**

Фізичний процес перетворення електричної енергії в теплову розглянутий раніше. Виразимо кількість виділеного тепла через напругу і струм.

Припустимо, що в провіднику, що має на кінцях різницю потенціалів  $U$ , заряд переміщених частинок  $Q$ .

Енергія електричного поля, витрачена на переміщення заряджених частинок, згідно (1.5),

$$W_{\text{э}} = UQ = UIt.$$

Робота сил електричного поля витрачається на нагрівання провідника, тому що ніяких інших проявів цієї роботи не спостерігається. Тому енергія  $W_{\text{э}}$  можна вважати рівної теплової енергії приймача:

$$W_{\text{п}} = W_{\text{э}} = UIt$$

У цій формулі енергія виражена в джоулях. Тому можна записати

$$W_{\text{п}} = I^2Rt$$

Формула є математичним вираженням закону Ленца - Джоуля.

Кількість електричної енергії, перетвореної в провіднику за одиницю часу в теплову енергію, пропорційно квадратові струму й електричному опоріві провідника.

Швидкість перетворення електричної енергії в інший вид енергії в приймачі називається потужністю приймача:

$$P_{\text{п}} = W_{\text{п}}/t = UI.$$

Ця формула справедлива для будь-якого приймача незалежно від виду енергії, що виходить у результаті перетворення.

Якщо електрична енергія цілком перетворюється в теплову, то потужність приймача можна виразити через струм у провіднику і його опір:

$$P_{\text{п}} = I^2R.$$

Явище перетворення в провідниках електричної енергії в теплову широко використовується в практиці. На цьому принципі заснована дія більшості електричних промислових і побутових нагрівальних пристроїв.

## 2 Перетворення електричної енергії у світлову

Принцип перетворення електричної енергії в теплову лежить також в основі роботи електричних ламп накалювання. Нитка лампи, виготовлена з тугоплавкого металу (вольфраму), нагрівається при електричному струмі в ній до температури порядку 3000°C.

При високій температурі нитки лампи частина енергії випромінюється у виді світлової енергії, що у загальному потоці енергії, випромінюваною лампою, складає менш 10%.

### 3 Перетворення електричної енергії в хімічну

Акумулятор при зарядці або електролітичній ванні є приймачами електричної енергії.

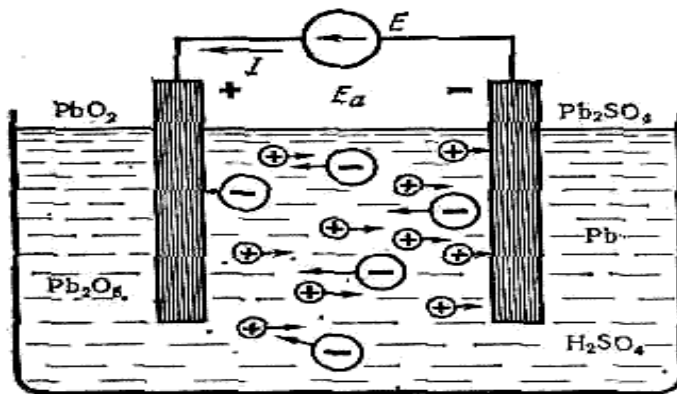


Рис. 3.9. Режим зарядки свинцевого акумулятора

Е.р.с. акумулятора  $E_a$  при зарядці зберігає той же напрямок, що і при розрядці; струм же в акумуляторі змінює свій напрямок на зворотний, тому що воно визначається не напрямком е.р.с. акумулятора, а е.р.с.  $E$  зовнішнього джерела живлення (мал. 3.9). Е.р.с. акумулятора  $E_a$  при зарядці спрямована проти струму і тому називається проти-е.р.с.

Переміщення заряджених частинок при зарядці акумулятора здійснюється в результаті дії електричного поля, що створюється джерелом живлення. Сили електричного поля в будь-який момент часу врівноважуються хімічними (сторонніми) силами, тому робота сил електричного поля, що приходиться на одиницю заряду, може бути прирівняна проти-е.р.с.  $E_a$ . Тоді енергія, витрачена на заряд,

$$W_{\Pi} = E_a Q = E_a I t,$$

а потужність споживання електричної енергії

$$P_{\Pi} = W_{\Pi} / t = E_a I.$$

Формули, що виражають енергію і потужність при розряді і заряді акумулятора, однакові. Однак потрібно не забувати про фізичне розходження процесів: у першому випадку акумулятор є джерелом, а в другому - приймачем електричної енергії.

При перетворенні електричної енергії в теплову опір обумовлено зіткненнями частинок. При перетворенні електричної енергії в хімічну протидію струму роблять сторонні сили.

Цим порозумівається розходження виразів (3.11) і (3.14), якими кількісно визначається швидкість перетворення електричної енергії в інший вид енергії.

#### 4 Режими електричних кіл

Режим роботи електричного кола, тобто її електричний стан, визначається величинами струмів, напруг і потужностей її окремих елементів.

Найбільш характерні режими електричних кіл розглянемо на прикладі найпростішого кола зі змінним опором приймача електричної енергії (мал.3.11).

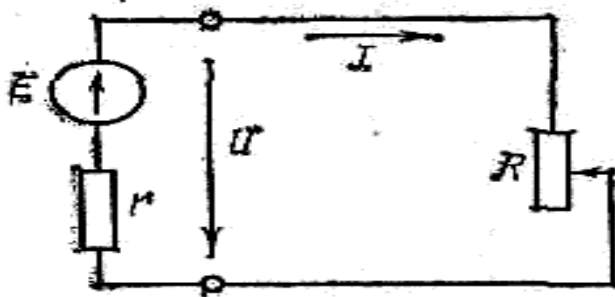


Рис. 3.11. Схема цепи с переменным сопротивлением приемника энергии

#### *Номинальный режим*

Джерела і приймачі електричної енергії, проводи, а також допоміжні апарати і прилади характеризуються номінальними величинами струму  $I_n$ , напруги  $U_n$ , потужності  $P_n$  і т.д., на які ці пристрої розраховані заводами-виготовлювачами для нормальної роботи. Номінальні величини звичайно вказуються в паспорті пристрою.

Режим роботи, при якому дійсні струми, напруги, потужності елементів електричного кола відповідають їх номінальним величинам, називається *номінальним* (нормальним).

Відхилення від номінального режиму небажані, а перевищення номінальних величин у більшості випадків неприпустимо, тому що при цьому не можуть бути гарантовані розрахункові тривалість і економічність роботи електричних пристроїв і установок.

Для забезпечення нормальних умов роботи приймачів електричною енергією необхідно дотримувати відповідності напруг: дійсна напруга на затискачах пристрою повинна бути рівною його номінальній напрузі.

#### *Робочий режим*

Режими електричного ланцюга з різних причин можуть відрізнятися від номінального.

Якщо в електричному колі дійсні характеристики режиму відрізняються від номінальних величин її елементів, але відхилення знаходяться в припустимих межах, то режим називається *робочим*. На схемі мал. 3.11 опір з'єднувальних проводів віднесено до приймача. Застосовуючи до цього кола закон збереження енергії, неважко скласти рівняння енергетичного балансу за якийсь час:

Далее, сокращая на  $I$ , получаем уравнение баланса напряжений

$$E = Ir + IR, \text{ или } E = U_0 + U,$$

где  $U_0$  — внутреннее падение напряжения в источнике;  $U$  — напряжение на внешних зажимах источника.

Ток в цепи

$$\boxed{I = E/(r + R)}. \quad (3.15)$$

Эта формула является выражением закона Ома для простейшей цепи.

Напряжение  $U$  на внешних зажимах источника, равное в этом случае напряжению на приемнике, меньше э. д. с. источника на величину внутреннего падения напряжения  $Ir$ :

$$U = IR = E - Ir. \quad (3.16)$$

Отношение мощности  $P_{\text{п}}$  приемника к мощности  $P_{\text{и}}$  источника называется коэффициентом полезного действия источника:

$$\boxed{\eta = P_{\text{п}}/P_{\text{и}}}. \quad (3.17)$$

К. п. д. источника можно определить отношением напряжения на зажимах источника к его э. д. с.:

$$\eta = P_{\text{п}}/P_{\text{и}} = UI/EI = U/E. \quad (3.18)$$

### **Режимы холостого хода и короткого замыкания**

При  $R = \infty$  струму в колі не буде. Цей випадок відповідає розмиканню кола, режим електричного кола або окремих джерел, при якому струм у них дорівнює нулеві, називається режимом холостого ходу. При холостому ході напруга на зовнішніх затисках джерела дорівнює його е.р.с:  $U = E$ .

При  $R = 0$ , відповідно до виразу (3.15),  $I = \frac{E}{r} = I_k$ , а напруга на затисках приймача і джерела  $U = 0$ .

Режим електричного кола, при якому накоротко замкнена ділянка з одним або декількома елементами, у зв'язку з чим напруга на цій ділянці дорівнює нулеві, називається *режимом короткого замыкання*. Відповідно струм  $I_k$  у ланцюзі називається струмом короткого замыкання.

Короткі замыкання в електричних установках небажані, тому що струми короткого замыкання, як правило, у кілька разів перевищують номінальні величини, що веде до різкого збільшення виділення тепла в струмоведучих частинах і, отже, до псування електричних установок.

Напруга на затисках джерела зменшується від  $U = E$  до  $U = 0$ , якщо струм навантаження збільшується від нуля до струму короткого замыкання  $I_k$ .

# Лекція №11

## Тема: Закони Кірхгофа

**Мета:** оволодіти знаннями про основні закони в електричних колах

**Методи:** словесний, практичний, наочний

### План

**1 Перший закон Кірхгофа.**

**2 Другий закон Кірхгофа.**

**3 Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

У вступі Ви вже мали змогу ознайомитися з цими законами. Але вони були сформульовані для кіл постійного струму. Закони Кірхгофа зберігають свою силу також і в колах змінного струму. Але в таких колах рівняння, складені за цими законами, зв'язують миттєві значення електричних величин. Тому наведемо відповідні формулювання законів Кірхгофа.

### 1 Перший закон Кірхгофа.

*Алгебраїчна сума миттєвих значень струмів віток, що сходяться у вузлі електричного кола, дорівнює нулю, тобто:*

$$\sum_{k=1}^m i_k = 0, \quad (1.17)$$

де  $m$  — кількість віток, що сходяться у вузлі.

Конкретно, для приклада на рис. 1.23 приймаємо за позитивні напрямки струмів до вузла, і тоді:

$$i_1 - i_2 + i_3 - i_4 = 0. \quad (1.18)$$

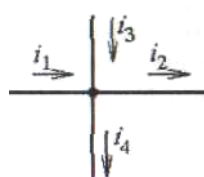


Рис. 1.23

У колах постійного струму, як частковий випадок, маємо, відповідно:

$$\sum_{k=1}^m I_k = 0. \quad (1.19)$$

### 2 Другий закон Кірхгофа.

У замкненому контурі електричного кола алгебраїчна сума миттєвих значень напруги на всіх його ділянках дорівнює нулю, тобто:

$$\sum_{k=1}^n u_k = 0,$$

де  $n$  — кількість елементів у контурі.

Для контура, який показано на рис. 1.24, приймаємо напрямок обходу за годинниковою стрілкою  $i$ , з урахуванням зроблених позначень напруг і вказаних їхніх позитивних напрямків, отримуємо:

$$u_{R1} + u_{L1} - u_{C3} - u_{R3} + u_{R2} + u_{e2} + u_{L2} + u_{C4} - u_{e1} = 0. \quad (1.21)$$

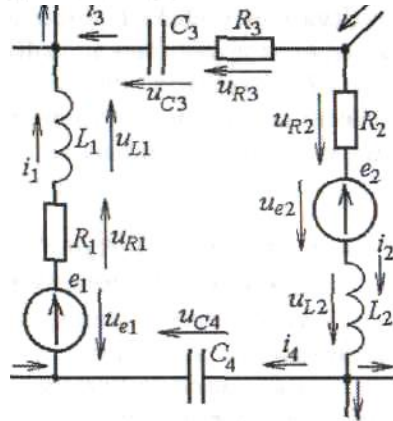


Рис. 1.24

Якщо для джерел замінити напруги на ЕРС на підставі (1.2), а саме:  $u_{e1}=e_1$ ;  $u_{e2}=e_2$ , то отримуємо модифіковане рівняння (1.21): у замкненому контурі алгебраїчна сума миттєвих значень спадів напруги на пасивних елементах дорівнює алгебраїчній сумі миттєвих значень ЕРС джерел:

$$u_{R1} + u_{L1} - u_{C3} - u_{R3} + u_{R2} + u_{L2} + u_{C4} = e_1 - e_2. \quad (1.22)$$

У колах постійного струму зберігається те ж саме ТІЛЬКИ треба брати постійні напруги та постійні ЕРС, тобто, наприклад, у загальному випадку

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0 \quad \sum_{k=1}^{n_R} R_k I_k = \sum_{k=1}^{n_E} E_k$$

Наведемо приклади складання рівнянь за законами Кірхгофа для електричної схеми заміщення кола постійного струму за рис. 1.25, де перед тим як скласти рівняння, повинні бути вказані умовні позитивні напрямки струмів,

Для вузла  $a$  кола прийемо позитивний напрямок до нього і тоді, за першим законом Кірхгофа, маємо:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1.24)$$

(струми, що спрямовані до вузла, приймають за позитивні, а струми, спрямовані від вузла, — за негативні).

Для контурів I і II кола довільно обираємо вказані напрямки обходу і за другим законом Кірхгофа маємо:

$$R_{01}I_1 + R_1I_1 + I_2R_3 = E_1; \quad R_{02}I_2 + E_2I_2 - I_3R_3 = -E_2 \quad (1.25)$$

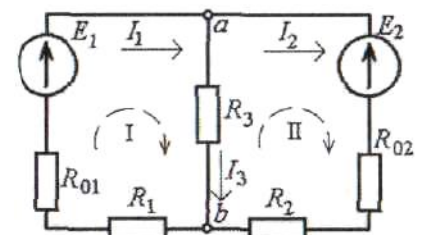


Рис. 1.25

(позитивними записуються ЕРС  $E_k$ , які спрямовані за обходом контура, і спади напруги  $R_k I_k$ , коли напрямок струму  $I_k$  збігається із напрямком обходу, в інших випадках ставиться знак «-»).

### 3 Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа

Цей метод застосовується в тому випадку, якщо в електричному колі є два і більше джерел електроенергії, які розташовані в різних його вітках. Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа не можна віднести до найбільш ефективних методів, тому що він потребує, у порівнянні з іншими методами, більшого обсягу розрахункової роботи. Проте цей метод не потребує спеціальної підготовки: достатньо знання законів Кірхгофа, хоча ще потрібно вміти розв'язувати системи алгебраїчних рівнянь.

Процес розв'язання задачі розрахунку електричного кола цим методом полягає в наступному.

Для даного кола визначають кількості вузлів  $n$  і віток  $m$ . Напрямами струмів у вітках задаються довільними. Для відповідної кількості вузлів кола складають  $(n-1)$  рівняння за першим законом Кірхгофа. Останні  $[m-(n-1)]$  рівнянь складають за другим законом Кірхгофа для будь-яких контурів, але кожний

Кожний наступний контур повинен захоплювати хоча б одну нову віту, яка ще не входить до попередніх контурів(у результаті повинні бути задіяні всі вітки кола). Напрямок обходу кожного контура обирають довільно.

Так, наприклад, для кола за рис. 2.10 повинні бути задані вихідні дані:  $E_1, E_2, E_3, R_{01}, R_{02}, R_{03}, R_1, R_2, R_3$ . У цьому колі кількість вузлів  $n=2$ , віток  $i$ , відповідно, кількість невідомих струмів  $m=3$ .

За першим законом Кірхгофа для вузла  $a$  маємо  $I_1+I_2-I_3 = 0$ .

За другим законом Кірхгофа для I і II контурів:

$$\begin{aligned} (R_1 + R_{01})I_1 + (R_3 + R_{03})I_2 &= E_1 - E_1; \\ -(R_2 + R_{02})I_2 - (R_3 + R_{03})I_3 &= E_3 - E_2. \end{aligned}$$

Необхідно підставити в систему числові значення ЕРС і опорів та розв'язати цю алгебраїчну систему рівнянь яким-небудь відомим математичним методом. У результаті будуть знайдені струми у вітках електричного кола, що розглядається.

Приклад 3. На рис. 2.11 подано електричну схему заміщення кола постійного струму. Вона має параметри: ЕРС джерел  $E_1=22$  В;  $E_2=26$  В; опори резистивних елементів  $R_0 = 0,5$  Ом;  $R_1 = 0,5$  Ом;  $R_2 = 0,4$  Ом;  $R_3=0,5$  Ом;  $R_4 = 7,5$  Ом. Визначити струми у всіх вітках кола.

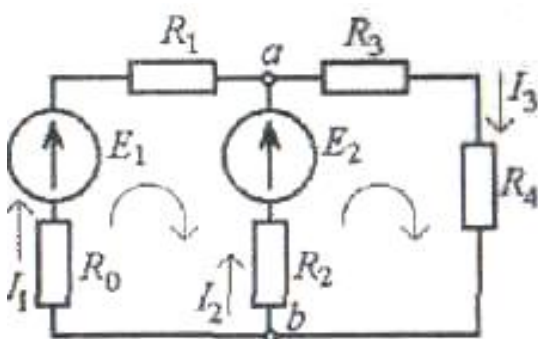


Рис. 2.11

Розв'язання. Орієнтуючись на задані напрямки ЕРС джерел, показуємо позитивні напрямки струмів у вітках кола, хоча впевненості в тому, що це дійсні напрямки струмів, немає.

Для вузла  $a$  складаємо рівняння за першим законом Кірхгофа (позитивний напрямок струмів

дотримуючись позначених напрямків їхнього обходу. Таким чином, отримуємо систему алгебраїчних рівнянь:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0; (R_0 + R_1)I_1 - R_2I_2 = E_1 - E_2; R_2I_2 + (R_3 + R_4)I_3 = E_2.$$

Після підстановки числових значень маємо систему:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0; I_1 - 0,4I_2 = -4; 0,4I_2 + 8I_3 = 26.$$

У цьому випадку найпростіший шлях розв'язання системи рівнянь такий. Із другого і третього рівнянь виражаємо струми:

$$I_1 = 0,4I_2 - 4; I_3 = \frac{26 - 0,4I_2}{8}.$$

Підставивши їх до першого рівняння отримуємо:

$$0,4I_2 - 4 + I_2 - \frac{26 - 0,4I_2}{8} = 0 \text{ або } 3,2I_2 + 8I_2 + 0,4I_2 = 32 + 26.$$

Після елементарних перетворень маємо значення струму:

$$I_2 = 5 \text{ А.}$$

Підставляючи цей результат у формули інших струмів, маємо:

$$I_1 = 0,4I_2 - 4 = 0,4 \cdot 5 - 4 = -2 \text{ А}; I_3 = \frac{26 - 0,4I_2}{8} = \frac{26 - 0,4 \cdot 5}{8} = 3 \text{ А.}$$

Перевірку розв'язання виконуємо, використовуючи баланс потужності:

$$E_1I_1 + E_2I_2 = (R_0 + R_1)I_1^2 + R_2I_2^2 + (R_3 + R_4)I_3^2;$$

$$22 \cdot (-2) + 26 \cdot 5 = (0,5 + 0,5) \cdot (-2)^2 + 0,4 \cdot 5^2 + (0,5 + 7,5) \cdot 3^2;$$

$$-44 + 130 = 4 + 10 + 72.$$

Таким чином, баланс потужності повністю збігається: 86 Вт=86 Вт.

— до вузла); для вказаних двох контурів — за другим законом Кірхгофа,

## Лекція №12

**Тема: Нерозгалужені і розгалужені електричні кола. Розрахунок електричних кіл методом еквівалентних опорів.**

**Мета: оволодіти знаннями про основні закони в електричних колах**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

- 1 Нерозгалужене електричне коло
- 2 Загальний випадок послідовного з'єднання
- 3 Послідовне з'єднання пасивних елементів
- 4 Потенційна діаграма
- 5 Розгалужене електричне коло з двома вузлами
- 6 Рівнобіжне з'єднання пасивних елементів
- 7 Паралельне з'єднання джерел енергії

## 8 Загальний випадок паралельного з'єднання джерел і приймачів електричної енергії

### 9 Визначення еквівалентних опорів

### 10 Визначення струмів

#### Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:

Плакати, картки, проектор.

1 **Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

#### 1 Нерозгалужене електричне коло

Елементи нерозгалуженого електричного кола з'єднані між собою послідовно.

*Відмінною рисою послідовного з'єднання є те, що електричний струм у всіх ділянках кола той самий.*

#### 2 Загальний випадок послідовного з'єднання

Розглянемо загальний випадок послідовного з'єднання джерел і приймачів електричної енергії (мал. 4.1), нехтуючи внутрішніми опорами джерел. Складемо рівняння за другим законом Кірхгофа, довільно задавши напрям струму в колі і напрям обходу контуру (наприклад, за годинниковою стрілкою);

$$IR_1 + IR_2 + IR_3 = E_1 - E_2 + E_3 \quad (4.7)$$

Струм у колі

$$I = \frac{E_1 + E_2 + E_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (4.8)$$

При обході контуру видно, що щодо напрямку обходу е.р.с.  $E_1$  і  $E_3$  спрямовані однаково, а е.р.с.  $E_2$  - їм назустріч.

Струм у колі визначається дією всіх трьох е.р.с, і при заданих напрямках е.р.с. і струму неважко установити, що елементи з е.р.с.  $E_1$  і  $E_3$  виробляють електричну енергію, а елемент із е.р.с.  $E_2$  її споживає. Якщо як джерела е.р.с. у даному випадку припустити акумулятори, то джерела  $E_1$  і  $E_3$  розряджаються, а джерело  $E_2$  заряджається.

В елементах кола, що характеризуються опорами  $R_1$ ,  $R_2$  і  $R_3$  електрична енергія перетвориться в теплову. Розглядаючи як приклад схему мал. 4.1, неважко переконатися в тому, що другий закон Кірхгофа є наслідком закону збереження енергії в застосуванні його до контуру електричного кола.

Для цього досить помножити рівняння (4.7) на  $I$ , перенести попередньо  $E_2$  у ліву частину:

$$E_2 I + I^2 R_1 + I^2 R_2 + I^2 R_3 = E_1 I + E_3 I$$

Одержимо рівняння балансу потужності для розглянутого кола: сума потужностей джерел електричної енергії дорівнює сумі потужностей приймачів

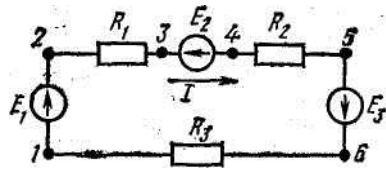


Рис. 4.1. Схема нерозгалуженого електричного кола

Струм у колі з послідовним з'єднанням елементів (мал. 4.1) не зміниться і баланс потужностей збережеться, якщо зробити перестановку елементів кола, згрупувавши е.р.с. і опору, як показано на мал. 4.2, а.

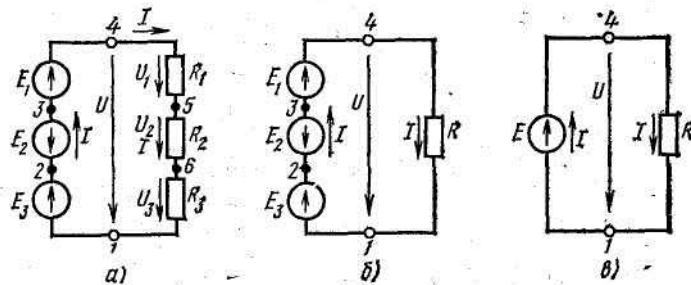


Рис. 4.2. Перетворення схеми нерозгалуженого електричного ланцюга

### 3 Послідовне з'єднання пасивних елементів

Ділянка кола 4-5-6-1 являє собою послідовне з'єднання резисторів. На розглянутій ділянці діє напруга  $U$ , рівне алгебраїчній сумі е.р.с. лівої частини схеми [див. праву частину рівняння (4.7)]. Це напруга дорівнює також сумі спадань напруги в правій частині схеми [див. ліву частину рівняння (4.7)].

$$U = IR_1 + IR_2 + IR_3 = U_1 + U_2 + U_3.$$

Винісши  $I$  за дужку, одержимо  $U = I(R_1 + R_2 + R_3)$ , або  $U/I = R_1 + R_2 + R_3$ .

Відношення  $U/I = R$  є деякий опір, еквівалентне по своїй дії всім трьом опорам:  
 $R = R_1 + R_2 + R_3.$  (4.9)

Ця рівність дозволяє на ділянці 4-5-6-1 три опори замінити одним (еквівалентним) і одержати більш просту схему (мал. 4.2, б) за умови незмінності струму в колі і збереженні того ж балансу потужностей. Цей висновок можна поширити на будь-яке число послідовно включених пасивних елементів:

$$R = \sum_1^n R_n \quad (4.10)$$

тобто загальний опір нерозгалуженого кола дорівнює сумі опорів її ділянок.

Послідовне з'єднання джерел е.р.с.

Ділянка 1-2-3-4 кола на мал. 4.2, а являє собою послідовне з'єднання джерел е.р.с. Напруга між точками 4-1  $U = E_1 - E_2 + E_3$ .

Остання рівність дозволяє на ділянці 1-2-3-4 три е.р.с. замінити однією (еквівалентною)  
 $E = E_1 - E_2 + E_3$  (4.11)

і одержати більш просту схему (мал. 4.2, в), у якій тільки одна (еквівалентна) е.р.с.  $E$ .

Цей висновок можна поширити на будь-яке число послідовно включених джерел. Якщо е.р.с. усіх джерел рівні і спрямовані однаково, як це має місце при включенні акумуляторних елементів у батареї, то загальна е.р.с. може бути визначена за формулою

$$E = nE_n, \quad (4.12)$$

де  $E_n$  - е.р.с. одного елемента;  $n$  - число елементів у батареї. Відповідно до складеної еквівалентної схеми (мал. 4.2, в),

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E_1 - E_2 + E_3}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

#### 4 Потенційна діаграма

У схемі, представленій на мал. 4.1, при переході від точки 1 до точки 2 потенціал підвищується на величину  $E_1$ , а при переході від точки 2 до точки 3 - знижується на величину  $U_{2,3} = IR_1$ . При переході від точки 3 до точки 4 потенціал знижується на величину  $U_{3,4} = -E_2$ .

Зміна потенціалів в електричному колі можна наочно зобразити графічно у виді потенційної діаграми.

Потенційна діаграма являє собою графік зміни потенціалу при обході кола, побудований у прямокутній системі координат, у якій по осі абсцис відкладаються у визначеному масштабі опору ділянок кола, а по осі ординат - потенціали відповідних точок. Потенційна діаграма кола, зображеної на мал. 4.1, показана на мал. 4.3.

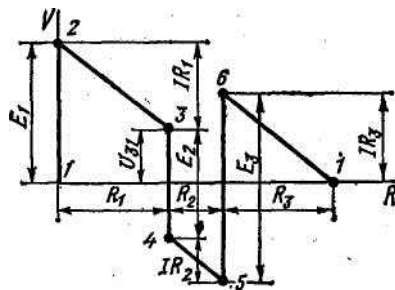


Рис. 4.3. Потенційна діаграма електричного кола

Потенціали точок кола знайдені відповідно до рівностей

$$\begin{aligned} V_2 &= V_1 + E_1; \quad V_3 = V_2 - IR_1; \quad V_4 = V_3 - E_2; \\ V_5 &= V_4 - IR_2; \quad V_6 = V_5 + E_3; \quad V_1 = V_6 - IR_3, \end{aligned}$$

причому потенціал точки 1 прийнятий рівним нулеві.

Оскільки внутрішні опори джерел е.р.с. прийняті рівними нулеві, при переході через ці елементи потенціали змінюються стрибком.

#### 5 Розгалужене електричне коло з двома вузлами

Розгалужене електричне коло, як видно з назви, складається з декількох галузей.

Галузі, приєднані до однієї пари вузлів, включені паралельно (мал. 4.7, а). Відмінною рисою рівнобіжного з'єднання є те, що до всіх галузей прикладена така

ж сама напруга.

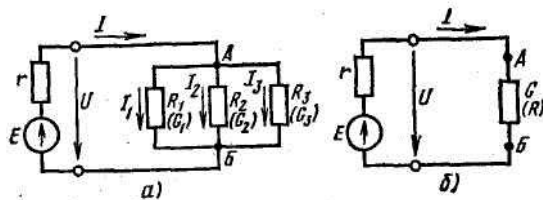


Рис. 4.7. Перетворення схеми з рівнобіжним з'єднанням приймачів

### 6 Рівнобіжне з'єднання пасивних елементів

Приймачі електричної енергії, представлені на схемі мал. 4.7а опорами  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , і джерело електричної енергії  $E$  з внутрішнім опором  $r$  підключені до однієї пари вузлів (точки А і Б). Складемо рівняння струмів для вузла А в відповідності з першим законом Кірхгофа;  $I = I_1 + I_2 + I_3$

Струми приймачів можна виразити, використовуючи напругу між вузлами і провідності галузей:

$$I_1 = UG_1; I_2 = UG_2; I_3 = UG_3,$$

$$G_1 = 1/R_1; G_2 = 1/R_2; G_3 = 1/R_3;$$

$$I = UG_1 + UG_2 + UG_3 = U(G_1 + G_2 + G_3).$$

Розділимо це рівняння на  $U$ :  $I/U = G_1 + G_2 + G_3$ . Відношення  $I/U$  є провідність  $G$ , що відповідає загальному струмові кола і загальній напрузі:

$$G = G_1 + G_2 + G_3 \quad (4.13)$$

Цей висновок можна поширити на будь-яке число  $n$  паралельно з'єднаних приймачів:

$$G = \sum_1^n G_n \quad (4.14)$$

При рівнобіжному з'єднанні пасивних галузей загальна провідність між двома вузлами дорівнює сумі провідностей усіх галузей.

Виходячи з формул (4.13) і (4.14), можна замінити три провідності (у загальному випадку  $n$  провідностей) однією (еквівалентною) провідністю  $G$  і одержати більш просту схему (мал. 4.7, б).

Еквівалентний опір при рівнобіжному з'єднанні декількох галузей визначається з рівності

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \dots + 1/R_n \quad (4.15)$$

Дуже часто зустрічається рівнобіжне з'єднання двох галузей. У цьому випадку еквівалентний опір визначається за формулою

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2$$

Або

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.16)$$

Схема на мал. 4.7, б, отримана після заміни трьох провідностей однією (еквівалентною), являє собою найпростішу схему електричного кола.

Струм у цій схемі, рівний струму в нерозгалуженій частині (мал. 4.7,а), визначається за законом Ома для простого кола:

$$I = \frac{E}{r + R} \quad (4.17)$$

Метою розрахунку електричного кола є не тільки визначення загального струму, але і струму в кожній галузі.

Якщо задані е.р.с. і всі опори, то після визначення загального струму за формулою (4.17) потрібно визначити напругу між вузловими точками і струми в галузях за законом Ома:

$$U = IR; \quad I_1 = U/R_1; \quad I_2 = U/R_2; \quad I_3 = U/R_3.$$

### 7 Паралельне з'єднання джерел енергії

У практиці часто зустрічаються випадки Паралельного включення джерел електричної енергії, що працюють спільно на один або кілька приймачів (мал.4.8).

У таких випадках визначенням струмів у джерелах вирішується важлива задача розподілу навантаження між ними.

Представимо джерела енергії в схемі мал. 4.8, а еквівалентними схемами джерел струму, а опір приймача замінимо провідністю  $G$  (мал. 4.8, б):

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{1к} - I_{0.1}; & I_2 &= I_{2к} - I_{0.2}; \\ I_3 &= I_{3к} - I_{0.3}; & I &= UG; \\ I_{1к} &= E_1 g_1; & I_{0.1} &= U g_1; \\ I_{2к} &= E_2 g_2; & I_{0.2} &= U g_2; \\ I_{3к} &= E_3 g_3; & I_{0.3} &= U g_3, \end{aligned}$$

де  $U = U_{AB}$  - напруга між вузловими точками А і Б. По першому законі Кірхгофа, для вузла А  $I_1 + I_2 + I_3 = I$ , або

$$I_{1к} + I_{2к} + I_{3к} = I + I_{0.1} + I_{0.2} + I_{0.3} = U(G + g_1 + g_2 + g_3).$$

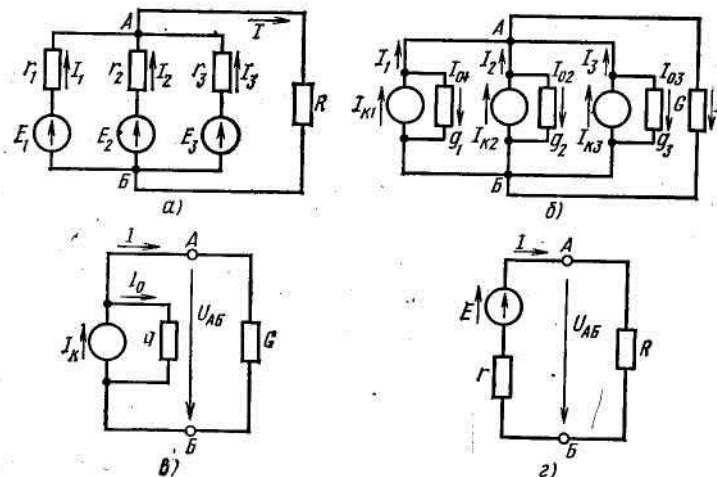


Рис. 4.8. Перетворення схеми з рівнобіжним з'єднанням джерел

Ця рівність дає підставу три джерела струму замінити одним (еквівалентним), а

схему мал. 4.8, б замінити більш простою (мал. 4.8, в). Еквівалентне джерело струму характеризується струмом короткого замикання

$$I_k = I_{1k} + I_{2k} + I_{3k}$$

і внутрішньою провідністю

$$g = g_1 + g_2 + g_3$$

Для схеми мал. 4.8, в

$$I_k = I + I_0 = I + Ug \quad (4.18)$$

Напруга між вузлами

$$U = \frac{I_{1k} + I_{2k} + I_{3k}}{g_1 + g_2 + g_3 + G} = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2 + E_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3 + G} \quad (4.19)$$

Струми в галузях можна визначити за наступними формулами:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= (E_1 - U) g_1 = (E_1 - U) / r_{1i}; \\ I_2 &= (E_2 - U) g_2 = (E_2 - U) / r_{2i}; \\ I_3 &= (E_3 - U) g_3 = (E_3 - U) / r_{3i}; \\ I &= UG = UIR. \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

З цих виразів випливає, що джерела з відносно більшою е.р.с. і меншим внутрішнім опором мають більший струм, тобто приймають на себе велике навантаження. Якщо е.р.с. і внутрішні опори джерел однакові, навантаження між ними розподіляється порівно.

Загальний струм у цьому випадку визначається добутком струму одного джерела  $I_n$  на число паралельно включених джерел:

$$I = I_n n \quad (4.21)$$

Величина струму кожного джерела обмежена його номінальним значенням  $I_{ном}$ , понад якого навантажувати джерело не можна. Паралельне з'єднання джерел застосовується для збільшення загального струму, завдяки чому досягається збільшення потужності споживання енергії без зміни напруги.

Від схеми з еквівалентним джерелом струму можна перейти до схеми з еквівалентним джерелом е.р.с. (мал. 4.8, г), розділивши рівняння (4.18) на  $g$ :

$$I_k / g = I / g + U$$

Тому що  $I / g = r$  - внутрішній опір еквівалентного джерела е.р.с, те  $I_k r = I r + U$ .

Але  $I_k r = E$  - е.р.с. еквівалентного джерела;  $I r$  - спадання напруги у внутрішньому опорі, тому  $E = U + I r$ .

## 8 Загальний випадок паралельного з'єднання джерел і приймачів електричної енергії

Висновки і формули, отримані раніше, можуть бути застосовані для розрахунку електричних кіл із двома вузловими точками, між якими утримується будь-як число паралельних галузей із джерелами і приймачами енергії, у тому числі і такі галузі, що мають кілька елементів, з'єднаних послідовно (наприклад, схема мал. 4.9).

Порядок розрахунку таких кіл, що передбачає попереднє визначення напруги

між вузловими точками, називається методом вузлової напруги.

Для застосування цього методу повинні бути задані е.р.с. джерел і провідності галузей (останні можна визначити, якщо задані опори елементів кожної галузі).

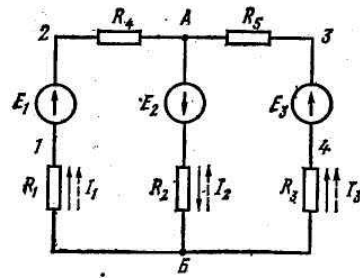


Рис. 4.9. Схема з двома вузлами

У загальному випадку струми в галузях і е.р.с. можуть мати різний напрямок, тому при визначенні вузлової напруги потрібно взяти алгебраїчну суму добутків  $EG$  і формула (4.19) матиме вигляд

$$U_{AB} = \frac{\sum EG}{\sum G} \quad (4.21, a)$$

Знак е.р.с. встановлюється відповідно до позитивного напрямку струмів у галузях, що вибирається довільно, але однаково для всіх галузей (наприклад, від Б до А)..

Е.р.с. галузі вважається позитивною, якщо її напрямок збігається з позитивним напрямком струму. У іншому випадку е.р.с. підставляють зі знаком мінус у формулу (4.21,а) і також при визначенні струмів по формулах (4.20).

*Метод еквівалентних опорів застосовується для розрахунку таких електричних кіл, у яких є пасивні елементи, включені між собою послідовно, паралельно або за змішаною схемою.*

### 9 Визначення еквівалентних опорів

На схемі мал. 4.10,а опори  $R_3$  і  $R_4$  включені послідовно: між ними (у точці 3) немає відгалуження зі струмом, тому  $I_3 = I_4$ . Ці два опори можна замінити одним (еквівалентним), визначивши його як суму  $R_3 + R_4 = R_{34}$ .

Після такої заміни виходить більш проста схема (мал. 4.10, б). Опори  $R_2$  і  $R_{34}$  з'єднані паралельно, їх можна замінити одним (еквівалентним), визначивши його за формулою (4.16):

$$R_{24} = R_2 R_{34} / (R_2 + R_{34});$$

і одержати більш просту схему (мал. 4.10, в).

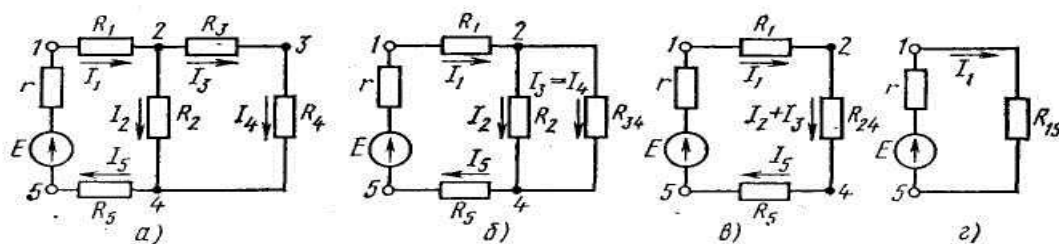


Рис. 4.10. До методу еквівалентних опорів

У схемі мал. 4.10, в опори  $R_1, R_{2,4}, R_5$  з'єднані послідовно. Замінивши ці опори

одним (еквівалентним) опором між крапками 1 і 5, одержимо найпростішу схему (мал. 4.10, г).

Подібними перетвореннями схему змішаного з'єднання пасивних елементів з одним джерелом енергії в більшості випадків можна привести до найпростішої схеми. У більш складних схемах методом еквівалентних опорів досягається спрощення, що значно полегшує розрахунок.

### **10 Визначення струмів**

У найпростішій схемі (мал. 4.10, г) струм  $I$  визначається за законом Ома з використанням формули (4.17). Струми в інших галузях первісної схеми визначають, переходячи від схеми до схеми в зворотному порядку.

Зі схеми мал. 4.10, у видно, що

$$I_5 = I_1 = I_2 + I_3.$$

Крім того, напруга між точками 2 і 4:

$$U_{24} = I_1 R_{24}$$

Знаючи цю напругу, легко визначити струми  $I_2$  і  $I_3 = I_4$ :

$$I_2 = U_{24} / R_2; \quad I_1 = I_4 = U_{24} / R_{34};$$

Після визначення струмів  $I_1$  і  $I_5$  напруга  $U_{2,4}$  можна знайти як різниця потенціалів між точками 2 і 4. Для цього припустимо, що  $U_4$  відома (наприклад, рівна нулеві), а  $U_2$  знайдемо так само, як при побудові потенційної діаграми, обійшовши від точки 4 нерозгалужена ділянка кола зі струмом  $I_1 = I_5$ :

$$U_2 = U_4 - I_5 R_5 + E - I_1 r - I_1 R_1;$$

$$U_{24} = V_2 - V_4 = E - I(R_5 + r + R_1).$$

## **ЛЕКЦІЯ №13**

### **ТЕМА: МЕТОД ПЕРЕТВОРЕННЯ ТРИКУТНИКА І ЗІРКИ ОПОРІВ.**

**Мета:** оволодіти знаннями про перетворення трикутника опорів в еквівалентну зірку

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### **План**

- 1 Перетворення трикутника і зірки опорів.**
- 2 Трикутник і зірка опорів**
- 3 Перетворення трикутника опорів в еквівалентну зірку.**
- 4 Перетворення зірки опорів в еквівалентний трикутник**

**1 Перетворення трикутника і зірки опорів.**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

Пасивні елементи в електричних колах з'єднуються не тільки послідовно або паралельно. У багатьох схемах можна виділити групи з трьох елементів, що утворюють трикутник або зірку опорів.

При розрахунку подібних кіл спрощення схем виконують відомим методом еквівалентних опорів, але попередньо проводять перетворення трикутника опорів в еквівалентну зірку або навпаки.

## 2 Трикутник і зірка опорів

Розглянемо як приклад схему мал. 4.11 а.

У цій схемі немає елементів, з'єднаних послідовно або паралельно, але є замкнуті контури з трьох опорів (трикутники опорів), причому точки, що розділяють кожен пару суміжних опорів, є вузловими.

До вузлових точок  $a, b$ , із приєднаний трикутник опорів  $R_{ab}, R_{bc}, R_{ca}$ . Його можна замінити еквівалентною трипроменевою зіркою опорів  $R_a, R_b, R_c$  (на малюнку зображені штриховими лініями), приєднаних з однієї сторони до тих же точок  $a, b, c$ , а з іншої - у загальній (вузловий) точці  $e$ .

Зміст заміни стає зрозумілим при розгляді еквівалентної схеми 4.11,б, де опору  $R_b$  і  $R_{bd}$  з'єднані між собою послідовно, так само як і опори  $R_c$  і  $R_{dc}$ . Дві вітки між вузловими точками  $e$  і  $d$  з цими парами опорів з'єднані паралельно. Відповідними перетвореннями схему можна привести до найпростішого виду.

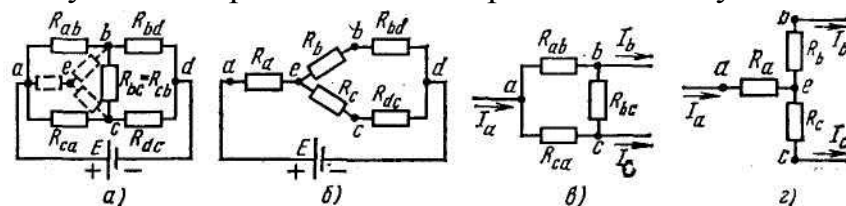


Рис. 4.11. Перетворення трикутника опорів в еквівалентну зірку.

## 3 Перетворення трикутника опорів в еквівалентну зірку.

Заміна трикутника опорів еквівалентною зіркою і навпаки здійснюється за умови, що така заміна не змінює потенціалів вузлових точок  $a, b, c$ , що є вершинами трикутника й еквівалентної зірки.

Одночасно припускають, що в іншій частині схеми, не порушеної перетворенням, режим роботи не змінюється (не міняються струми, напруги, потужності). Для доказу можливості переходу від трикутника до зірки і навпаки розглянемо схеми мал. 4.11, в, г.

Ці схеми залишаються еквівалентними для всіх режимів, у тому числі і для режиму, при якому  $I_a = 0$ , що відповідає обривові загального проводу, що веде до

точки а. У цьому випадку в схемі трикутника між точками в і с включені паралельно дві вітки з опорами  $R_{bc}$  і  $R_{ab} + R_{ca}$ .

Загальний опір між цими крапками  $R_{bc} (R_{ab} + R_{ca}) / (R_{bc} + R_{ab} + R_{ca})$ .

У схемі зірки між точками в і с включені послідовно опори  $R_b$  і  $R_c$ . Загальний опір між цими точками  $R_b + R_c$ .

За умовами еквівалентності напруга між крапками в і с і струми  $I_b$  і  $I_c$  в обох схемах повинні бути однаковими. Отже, і опори між точками в і с в обох схемах однакові, тобто.

$$R_b + R_c = R_{bc} (R_{ab} + R_{ca}) / (R_{bc} + R_{ab} + R_{ca}).$$

Вважаючи  $I_b = 0$ , а потім  $I_c = 0$ , одержимо:

$$R_c + R_a = R_{ca} (R_{bc} + R_{ab}) / (R_{ab} + R_{bc} + R_{ca});$$

$$R_a + R_b = R_{ab} (R_{ca} + R_{bc}) / (R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}).$$

Спільний розв'язок трьох отриманих рівнянь приводить до наступних виразів, що служать для визначення опорів трипроменевої зірки по відомих опорах еквівалентного трикутника:

$$\begin{aligned} R_a &= R_{ab} R_{ca} / (R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}) ; \\ R_b &= R_{bc} R_{ab} / (R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}) ; \\ R_c &= R_{ca} R_{bc} / (R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}); \end{aligned} \quad (4.22)$$

#### 4 Перетворення зірки опорів в еквівалентний трикутник

Для розрахунку деяких схем застосовується перетворення трипроменевої зірки в еквівалентний трикутник, що показано на мал. 4.12, а, де схема взята така ж, як на мал. 4.11, а.

При цьому для визначення параметрів трикутника по заданих параметрах зірки користуються формулами, що записані стосовно до схем мал. 4.12, а, б:

$$\begin{aligned} G_{ad} &= G_a G_d / (G_a + G_d + G_c) ; \\ G_{dc} &= G_d G_c / (G_a + G_d + G_c) ; \\ G_{ca} &= G_c G_a / (G_a + G_d + G_c) \end{aligned} \quad (4.23)$$

де  $G_{ad}$ ;  $G_{dc}$ ;  $G_{ca}$  - провідності сторін трикутника;  $G_a$ ;  $G_d$ ;  $G_c$  - провідності променів зірки.

Знаючи провідності, неважко визначити опори трикутника, якщо це необхідно.

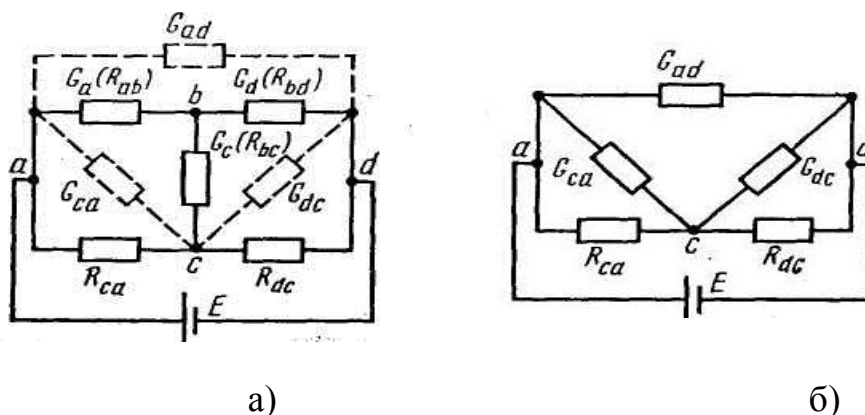


Рис. 4.12. Перетворення трипроменевої зірки в еквівалентний трикутник

## Лекція 14

### Тема: Метод контурних струмів

**Мета:** оволодіти знаннями про методи розрахунку електричних кіл

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

1 Призначення методу

2 Правила складання рівнянь

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

1 Призначення методу

Цей метод є похідним від методу, який побудовано на безпосередньому застосуванні законів Кірхгофа.

***Контурний струм — це фіктивний струм, який приписується якому-небудь контуру і що проходить по всім гілкам цього контура.***

Кількість контурних струмів визначається структурою конкретного електричного кола. При цьому контури обираються довільно, але вони повинні бути незалежними, тобто кожний черговий контур повинен містити хоча б одну вітку, яка не входить до інших контурів, а в підсумку не повинно залишитися віток, по яких не пройшов хоча б один контурний струм. Напрямок струму кожного контура вибирається довільно, а напрямок обходу контура — за напрямком його струму.

## 2 Правила складання рівнянь

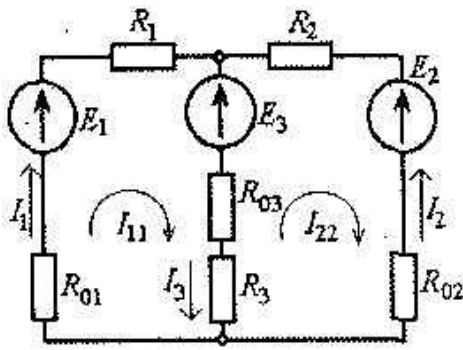


Рис. 2.12

Для кожного контура складається рівняння за другим законом Кірхгофа. При цьому для суміжних віток, що входять до складу двох або більше контурів, спади напруг записуються від усіх контурних струмів зі своїми знаками. Так для кола, зображеного на рис. 2.12, із заданими ЕРС  $E_1, E_2, E_3$ , внутрішніми опорами  $R_{01}, R_{02}, R_{03}$  і параметрами споживачів  $R_1, R_2, R_3$  запишемо таку систему рівнянь для контурних струмів  $I_{11}$  і  $I_{22}$ :

$$(R_1 + R_{01} + R_3 + R_{03})I_{11} - (R_3 + R_{03})I_{22} = E_1 - E_3;$$

$$(R_2 + R_{02} + R_3 + R_{03})I_{22} - (R_3 + R_{03})I_{11} = E_3 - E_2.$$

Результатом розв'язання цієї системи є контурні струми  $I_{11}$  і  $I_{22}$ .

Дійсні струми у вітках визначаються як алгебраїчна сума контурних струмів, що проходять по вітці, яка розглядається (позитивні напрямки задають дійсні струми, а контурні струми одного напрямку з дійсними струмами беруться зі знаком «+», струми протилежного напрямку — зі знаком «-»). У даному разі на рис. 2.12 маємо дійсні струми  $I_1 = I_{11}$ ;  $I_2 = -I_{22}$ ;  $I_3 = I_{11} - I_{22}$ .

У загальному випадку, для будь-якого складного кола, що має  $n$  контурних струмів, можна скласти формалізовану систему рівнянь:

$$\begin{cases} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} + I_{33}R_{13} + \dots + I_{kk}R_{1k} + \dots + I_{nn}R_{1n} = E_{11}; \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} + I_{33}R_{23} + \dots + I_{kk}R_{2k} + \dots + I_{nn}R_{2n} = E_{22}; \\ I_{11}R_{31} + I_{22}R_{32} + I_{33}R_{33} + \dots + I_{kk}R_{3k} + \dots + I_{nn}R_{3n} = E_{33}; \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ I_{11}R_{k1} + I_{22}R_{k2} + I_{33}R_{k3} + \dots + I_{kk}R_{kk} + \dots + I_{nn}R_{kn} = E_{kk}; \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ I_{11}R_{n1} + I_{22}R_{n2} + I_{33}R_{n3} + \dots + I_{kk}R_{nk} + \dots + I_{nn}R_{nn} = E_{nn}. \end{cases}$$

Тут  $k$  — змінний номер контурів;  $R_{11}, R_{22}, R_{33}, \dots, R_{kk}, \dots, R_{nn}$  — власні опори контурів, які дорівнюють сумі опорів усіх елементів, що входять у даний контур;  $R_{ik} = R_{ki}$  — взаємні опори — це сумарні опори у відповідних суміжних вітках, тобто, наприклад, у вітці, що входить і в  $i$ -й, і в  $k$ -й контури.

Взаємні опори записуються зі знаком «+», коли контурні струми в них збігаються за напрямком, у протилежному випадку — зі знаком «-».

$E_{11}, E_{22}, E_{33}, \dots, E_{kk}, \dots, E_{nn}$  — контурні ЕРС, кожна з яких дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС відповідного контура. При цьому знак кожної ЕРС, яка входить до контура, визначається напрямком його обходу: ЕРС позитивна, якщо напрямок її збігається з обходом контура, негативна — якщо не збігається.

Як вже було зазначено, розв'язання системи алгебраїчних рівнянь яким-небудь математичним методом дає шукані контурні струми  $I_{11}, I_{22}, I_{33}, \dots, I_{kk}, \dots, I_{nn}$ . І вже через контурні струми знаходяться дійсні струми в будь-якій із віток кола.

**Приклад 4.** На рис. 2.13 подано електричну схему заміщення кола постійного струму. Вона має параметри: ЕРС джерел  $E_1 = 83$  В;  $E_2 = 61$  В; опори резистивних елементів  $R_1 = 1$  Ом;  $R_2 = 3$  Ом;  $R_3 = 10$  Ом;  $R_4 = 2$  Ом;  $R_5 = 9$  Ом;  $R_6 = 37$  Ом. Визначити струми у всіх вітках кола.

**Розв'язання.** Використаємо метод контурних струмів і, відповідно, вкажемо напрямки контурних струмів  $I_{11}, I_{22}$  і  $I_{33}$  у трьох вибраних контурах (у поданій схемі цієї кількості контурів достатньо).

Запишемо три рівняння формалізованого вигляду для контурних струмів:

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} = E_{11}; \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} = E_{22}; \\ R_{31}I_{11} + R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} = E_{33}. \end{cases}$$

Підготуємо параметри, що входять до цієї системи.

Власні опори контурів — сума всіх опорів, що входять до відповідного контура:

$$\begin{aligned} R_{11} &= R_1 + R_4 + R_2 = 6 \text{ Ом}; \\ R_{22} &= R_2 + R_5 + R_3 = 22 \text{ Ом}; \\ R_{33} &= R_4 + R_5 + R_6 = 48 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Взаємні опори контурів — опори в суміжних вітках відповідних контурів. У цьому випадку вони мають знак «-», тому що контурні струми в суміжних вітках спрямовані назустріч один одному:

$$\begin{aligned} R_{12} &= R_{21} = -R_2 = -3 \text{ Ом}; \\ R_{13} &= R_{31} = -R_4 = -2 \text{ Ом}; \\ R_{23} &= R_{32} = -R_5 = -9 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

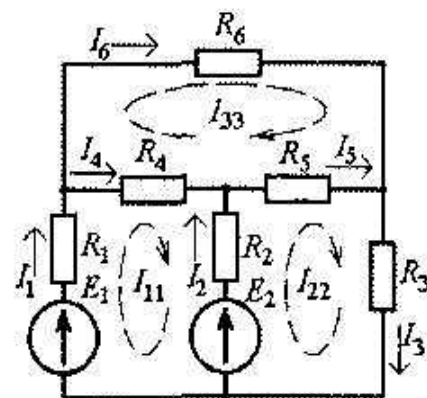


Рис. 2.13

Контурні ЕРС — алгебраїчні суми ЕРС у відповідних контурах, причому позитивний напрямок обходу задає напрямком контурного струму:

$$E_{11} = E_1 - E_2 = 22 \text{ В}; E_{22} = E_2 = 61 \text{ В}; E_{33} = 0.$$

Перепишемо систему рівнянь, підставивши знайдені значення власних і взаємних опорів контурів, а також контурних ЕРС:

$$\begin{cases} 6I_{11} - 3I_{22} - 2I_{33} = 22; \\ -3I_{11} + 22I_{22} - 9I_{33} = 61; \\ -2I_{11} - 9I_{22} + 48I_{33} = 0. \end{cases}$$

Розв'яжемо цю систему, використовуючи метод Крамера.

Загальний визначник системи (розкриваємо за елементами першого рядка):

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -3 & -2 \\ -3 & 22 & -9 \\ -2 & -9 & 48 \end{vmatrix} = \\ &= 6(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 22 & -9 \\ -9 & 48 \end{vmatrix} + (-3)(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} -3 & -9 \\ -2 & 48 \end{vmatrix} + (-2)(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} -3 & 22 \\ -2 & -9 \end{vmatrix} = \\ &= 6[22 \cdot 48 - (-9)(-9)] + 3[(-3) \cdot 48 - (-9)(-2)] - 2[-3(-9) - (-2)22] = \\ &= 5850 - 486 - 142 = 5222. \end{aligned}$$

Визначник для контурного струму  $I_{11}$ :

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} E_{11} & R_{12} & R_{13} \\ E_{22} & R_{22} & R_{23} \\ E_{33} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 22 & -3 & -2 \\ 61 & 22 & -9 \\ 0 & -9 & 48 \end{vmatrix} = \\ &= 22(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 22 & -9 \\ -9 & 48 \end{vmatrix} + (-3)(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 61 & -9 \\ 0 & 48 \end{vmatrix} + (-2)(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 61 & 22 \\ 0 & -9 \end{vmatrix} = 31332. \end{aligned}$$

Аналогічно знаходяться визначники для контурних струмів  $I_{22}$  і  $I_{33}$ :

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} R_{11} & E_{11} & R_{13} \\ R_{21} & E_{22} & E_{23} \\ R_{31} & E_{33} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 22 & -2 \\ -3 & 61 & -9 \\ -2 & 0 & 48 \end{vmatrix} = 20888.$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & E_{11} \\ R_{21} & R_{22} & E_{22} \\ R_{31} & R_{32} & E_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -3 & 22 \\ -3 & 22 & 61 \\ -2 & -9 & 0 \end{vmatrix} = 5222.$$

Розв'язком системи є контурні струми:

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{31332}{5222} = 6 \text{ А}; I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{20888}{5222} = 4 \text{ А}; I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{5222}{5222} = 1 \text{ А}.$$

Позначимо в схемі кола за рис. 2.13 напрямки дійсних струмів віток і визначимо їх (у кожній вітці враховуються контурні струми, які там проходять, причому позитивний напрямок задає дійсний струм):

$$I_1 = I_{11} = 6 \text{ А}; I_2 = -I_{11} + I_{22} = -2 \text{ А}; I_3 = I_{22} = 4 \text{ А};$$

$$I_4 = I_{11} - I_{33} = 5 \text{ А}; I_5 = I_{22} - I_{33} = 3 \text{ А}; I_6 = I_{33} = 1 \text{ А}.$$

Перевірка рішення за балансом потужностей:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2;$$

$$83 \cdot 6 + 61(-2) = 1 \cdot 6^2 + 3 \cdot (-2)^2 + 10 \cdot 4^2 + 2 \cdot 5^2 + 9 \cdot 3^2 + 37 \cdot 1^2;$$

$$376 \text{ Вт} = 376 \text{ Вт}.$$

Щоб підкреслити ефективність методу контурних струмів, зазначимо наступне. Використання методу на основі рівнянь, складених за законами Кірхгофа, потребує розв'язання системи із шести рівнянь. Тобто обсяг розрахункової роботи збільшився б у кілька разів.

## Лекція 15

### Тема: Метод вузлової напруги

**Мета:** оволодіти знаннями про методи розрахунку електричних кіл

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

1 Призначення метода

2 Приклад написання рівнянь

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

**1 Призначення метода**

Струм у гілці кола визначається різницею потенціалів між вузлами, до яких вона під'єднана, і не залежить від абсолютного значення потенціалів вузлів. Тому для визначення різниць потенціалів між вузлами схеми можна задатись (довільно) значенням потенціалу одного вузла і за цієї умови знайти потенціали решти вузлів. Як правило, вважають, що потенціал одного вузла дорівнює нулю. Цей вузол називають нульовим. Його прийнято позначати індексом "0". Для їх знаходження необхідно скласти систему рівнянь, порядок якої буде на одиницю менший від кількості вузлів. Метод розрахунку електричних кіл. у якому за невідомі приймаються вузлові напруги, називають методом вузлових напруг. Зауважимо, що напруга між А-им вузлом схеми і базовим (0) дорівнює різниці потенціалів між ним вузлом і базовим, тобто

$$U_{k0} = \varphi_k - \varphi_0 = \varphi_k - 0 = \varphi_k.$$

Метод вузлових напруг, як і метод контурних струмів, дає змогу значно знизити порядок системи рівнянь, яку необхідно складати для визначення струму гілок, і тим самим зменшити обсяг обчислень.

Кількість невідомих, а отже і кількість незалежних рівнянь у методі вузлових напруг дорівнює кількості рівнянь, які необхідно скласти для даної схеми за першим законом Кірхгофа. Визначивши вузлові напруги, знаходимо струми у

вітках електричного кола за законом Ома.

## 2 Приклад написання рівнянь

**Приклад 2.3.** Суть методу вузлових напруг розглянемо на прикладі електричного кола, схема якого зображена на рис.2.1.

Приймемо потенціал вузла  $d$  рівним нулю, тобто  $\varphi_d=0$ , тоді невідомими будуть потенціали  $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$ , інших трьох вузлів. Враховуючи (2.5), замість потенціалів вузлів, будемо користуватись вузловими напругами  $U_{ad}, U_{bd}, U_{cd}$ . Для складання системи рівнянь за методом вузлових напруг скористаємось записаними за першим законом Кірхгофа в п. 2.1 рівняннями. Струми у вітках схеми виразимо через вузлові напруги

$$\begin{aligned} I_1 &= G_1(E_1 - U_{ab}); \\ I_2 &= G_2(-E_2 + U_{ac}); \\ I_3 &= G_3U_{ad}; \\ I_4 &= -G_4U_{cd}; \\ I_5 &= G_5U_{bd}; \\ I_6 &= G_6U_{bc}, \end{aligned} \tag{2.6}$$

$$\text{де } G_1 = \frac{1}{R_1}; G_2 = \frac{1}{R_2}; G_3 = \frac{1}{R_3}; G_4 = \frac{1}{R_4}; G_5 = \frac{1}{R_5}; G_{67} = \frac{1}{R_6 + R_7}.$$

Підставивши отримані вирази у записані за першим законом Кірхгофа рівняння та врахувавши, що  $U_{ab} = U_{ad} - U_{bd}$ ,  $U_{ac} = U_{ad} - U_{cd}$ ,  $U_{bc} = U_{bd} - U_{cd}$ , отримаємо

$$\begin{aligned} G_{aa}U_{ad} - G_{ab}U_{bd} - G_{ac}U_{cd} &= I_{\kappa a}; \\ -G_{ba}U_{ad} + G_{bb}U_{bd} - G_{bc}U_{cd} &= I_{\kappa b}; \\ -G_{ca}U_{ad} - G_{cb}U_{bd} + G_{cc}U_{cd} &= I_{\kappa c}, \end{aligned} \tag{2.7}$$

де

$$\begin{aligned} G_{aa} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}; G_{bb} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_6 + R_7}; G_{cc} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6 + R_7}; \\ G_{ab} &= G_{ba} = \frac{1}{R_1}; G_{ac} = G_{ca} = \frac{1}{R_2}; G_{bc} = G_{cb} = \frac{1}{R_6 + R_7}. \end{aligned} \tag{2.8}$$

$$I_{kza} = E_1 \frac{1}{R_1} + E_2 \frac{1}{R_2}, \quad I_{kzb} = -E_1 \frac{1}{R_1} + J, \quad I_{kzc} = -E_2 \frac{1}{R_2} + E_4 \frac{1}{R_4} - J.$$

Розв'язавши систему рівнянь (2.7), знаходимо вузлові напруги  $U_{ad}$ ,  $U_{bd}$ ,  $U_{cd}$ , а на їх підставі за формулами (2.6) обчислимо струми віток.

У загальному випадку система рівнянь, складених за методом вузлових напруг, за умови, що базовий вузол має нульовий номер, можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} G_{11}U_{10} - G_{12}U_{20} - \dots - G_{1n}U_{n0} &= I_{kz1}, \\ &\vdots \\ -G_{m1}U_{10} - G_{m2}U_{20} - \dots + G_{mm}U_{m0} &= I_{kzm}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

де діагональні елементи  $G_{kk}$  – арифметичні суми провідностей віток, приєднаних до вузла  $k$ ;  $G_{jk} = G_{kj}$  – арифметичні суми провідностей віток, які з'єднують вузли  $j$  та  $k$ . Права частина  $I_{kzj}$  кожного  $j$ -го рівняння – це алгебраїчна сума струмів короткого замикання під'єднаних до  $j$ -го вузла віток. Для визначення останніх необхідно умовно закорочувати кожен віток і обчислювати струм короткого замикання за формулою

$$I_{kzj} = \sum_k G_k E_k + \sum_k J_k. \quad (2.10)$$

Добуток  $G_k E_k$  береться зі знаком "плюс", якщо ЕРС  $E_k$  спрямована до вузла, і "мінус" – у протилежному випадку. Аналогічне правило для знаків струмів  $J_k$ .

**Основні положення.** В рівняннях, складених за методом вузлових напруг невідомими є напруги між вузлом, який прийнятий за базовий, і рештою вузлів. Кількість рівнянь при цьому така, яку необхідно скласти за першим законом Кірхгофа, тобто на одиницю менша від кількості вузлів.

З метою кращого засвоєння особливостей розглянутих вище методів розрахунку електричних кіл наведемо приклад їх застосування до одного і того ж електричного кола.

## ЛЕКЦІЯ №16

### ТЕМА: МЕТОД НАКЛАДАННЯ СТРУМІВ.

**Мета:** оволодіти знаннями про методи розрахунку електричних кіл

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

- 1 Обґрунтування методу
- 2 Порядок розрахунку
- 3 Вхідні і взаємні провідності й опори
- 4 Коефіцієнти передачі напруги і струму

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

У деяких випадках розрахунок електричних кіл можна провести відносно просто, використовуючи принцип накладання.

Цей принцип застосовується тільки до лінійних систем, а в даному випадку - для розрахунку лінійних електричних кіл.

#### 1 Обґрунтування методу

Розглянемо як приклад схему мал. 5.1, а і складемо для неї систему рівнянь за законами Кірхгофа:

$$\begin{aligned} I_1 R_1 + I_3 R_3 &= E_1, \\ I_2 R_2 + I_3 R_3 &= E_2, \quad (5.3) \\ I_1 + I_2 &= I_3, \end{aligned}$$

Струм кожної вітки з цієї системи лінійних рівнянь визначається однозначно.

Розв'язок системи (5.3) дає вирази для струмів:

$$\begin{aligned} I_1 &= E_1 (R_2 + R_3) / A - E_2 R_3 / A, \\ I_2 &= E_2 (R_1 + R_2) / A - E_1 R_3 / A, \\ I_3 &= E_1 R_2 / A + E_2 R_1 / A, \end{aligned}$$

де  $A = R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3$ .

Як і варто очікувати, величини струмів визначаються дією усіх е.р.с, що є в схемі, тобто кожна е.р.с. вносить у величину струму кожної вітки свою визначену частину. Припустимо, що в схемі діє тільки е.р.с.  $E_1$ , а  $E_2 = 0$ . Тоді

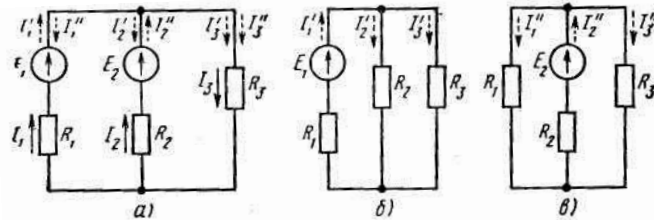


Рис. 5.1. К методу наложения токов

Одержимо величини струмів, що викликаються е.р.с.  $E_1$ :

$$I_1' = E_1 (R_2 + R_3) / A; \quad I_2 = E_1 R_3 / A; \quad I_3 = E_1 R_2 / A; \quad (5.5)$$

Припускаючи, що  $E_1 = 0$ , одержимо величини приватних струмів від дії е.р.с.  $E_2$ :

$$I_1'' = E_2 R_3 / A; \quad I_2' = E_2 (R_1 + R_3) / A; \quad I_3' = E_2 R_1 / A; \quad (5.6)$$

Для будь-якої схеми з лінійними елементами можна провести подібні міркування, з яких випливає метод розрахунку електричних кіл: визначаються приватні струми в вітках від дії кожної е.р.с; дійсний струм кожної вітки дорівнює алгебраїчній сумі приватних струмів цієї вітки:

$$I_k = \sum I_k^{(n)}, \quad \text{де } I_k^{(n)} \text{ - } k\text{-й струм вітки від } n\text{-й е.р.с.}$$

## 2 Порядок розрахунку

1. На основі вихідної схеми складають приватні розрахункові схеми (мал. 5.1, б, в), у кожній з яких діє тільки одна е.р.с.

Всі інші е.р.с. виключають і від кожного джерела в схемі залишається тільки його внутрішній опір.

2. Будь-яким підходящим методом визначають струми в приватних схемах, що найчастіше виявляються відносно простими.

Для приватних схем (мал. 5.1, б, в) вираження для струмів, знайдені шляхом згортання, збігаються з (5.4), що були записані раніше з рівнянь Кірхгофа. Наприклад:

$$I_1' = E_1 / (R_1 + R_2 R_3 / (R_2 + R_3)) = (E_1 (R_2 + R_3)) / (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) = E_1 (R_2 + R_3).$$

3. Алгебраїчним додаванням (накладенням) приватних струмів визначають струми у вихідній схемі. У розглянутому прикладі

$$I_1 = I_1' - I_1''; \quad I_2 = -I_2' + I_2''; \quad I_3 = I_3' + I_3''.$$

При визначенні загальних струмів необхідно правильно врахувати напрямки приватних струмів: у вихідній схемі намічають умовно-позитивні напрямки струмів у вітках. Приватний струм вважають позитивним, якщо він спрямований однаково з позитивним струмом у тій же вітці вихідної схеми. Приватний струм протилежного напрямку вважають негативним.

При такому підході загальні струми в вітках вихідної схеми можуть вийти позитивними або негативними. В останньому випадку треба змінити напрямок струму і вважати його позитивним у подальших розрахунках.

### 3 Вхідні і взаємні провідності й опори

У рівностях (5.4) множники при е.р.с. мають розмірність провідності. Позначивши їх як провідності, одержимо

$$\begin{aligned} I_1 &= G_{11} E_1 - G_{12} E_2, \\ I_2 &= G_{22} E_2 - G_{21} E_1, \\ I_3 &= G_{31} E_1 - G_{32} E_2, \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} \text{Де} \quad G_{11} &= (R_2 + R_3) / A; \quad G_{22} = (R_1 + R_3) / A; \quad G_{12} = G_{21} = R_3 / A \\ G_{31} &= R_2 / A; \quad G_{32} = R_1 / A; \end{aligned}$$

Коефіцієнти з однаковими індексами називають *вхідними провідностями віток* ( $G_{1.1}$ ;  $G_{2.2}$ ). Коефіцієнти з різними індексами називають *взаємними провідностями віток* ( $G_{1.2}$ ;  $G_{2.1}$ ;  $G_{3.1}$ ;  $G_{3.2}$ ).

Якщо припустити, що е.р.с.  $E_2 = 0$ , з рівностей системи (5.4) одержимо:

$$I_1' = G_{1.1} E_1; \quad I_2' = G_{2.1} E_1; \quad I_3' = G_{3.1} E_1,$$

$$\text{а при } E_1 = 0 \quad I_2'' = G_{2.2} E_2; \quad I_1'' = G_{1.2} E_2; \quad I_3'' = G_{3.2} E_2.$$

З цих виразів випливає: *вхідна провідність будь-якої вітки дорівнює відношенню струму до е.р.с. цієї вітки, якщо е.р.с. у всіх інших вітках прийняті рівними нулеві; вхідний опір - величина, обернена до вхідної провідності:*

$$G_{nn} = I/E_n; \quad R_{nn} = 1/G_{nn}. \quad (5.9)$$

*Взаємна провідність двох будь-яких віток дорівнює відношенню струму в одній вітці до е.р.с. в іншій вітці, якщо е.р.с. у всіх інших вітках прийняті рівними нулеві; взаємний опір - величина, обернена до взаємної провідності:*

$$G_{kn} = I_k/E_n; \quad R_{kn} = 1/G_{kn}, \quad (5.10)$$

причому  $G_{kn} = G_{nk}$ .

Вхідні і взаємні провідності й опори можна визначити розрахунком, використовуючи приватні схеми, або знайти шляхом вимірів. Після цього неважко знайти струми в вітках, склавши рівності типу (5.8).

### 4 Коефіцієнти передачі напруги і струму

Режим електричного кола в деяких випадках характеризується коефіцієнтами передачі напруги і струму. Найчастіше вони застосовуються до кіл, що містять одне джерело е.р.с. (мал. 5.2, а) або одне джерело струму (мал. 5.2, б).

Коефіцієнт передачі напруги дорівнює відношенню напруги на затискачах приймача до напруги джерела е.р.с, що діє в колі:

$$K_U = U_2 / U_1.$$

Коефіцієнт передачі струму дорівнює відношенню струму в приймачі до струму джерела струму, що діє в колі:

$$K_i = I_2 / I_1. \quad (5.11)$$

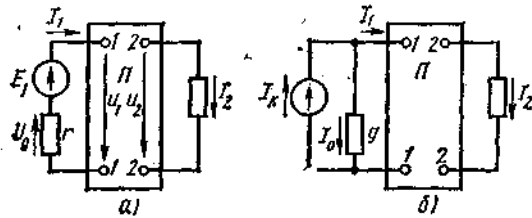


Рис 5.2. До питання про коефіцієнти передачі напруг і струмів

## ЛЕКЦІЯ №17

### Тема: Метод еквівалентного генератора

**Мета:** оволодіти знаннями про методи розрахунку електричних кіл

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

1 Обґрунтування методу

2 Визначення ерс і внутрішнього опору еквівалентного генератора

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

У практичних розрахунках часто немає необхідності знати режими роботи всіх елементів складного кола, але ставиться задача досліджувати режим роботи однієї визначеної галузі.

Для визначення струму, напруги, потужності цієї галузі можна скористатися одним з раніше описаних методів розрахунку.

При розрахунку складного електричного кола приходиться виконувати значну обчислювальну роботу навіть у тому випадку, коли потрібно визначити струм в одній гілці. Обсяг цієї роботи в кілька разів збільшується, якщо необхідно установити зміну струму, напруги, потужності при зміні опору даної гілки, тому що обчислення потрібно проводити кілька разів, задаючи різними величинами опору.

Розв'язок такої задачі значно спрощується при використанні методу еквівалентного генератора.

**1 Обґрунтування методу**

Досліджувана галузь з опором  $R_{аб}$  (рис, 5,5, а) приєднується до іншої частини схеми (усередині прямокутника А) у двох точках а і б. Цю частину схеми можна розглядати щодо досліджуваної галузі як джерело з деякої еквівалентної ерс. Еек і деяким еквівалентним внутрішнім опором  $r_{ек}$  (мал. 5,5 б). Таке умовне джерело енергії

називаєте еквівалентним генератором або активним двухполюсником (А). Якщо в частині схеми, що відноситься, до двухполюснику, немає джерел енергії; то двухполюсник називається пасивним (П).

Струм у досліджуваній гілці можна знайти в еквівалентній схемі (мал. 5.5, б) по відомій формулі (3.15);

$$I_{ab} = E_{эк} / (r_{эк} + R_{аб})$$

Таким чином, рішення задачі по визначенню струму  $I_{аб}$  зводиться до визначення э.д.с.  $E_{эк}$ ; еквівалентного генератора і його внутрішнього опору  $r_{эк}$ , що називається також вхідним опором активного двухполюсника.

Після визначення  $E_{эк}$  і  $r_{эк}$  подальше дослідження режиму роботи гілки аб при зміні опору  $R_{аб}$ , не вимагає громіздких обчислень, тому що ерс  $E_{эк}$  і внутрішній опір  $r_{эк}$  еквівалентного генератора не змінюються. Тік у галузі аб визначають по формулі (5.12) для будь-якого значення  $R_{аб}$ .

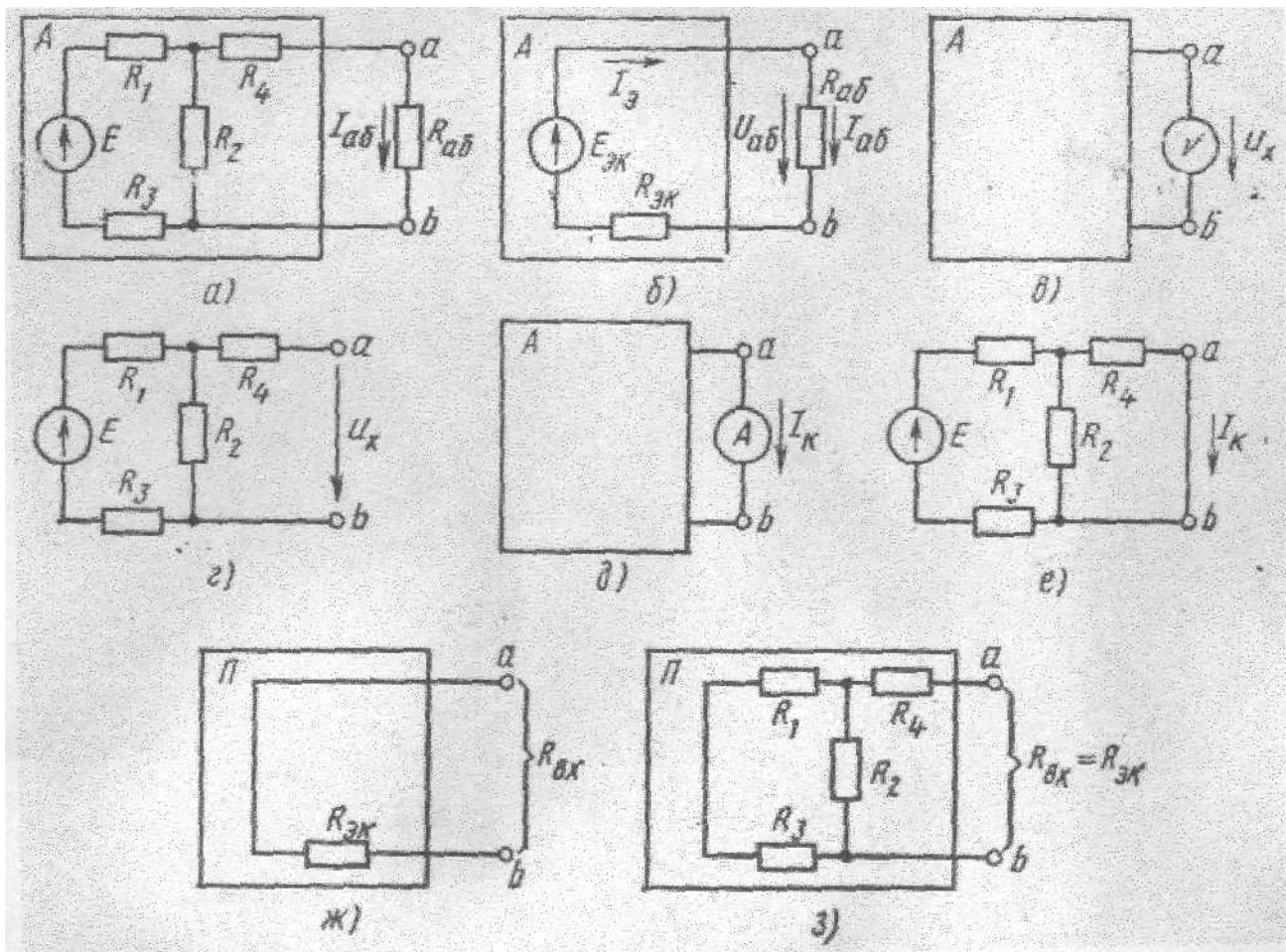


Рис. 5.5. До методу еквівалентного генератора

## 2 Визначення э.д.с. і внутрішнього опору еквівалентного генератора

Для визначення ці величі розглянемо два крайні режими еквівалентного генератора - режим холостого ходу і режим короткого замикання.

Від'єднаємо досліджувану гілку  $R_{ab}$  у точках а і б, тоді еквівалентний генератор буде знаходитися в режимі холостого ходу.

Напруга холостого ходу  $U_x$  на його зовнішніх затисках а і б відповідно до схеми, представленої на мал. 5,5, б дорівнює еквівалентної ерс :

$$E_{\text{эк}} = U_x.$$

Напруга холостого ходу  $U_x$  можна вимірити (мал. 5.5, в) або визначити за допомогою розрахунку (мал. 5.5, г). Для розглянутого кола

$$U_x = IR_2 = ER_2 / (R_1 + R_2 + R_3).$$

Опір  $R_4$  у розрахунок не ввійшов, тому що при відключеному опорі  $R_{ab}$  струм в опорі  $R_4$  теж дорівнює нулеві.

Опір  $r_{\text{эк}}$  еквівалентного генератора можна визначити, використовуючи режим короткого замикання.

У режимі короткого замикання еквівалентного генератора (мал. 5.5, б) струм короткого замикання  $I_k$  виражається відношенням

$$I_k = E_{\text{эк}} / r_{\text{эк}}.$$

Звідси

$$r_{\text{эк}} = E_{\text{эк}} / I_k = U_x / I_k.$$

Для виміру струму  $I_k$  можна застосувати схему, зображену на рис, 5.5, д, якщо коротке замикання між точками а і б реального кола не викликає небезпечного збільшення струмів у її елементах. При наявності такої небезпеки потрібно вимірити струм  $I_{ab}$  навантаження еквівалентного генератора і спадання напруги  $U_{ab}$  у навантажувальному опорі  $R_{ab}$  (мал. 5.5, б), а внутрішній опір

$$r_{\text{эк}} = (E_{\text{эк}} - U_{ab}) / I_{ab} = (U_x - U_{ab}) / I_{ab}.$$

Струм  $I_k$  можна визначити застосувавши один з відомих методів розрахунку. Для розглянутого приклада розрахункова схема приведена на рис, 5,5,, е.

Однак визначення  $I_k$  може виявитися громіздким, тому в складних схемах  $r_{\text{эк}}$  визначається як вхідний опір пасивного двухполюсника між точками а і б.

Для того щоб одержати розрахункову схему для визначення  $r_{\text{эк}}$ , потрібно усі ерс, активного двухполюсника прийняти рівними нулеві, замкнувши накоротко точки кола, до яких приєднані джерела цих ерс. Тоді активний двухполюсник перетворюється в пасивний.

Справедливість цього прийому впливає зі схеми, представленої з рис, 5,5, б; при  $E_{\text{эк}} = 0$  опір  $r_{\text{эк}}$  є вхідним опором цієї схеми. Таким чином, вхідний опір пасивного двухполюсника  $R_{вх}$  із боку затисків а і б (мал. 5.5, ж) визначає внутрішній опір  $r_{\text{эк}}$  еквівалентного генератора.

Рівність  $E_{\text{эк}} = 0$  відповідає тому, що усі э.д. с. активного двухполюсника дорівнюють нулеві, тому розрахункова схема для визначення  $r_{\text{эк}}$  має вигляд як на

$$r_{эк} = \frac{(R_1 + R_3) R_2}{R_1 + R_3 + R_2} + R_4.$$

## Лекція №18

**Тема: Еквівалентні схеми найпростіших нелінійних кіл**

**Мета: оволодіти знаннями про методи розрахунку нелінійних електричних кіл**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

**1 Види нелінійних елементів**

**2 Основні параметри нелінійних елементів**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

### Види нелінійних елементів

Нелінійними називають елементи електричних кіл, параметри яких  $R$ ,  $L$ ,  $C$  залежать від режиму роботи кола. Електричні кола, в складі яких є нелінійні елементи, називають нелінійними.

На рис. 1.39 показані вольт-амперні характеристики деяких нелінійних елементів і, для порівняння, вольт-амперна характеристика лінійного елемента 1.

Крива 2 зображує вольт-амперну характеристику (ВАХ) лампи розжарювання з металевою ниткою. Чим більший струм протікає через нитку, тим вища її температура, тим більшим стає її опір.

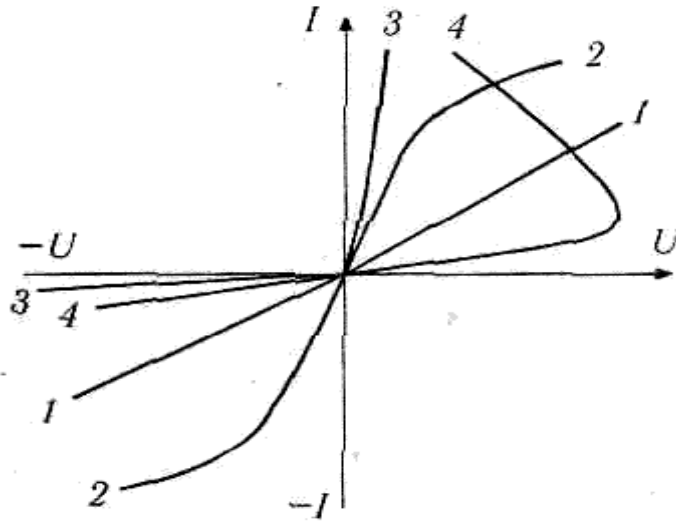


Рис. 1.39

Крива 3 зображує ВАХ напівпровідникового, випрямного діода. Такі діоди широко використовують для перетворення змінного струму в постійний.

Крива 4 зображує ВАХ електричної дуги з різнорідними електродами. Подібну характеристику мають деякі терморезистори (резистори, опір яких є функцією температури).

Всі керовані напівпровідникові прилади (транзистори, тиристри), а також електронні лампи також мають нелінійні ВАХ. Нелінійні елементи знайшли широке використання у пристроях для перетворення змінних струмів у постійні, в електронних стабілізаторах напруги й струму, підсилювачах, генераторах сигналів різної форми.

## 2 Основні параметри нелінійних елементів

Лінійний резистор характеризується одним параметром —  $R$ . Нелінійний резистор характеризують двома параметрами — статичним опором  $R_{ст}$  та диференціальним опором  $R_{диф}$ .

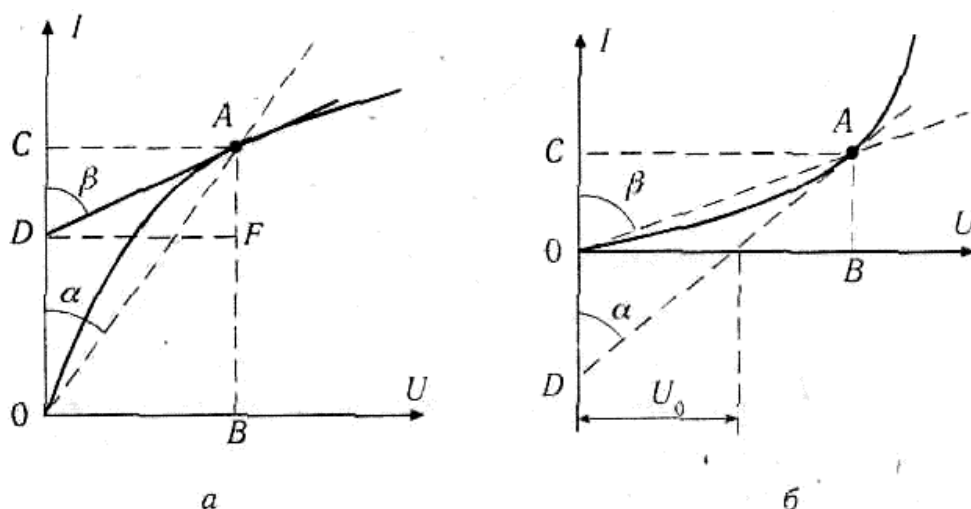


Рис. 1.40

На рис. 1.40 показана опукла (1.40, а) та угнута (1.40, б), ВАХ нелінійних елементів. Для точки А цих характеристик статичний опір можна визначити як

$$R_{ст} = \frac{U}{I} = \frac{m_u \cdot AC}{m_i \cdot OC} = m_R \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Тут  $m_u$ , В/см та  $m_i$ , А/см — масштабні коефіцієнти.  $R_{ст}$  є, статичний опір нелінійного елемента для заданого режиму роботи, наприклад у точці А ВАХ, визначається за законом Ома по напрузі і струму в елементі в цьому режимі:

$$R_{ст} = \frac{U}{I}.$$

Диференційний опір  $R$  для заданої точки ВАХ визначають як відношення прирощень напруги та струму в цій точці. Наприклад для точки А

$$R_{диф} = \frac{dU}{dI} = \frac{m_u \cdot CA}{m_i \cdot CD} = m_R \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

Для нелінійного елемента з опуклою ВАХ (рис. 1.40, а)  $R_{диф} > R_{ст}$ ,  $\operatorname{tg} \beta > \operatorname{tg} \alpha$ , а для елемента з угнутою ВАХ (рис. 1.40, б)  $R_{диф} < R_{ст}$ ,  $\operatorname{tg} \beta < \operatorname{tg} \alpha$ . Чим більша різниця між  $R_{диф}$  та  $R_{ст}$ , — тим більша нелінійність ВАХ елемента. Для початкової частини обох ВАХ на рис. 1.40 а, б (у точці "а")  $R_{диф} \approx R_{ст}$ .

На відміну від статичного опору диференційний опір може мати від'ємне значення. Наприклад, для верхньої частини ВАХ електричної дуги, зображеної на рис. 1.39 кривою електричної дуги, зображеної на рис. 1.39 кривою 4, диференційний опір

$$R_{диф} = \frac{dU}{dI} < 0, \text{ оскільки прирощенню напруги відповідає зменшення струму.}$$

## Лекція №19

### Тема: Закон Ампера. Магнітна індукція

**Мета:** оволодіти знаннями про магнітне поле

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

1 Закон Ампера.

2 Магнітна індукція

3 Лінії магнітної індукції

4 Провідник зі струмом у магнітному полі

## Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:

Плакати, картки, проектор.

### Література:

3 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

4 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

5 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

6 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

Магнітне поле оточує рухомі елементарні частинки, які володіють електричним зарядом, і пов'язане з ними. У провіднику зі струмом і просторі довкола нього магнітне поле створюється цим струмом, а усередині й поза намагніченим тілом (постійного магніту) - внутрішньоатомним і внутрімолекулярним рухом елементарних заряджених частинок (наприклад, обертанням електронів навколо власної осі і ядра атома).

*Магнітне поле характеризується впливом на електрично заражену частинку, що рухається із силою, пропорційної заряду частинки і її швидкості.*

Магнітне поле виявляється завдяки магнітним явищам: притяганню й відштовхуванню провідників зі струмами або намагніченими тілами, дії провідника зі струмом на магнітну стрілку, електромагнітної індукції.

В основі цих явищ лежить характерна властивість магнітного поля - силова дія на заряджені частинки, що рухаються. Сили взаємодії магнітного поля із зарядженими частинками, що рухаються (струмами) називаються електромагнітними.

Вивчення магнітних явищ і розрахунки, пов'язані з їхнім використанням, неможливі без кількісної оцінки магнітного поля.

Вибираючи необхідну для цього величину, можна виходити із силової взаємодії двох провідників зі струмами.

### **1 Закон Ампера**

Досвід показує, що на кожний із двох провідників діють сили, що притягують один одного провідники з однаковим напрямком струмів і відштовхуються із протилежними напрямками струмів (мал. 8.1)

Магнітні поля, обумовлені кожним зі струмів, розподілені в одній і тій же області простору. Тому відповідно до принципу накладання можна вважати, що обидва провідники оточені загальним магнітним полем, що виходить у результаті накладення двох полів. Кожне поле зв'язане зі своїм струмом, коли відповідний провідник відокремлений.

У такому випадку притягання або відштовхування провідників потрібно розглядати як результат силової дії загального магнітного поля на заряджені частинки, що утворюють струм у кожному із провідників. Кількісні співвідношення для цього випадку визначені законом Ампера, відповідно до якого силова дія магнітного поля на заряджені частинки, що рухаються, розглядається як взаємодія двох елементів лінійного струму.

*Величина сили взаємодії між двома елементами лінійних струмів у вакуумі пропорційна добутку елементів лінійних струмів й обернено пропорційна квадрату відстані між ними.*

Елементом лінійного струму називається добуток  $I dl$ , де  $dl$  - довжина ділянки провідника зі струмом  $I$ , досить мала (так само як і діаметр провідника) у порівнянні з відстанню від нього до точок, у яких розглядається магнітне поле струму  $I$ .

Якщо елементи лінійних струмів розташовані паралельно, то сила взаємодії між ними

$$dF_M = \frac{\mu_0 I_1 dl_1 I_2 dl_2 \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad (8.1)$$

де  $I_1 dl_1; I_2 dl_2$  - елементи лінійних струмів;  $r$  — відстань між елементами;  $\alpha$  - кут між напрямком одного з елементів лінійного струму й відрізком прямий  $r$ , проведеним від цього елемента до іншого;  $\frac{\mu_0}{4\pi}$  - коефіцієнт пропорційності, величина якого визначається залежно від системи одиниць. Чисельник цього коефіцієнта  $\mu_0$  називається магнітною постійною.

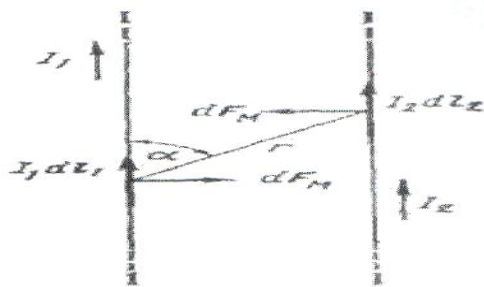


Рис. 8.1. До закону Ампера взаємодії між ними

В Міжнародній системі одиниць (СИ) магнітна постійна

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{генри}}{\text{метр}} \text{ (Гн / м);}$$

$$\text{генри} = \frac{\text{вольт - секунда}}{\text{ампер}} \text{ - одиниця } \underline{\text{індуктивності}}$$

Помітимо, що формула (8.1) і наступні формули стосовні до магнітного поля у вакуумі, справедливі й для магнітного поля в повітрі. Питання про застосування їх для інших середовищ докладно розглянутий в питанні «Індуктивність».

## 2 Магнітна індукція

Припустимо, що елемент лінійного струму  $I_2 dI_2$  настільки малий, що його поле практично не змінює поле струму  $I_1$ . Тоді цей елемент лінійного струму можна розглядати як пробний, призначений лише для реєстрації електромагнітної сили, що у цьому випадку є результатом дії магнітного поля першого струму на пробний елемент лінійного струму.

Величина струму  $I_1$  визначає інтенсивність магнітного поля: чим більший струм, тим «сильніше» його магнітне поле.

Для оцінки інтенсивності магнітного поля введено поняття магнітної індукції  $B$ .

Магнітна індукція - векторна величина, що характеризує магнітне поле й визначає силу, що діє на заряджену частинку, що рухається, з боку магнітного поля.

У чисельному вираженні магнітна індукція дорівнює відношенню сили, що діє на заряджену частинку, до добутку заряду  $Q$  і швидкості частинки  $v$ , спрямованої так, що ця сила максимальна:

$$B = F_M / Qv. \quad (8.2)$$

Напрямок вектора магнітної індукції перпендикулярний до векторів сили й швидкості й збігається з поступальним переміщенням правого гвинта (або буравчика), якщо обертати його в напрямку від вектора сили до вектора швидкості частинки з позитивним зарядом.

За якийсь час  $dt$ , згідно (2.2), заряд  $Q=Idt$ , а швидкість  $v = dl / dt$ , тому  $Qv = Idl$  - елемент лінійного струму.

З формули (8.1) треба

$$dB = \frac{dF_M}{I_2 dl_2} = \frac{\mu_0 I_1 dl_1}{4\pi r^2} \sin \alpha. \quad (8.3)$$

Магнітне поле провідником в навколишньому просторі створюється не тільки обраним елементом лінійного струму, але й іншими елементами, на які може бути розділений реальний провідник (мал. 8.2).

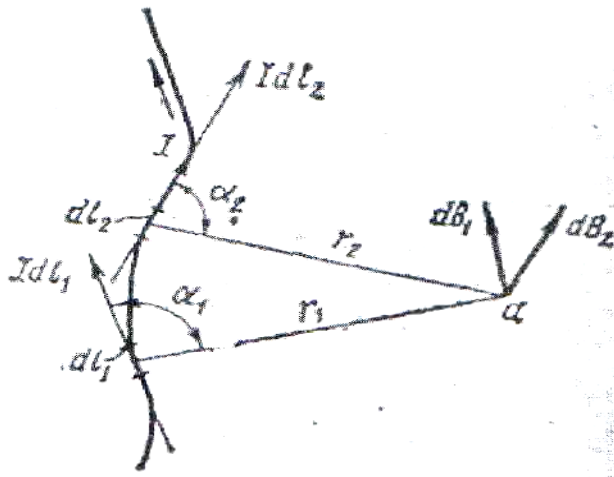


Рис. 8.2. До закону Біо - Савара

Магнітна індукція  $B$  у даній точці є векторною сумою елементарних векторів  $d$ .

Формула (8.3), за якою визначається елементарна магнітна індукція, є математичним виразом закону Біо -Савара.

Одиниця виміру магнітної індукції:

$$[dB] = \left[ \frac{dF_M}{I_2 dl_2} \right] = \frac{\text{ньютон}}{\text{ампер} \cdot \text{метр}} = \frac{\text{вебер}}{\text{метр}^2} = \text{тесла (Тл)}.$$

У розрахунках застосовується також одиниця магнітної індукції - гаус (Гс) ( $1 \text{ Гс} = 10^{-4} \text{ Тл}$ ).

### 3 Лінії магнітної індукції

Графічно магнітне поле можна зобразити за допомогою ліній магнітної індукції.

Лінію магнітної індукції проводять так, щоб у кожній точці цієї лінії дотична до неї збігалася з вектором магнітної індукції.

Користуючись цим правилом, можна зобразити магнітне поле для різних випадків.

Магнітне поле струму прямолінійного провідника має лінії магнітної індукції у вигляді окружностей, що лежать у площинах, перпендикулярних до напрямку струму, із центром на осі провідника (мал. 8.3).

Напрямок магнітної індукції в цьому випадку визначається за допомогою правила буравчика: якщо напрямок поступального руху буравчика сполучити з напрямком струму в провіднику, то обертання рукоятки покаже напрямок ліній магнітної індукції..

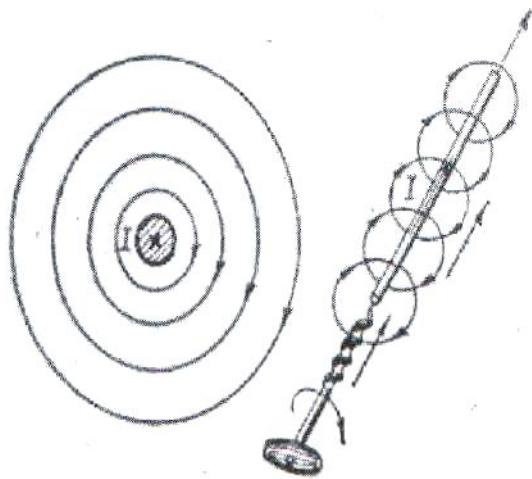


Рис. 8.3. Магнітне поле прямий струму

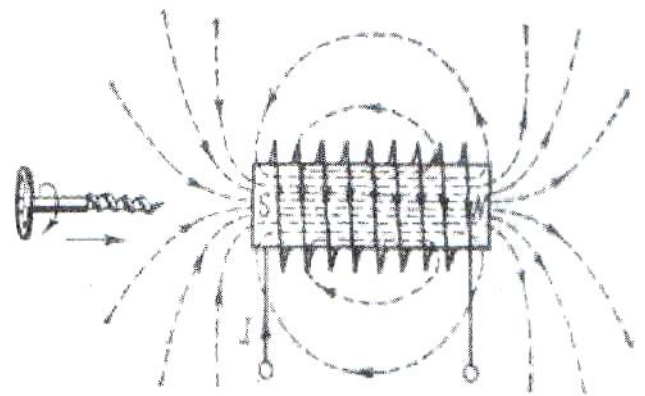


Рис. 8.4. Магнітне поле струму в циліндричній котушці

Великий практичний інтерес представляє картина магнітного поля струму котушок, тому що в багатьох електротехнічних пристроях (трансформатори, електричні машини, електромагнітні реле й т.д.) магнітне поле створюється струмами в котушках різної форми. Магнітне поле струму циліндричної котушки зображене на мал. 8.4. Якщо довжина котушки значно більша її діаметра, то лінії магнітної індукції мають в середині котушки однаковий напрямок (уздовж осі котушки) і величина магнітної індукції у всіх точках однакова, за винятком точок, розташованих по краях.

*Магнітне поле, що має в усіх точках однакову по величині і напрямку магнітну індукцію, називається однорідним (рівномірним).*

За формою магнітного поля циліндрична котушка подібна до постійного магніту кругового перетину (мал. 8.5). На кінці котушки, де лінії магнітної індукції виходять із неї, утвориться північний полюс, а на протилежному кінці - південний. Кільцева котушка, з обмоткою на тороїдальнім осерді (мал. 8.6) створює магнітне поле тільки всередині витків. Напрямок ліній індукції магнітного поля струму котушки або контуру теж визначається правилом буравчика, але в іншому формулюванні: *якщо рукоятку буравчика обертати по напрямку струму у витках, поступальне переміщення буравчика збігається з напрямком ліній магнітної індукції усередині котушки.*

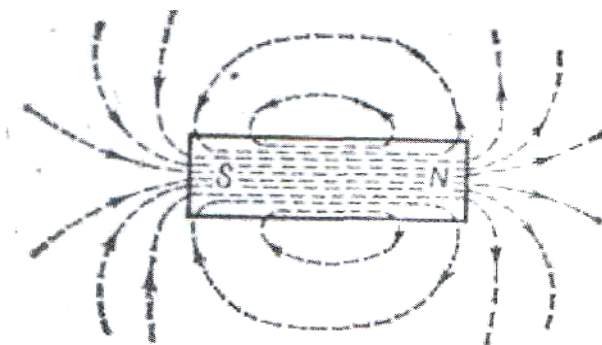


Рис. 8.5. Магнітне поле прямий струму

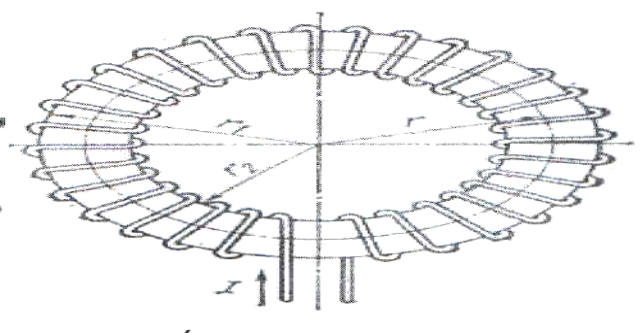


Рис. 8.6. Кільцева котушка

За допомогою ліній магнітної індукції можна виразити не тільки напрямок магнітного поля, але й величину магнітної індукції, подібно тому, як це робиться при дослідженні електричного поля.

Нерівномірне магнітне поле зображується замкнутими лініями, проведеними з неоднаковою щільністю в різних областях.

На відміну від ліній напруженості електростатичного поля, які починаються на позитивних, а кінчаються на негативних заряджених тілах або йдуть у нескінченність, лінії індукції магнітного поля завжди замкнуті на себе, тобто не мають ні початку, ні кінця.

#### 4 Провідник зі струмом у магнітному полі

Великий практичний інтерес представляє вираження сили, що діє на провідник зі струмом у рівномірному магнітному полі. На мал. 8.7 показаний прямолінійний провідник в просторі між полюсами постійного магніту або електромагніта (катушки зі сталевим осердям), розташований так, що між напрямками вектора магнітної індукції  $B$  і струму в провіднику  $I$  кут  $\alpha = 90^\circ$ .

У рівномірному магнітному полі на елемент довжини провідника в будь-якому місці діє однакова електромагнітна сила, тому на підставі формул (8.2) і (8.3) можна записати вираження сили, що діє на частину провідника, розташовану в межах магнітного поля:

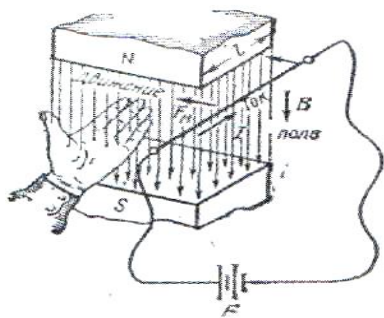
$$F_V = BIl \quad (8.4)$$

де  $B$  - магнітна індукція, Тл;  $I$  - струм у провіднику, А;  $l$  частина провідника, розташованого в магнітному полі, м;  $F_M$  - величина електромагнітної сили, Н.

Якщо провідник розташовується так, що між напрямками вектора магнітної індукції поля й струму в провіднику кут  $\alpha \neq 90^\circ$ , то електромагнітна сила визначається тією же формулою (8.4), але замість повної довжини провідника береться її, проекція на напрямок, перпендикулярний напрямку поля:

$$F_M = BIl \sin \alpha \quad (8.5)$$

На провідник зі струмом, розташований уздовж лінії магнітної індукції, магнітне поле не діє.



### Рис. 8.7. Пряме проведення зі струмом у магнітному полі

Сила  $F_m$  спрямована завжди перпендикулярно площини, у якій лежить провідник й перебувають лінії магнітної індукції. Напрямок електромагнітної сили найбільше зручно визначати за правилом лівої руки якщо розташувати ліву руку так, щоб витягнуті чотири пальці (крім великого) показували напрямок струму в провіднику, а лінії магнітної індукції «входили» у долоню, то великий палець, відігнутий перпендикулярно іншим чотирьом, покаже напрямок електромагнітної сили.

## Лекція 20

**Тема: Закон повного струму і його застосування**

**Мета: оволодіти знаннями про закон повного струму**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

**1 Закон повного струму**

**2 Зміна магнітного поля на межі двох середовищ**

**3 Властивості і застосування феромагнітних матеріалів**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

Введення поняття про магнітну проникність речовини дозволяє всі формули, одержані раніше для магнітного поля у вакуумі, застосувати і для магнітного поля в речовині, замінивши в них магнітну постійну  $\mu_0$  магнітною проникністю  $\mu_a$ . Ця обставина разом з поняттям про напруженість магнітного поля є основою для формулювання закону повного струму.

### 1 Закон повного струму

У формулі (8.8)

$$\oint_1 B_l dl = \mu_0 \sum I$$

замість  $\mu_0$  запишемо  $\mu_a$ , а замість магнітної індукції підставимо рівну їй величину. Одержимо

$$\oint H_l dl = \sum I$$

Рівняння (8.40) виражає закон повного струму:

циркуляція вектора напруженості магнітного поля по замкнутому контуру дорівнює повному струму, що пронизує поверхню, обмежену цим контуром.

У тих випадках, коли напруженість магнітного поля має однакову величину по всьому контуру, а вибраний контур співпадає з лінією магнітної індукції (див. §8.3), рівняння (8.40) виявляється простішим:  $Hl = \sum I$ , а для котушок

$$Hl = IN.$$

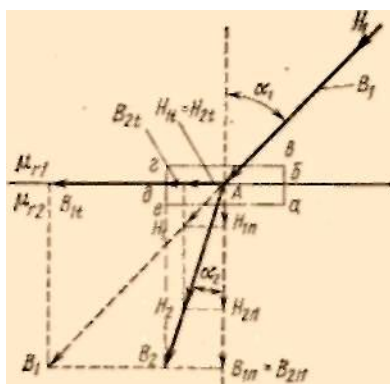
Якщо контур містить декілька ділянок з різними величинами напруженості поля ( $H_1, H_2, \dots, H_n$ ), але в межах кожної ділянки напруженість не міняється, то рівняння (8.40) можна записати так:

$$\sum_1^n H_n l_n = \sum_1^n I_n N_n$$

де  $n$  - номер ділянки контура.

У такому виразі закон повного струму, нагадує другий закон Кірхгофа і застосовується при розрахунку магнітних кіл (див. гл. 9).

## 2 Зміна магнітного поля на межі двох середовищ



Мал. 8.25. Зміна характеристик магнітного поля на межі двох середовищ

Виділимо на межі двох серед тих, що мають відносні магнітні проникності  $\mu_{r1}$  і  $\mu_{r2}$ , замкнутий контур а-б-в-г-д-е-а (мал. 8.25) біля деякої точки А. Магнітна індукція і напруженість магнітного поля в цій точці характеризуються векторами

$B_1$  і  $H_1$  в першій і  $B_2$  і  $H_2$  в другому середовищі. Розкладемо вектори  $B$  і  $H$  в обох середовищах на нормальні  $B_n, H_n$  і тангенціальні  $B_t$  і  $H_t$  складові. За відсутності на поверхні розділу середовищ струмів провідності за законом повного струму для вказаного контура  $\sum Hl = 0$

$$-H_{2n} \overline{ab} - H_{1n} \overline{bc} + H_{1t} \overline{cd} + H_{2n} \overline{de} - H_{2t} \overline{ea} = 0$$

Враховуючи рівність відповідних відрізків контура, одержимо  $H_{1t} = H_{2t}$ , або  $H_1 \sin \alpha_1 = H_2 \sin \alpha_2$  (8.43)

На межі двох середовищ тангенціальна складова напруженості магнітного поля не змінюється. Магнітний потік крізь поверхню розділу середовищ створюють тільки нормальні складові магнітної індукції. Враховуючи ж неперервність ліній магнітної індукції, можна зробити висновок, що магнітний потік на межі двох середовищ не змінюється.

Таким чином  $B_{1n} \Delta S = B_{2n} \Delta S$

де  $\Delta S$  - будь-який елемент площі на межі розділу середовищ. Скорочуючи на,  $\Delta S$  одержимо  $B_{1n} = B_{2n}$  або

$$B_1 \cos \alpha_1 = B_2 \cos \alpha_2 \quad (8.44)$$

Розділимо рівність (8.43) на (8.44):

$$\frac{H_1 \sin \alpha_1}{B_1 \cos \alpha_1} = \frac{H_2 \sin \alpha_2}{B_2 \cos \alpha_2}$$

Звідси

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_{r1} \mu_0}{\mu_{r2} \mu_0} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} \quad (8.45)$$

Рівність (8.45) виражає закон заломлення ліній магнітної індукції на межі двох середовищ.

У окремому випадку, коли лінії магнітної індукції перпендикулярні площині

розділу, тангенціальні складові напруженості і індукції рівні нулю. Магнітна індукція на межі двох середовищ в цьому випадку не змінюється [див. формулу (8.44)]:  $B_1 = B_2$ .

Напруженість магнітного поля змінюється стрибком:

$$\mu_0 \mu_{r1} H_1 = \mu_0 \mu_{r2} H_2 \quad (8.46)$$

або  $\mu_{r1} H_1 = \mu_{r2} H_2$

і виявляється більшим в середовищі з меншою магнітною проникністю.

### 3 Властивості і застосування феромагнітних матеріалів



Мал. 8.2 6 Схеми для намагнічення феромагнітного сердечника

Феромагнітні речовини широко застосовуються в електротехніці завдяки їх здатності намагнічуватися і значно підсилювати зовнішнє магнітне поле. Для практики велике значення мають особливі властивості феромагнітних речовин, що виявляються в процесі намагнічення. Ці властивості можна прослідкувати на досвіді, вимірюючи напруженість поля  $H$  і магнітну індукцію  $B$  котушки сталевим осердям (мал. 8.26).

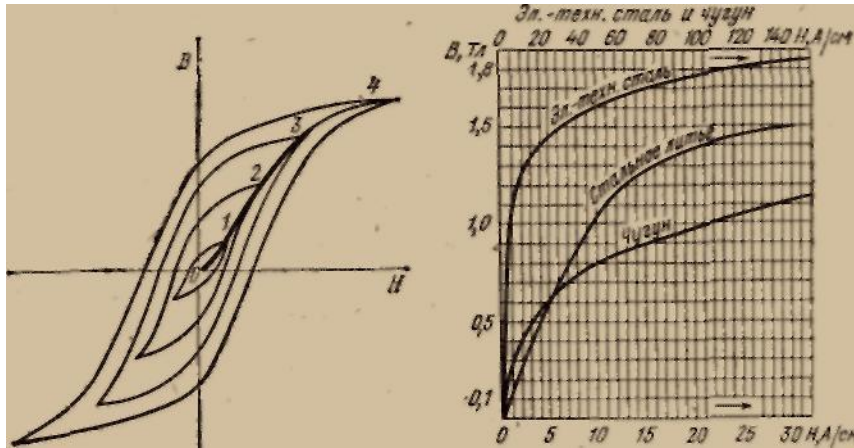
#### ***Намагнічення феромагнітних матеріалів.***

Із зростанням напруженості поля  $H$  магнітна індукція  $B$  збільшується згідно із законом  $B = \mu_0(M + H)$ . Графік  $B(H)$ , відповідний первинному намагніченню і показаний на мал. 8.2.7, називається *кривою первинного намагнічення*. Там же дані залежності від напруженості поля обох доданків  $\mu_0 M$  і  $\mu_0 H$ , з яких складається магнітна індукція у феромагнітному середовищі. Отримавши стан магнітного насичення, зменшимо напруженість зовнішнього магнітного поля  $H$ . Магнітна індукція зменшується по кривій 1-2 (мал. 8.28), яка не співпадає з кривою первинного намагнічення (крива 0-1). При  $H = 0$  магнітна індукція має залишкове значення  $B_r$ . Розмагнічування осердя ніби запізнюється в порівнянні із зменшенням напруженості поля. Це явище називають *магнітним гістерезисом*. Особливістю феромагнітних речовин є наявність сильних магнітних зв'язків молекул, унаслідок чого в них утворюються вельми малі

(мікроскопічні) області, усередині яких магнітні моменти молекул орієнтовані в один бік. Такі області мають значний загальний магнітний момент і називаються *мимоволі намагніченими*. У відсутність зовнішнього магнітного поля феромагнітні речовини не проявляють своїх магнітних властивостей, оскільки магнітні моменти мимоволі намагнічених областей направлені безладно. Загальний магнітний момент всього об'єму тіла виявляється рівним нулю. Посилення магнітного поля у феромагнітному середовищі, а також явища магнітного насичення і залишкового магнетизму добре пояснюються зміною орієнтації магнітних моментів областей мимовільної намагніченості під дією зовнішнього поля. В утворенні внутрішнього магнітного поля беруть участь не окремі молекули, як в діамагнітних і парамагнітних речовинах, а цілі області, що володіють магнітним моментом. Магнітне насичення означає, що всі магнітні моменти орієнтовані по напрямку зовнішнього поля. Залишковий магнетизм пояснюється тим, що при знятті зовнішнього поля певна частина магнітних моментів зберігає придбаний при намагніченні напрям, так що результуючий магнітний момент об'єму осердя не зменшується до нуля.

### ***Магнітний гістерезис***

Змінивши напрям струму в котушці і, отже, напрям зовнішнього поля в сердечнику, збільшило напруженість поля (вектор  $H$  змінив напрям). Магнітна індукція зменшується до нуля (відрізок кривої 2-3), а потім змінить напрям на зворотний. Величину напруженості поля  $H$ , необхідну для знищення поля в осерді, називають *коерцитівної (що затримує) силою*. У точці 3 зовнішнє поле компенсувало залишкове поле намагніченості осердя ( $-H_c = M$ ). Надалі результуюче поле в осерді змінює напрям і посилюється, поки не настане насичення (ділянка 3-4). Аналогічно можна одержати дані і накреслити нижню частину графіка 4-5-6-1. Одержану замкнуту криву  $B(H)$  називають *петлею магнітного гістерезиса*. Циклічне перемагнічування речовини у області значень  $B$  і  $H$ , менших тих, які відповідають повному насиченню, теж утворює петлю гістерезиса, повністю увязнену усередині граничної петлі. Ряд таких петель гістерезиса показаний на мал. 8.29. Криву 0-1-2-3-4, проведену через вершини всіх петель гістерезису, називають основною кривою намагнічення. Вона проходить близько до кривої первинного намагнічення, але не співпадає з нею. Основну криву намагнічення використовують при технічних розрахунках магнітних систем. На мал. 8.30 зображені основні криві намагнічення деяких феромагнітних матеріалів.



Мал. 8.29. Петли магнітного гістерезиса ферромагнітних матеріалів

Мал. 8.30. Основні криві намагнічування деяких

## Лекція 21

### Тема: Розрахунок нерозгалуженого однорідного магнітного кола

**Мета:** оволодіти знаннями про розрахунок магнітних кіл

**Методи:** словесний, практичний, наочний

### План

- 1 Розрахунок нерозгалуженого однорідного магнітного кола
- 2 Магнітний опір
- 3 Розрахунок нерозгалуженого неоднорідного магнітного кола

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

- 1 **Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

У конструкцію багатьох електротехнічних пристроїв (електричних машин, трансформаторів, електричних апаратів, вимірювальних приладів і т.д.) входять магнітні кола. *Магнітним колом називається частина електротехнічного пристрою, що містить феромагнітні тіла, у якій при наявності сили, що намагнічує, виникає магнітний потік і уздовж якої замикаються лінії магнітної індукції. Джерелами сили, що намагнічує, можуть бути котушки зі струмами, постійні магніти.*

У конструктивному відношенні магнітні кола виконують нерозгалуженими і розгалуженими; застосування того або іншого виду кола визначається в основному призначенням електромагнітного пристрою.

### 1 Розрахунок нерозгалуженого однорідного магнітного кола

У нерозгалуженому магнітному колі (мал. 9.1, 9.2) магнітний потік у всіх ділянках той самий. При розрахунку і конструюванні магнітного кола електромагнітного пристрою вирішуються питання, пов'язані з вибором розмірів, форми, матеріалів. Ці питання вивчають у спеціальних курсах.

Тут розглянемо розрахунок для існуючого або сконструйованого магнітного кола, розміри і матеріали якого, а також розташування обмоток зі струмами відомі. При цьому вирішують задачі двох типів.

#### Пряма задача

По заданому магнітному потоці в колі потрібно визначити силу, що намагнічує, необхідну для створення цього потоку.

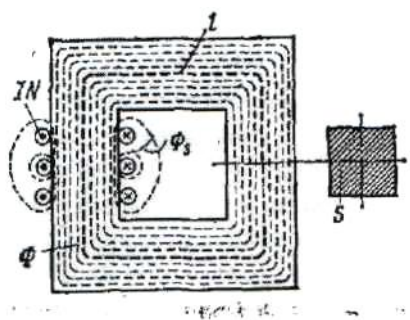


Рис. 9.1. Неразветвленная однородная магнитная цепь

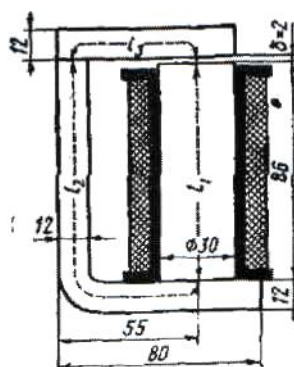


Рис.9.2. Неразветвленная неоднородная магнитная цепь

Розглянемо розв'язок цієї задачі для нерозгалуженого однорідного магнітного кола (див. мал. 9.1) без обліку потоків розсіювання.

1. По заданому магнітному потоці і відомій площі S поперечного перерізу осердя знаходять магнітну індукцію:

$$B = \Phi / S.$$

2. Визначають напруженість магнітного поля H в осерді. Залежність B(H) - характеристика намагнічування - для сталі нелінійна, а магнітна проникність  $\mu_r$  - величина непостійна.

3. Знаходять силу, що намагнічує, за законом повного струму [див.

формулу (8.41)]:

$$IN=HL$$

де  $L$  - довжина магнітопроводу, підрахована по середній лінії без обліку заокруглень, причому умовно приймається, що ця середня лінія у всіх точках збігається з лінією магнітної індукції.

### Обернена задача

По заданій силі, що намагнічує, потрібно знайти магнітний потік у магнітопроводі.

1. Визначають напруженість магнітного поля в осерді:

$$H=IN/L$$

2. По кривій намагнічування даного сорту сталі знаходять магнітну індукцію  $B$ .

3. Визначають магнітний потік:

$$\Phi = B S$$

Для конкретних величин  $B$  и  $S$ , визначених у ході розв'язування задачі, можна підрахувати статичну магнітну проникність даного сорту сталі за формулою (8.37):  $\mu = B/H$ ,

тоді магнітна індукція  $B = \frac{\mu_0 I N}{L}$ ,

магнітний потік  $\Phi = \frac{\mu_0 I N S}{L} = \frac{I N}{L/\mu_0 S}$ .

Позначивши знаменник цього виразу через  $R_M$ :

$$R_M = \frac{L}{\mu_0 S},$$

отримаємо

$$\Phi = IN/R_M.$$

## **2 Магнітний опір**

Вираз (9.2) за формою нагадує закон Ома для електричного кола: на місці струму стоїть магнітний потік, на місці е.р.с. - сила, що намагнічує, (її називають ще магніторушійною силою - м. р. с). Величину  $R_M$  називають магнітним опором  $m$ . Вираз магнітного опору осердя за формою аналогічний до виразу для визначення опору провідника електричному струмові. Потрібно відзначити, що формули для електричного і магнітного кіл схожі тільки написанням. Ніякої фізичної схожості явищ в електричному і магнітному колах не існує.

Розрахунок магнітних кіл звичайно проводять без визначення магнітного опору. Це поняття використовують у деяких випадках при якісному розгляді явищ у магнітних колах. Користуючись їм, знайдемо, як повинна змінитися сила котушки, що намагнічує, якщо в сталевому осерді (див. мал. 9.1) зробити хоча б незначний повітряний зазор, а магнітний потік при цьому повинний

залишитися таким же.

Припустимо, що в сталевому сердечнику довжиною  $l = 100$  мм маєтся повітряний зазор  $s = 1$  мм. Магнітний опір осердя

$$R_{LM} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S}$$

Магнітний опір осердя з повітряним зазором дорівнює сумі опорів двох ділянок.

Опір сталеві частини магнітного кола при тій же магнітній індукції залишиться практично без зміни, тому що зменшення довжини її дуже незначне ( $\approx 1\%$ ).

Опір повітряного зазору

зазора

$$R_{LM} = \frac{l}{\mu_0 S};$$
$$\frac{R_{LM} - 0,99l}{R_{LM} - 100\mu_0 S} = \frac{0,01l}{100\mu_0 S} = \frac{0,01}{100} = 0,0001$$

Припустимо, що відносна магнітна проникність сталі  $\mu_r = 1000$ , тоді Магнітний опір

$$\frac{R_{LM}}{R_{LM}} = \frac{l \cdot 1000\mu_0}{100\mu_0} = 10$$

повітряного зазору виявляється в 10 разів більше опору сталевого сердечника.

Звідси випливає, що для забезпечення того ж магнітного потоку при наявності повітряного зазору в 1 мм потрібно мати силу, що намагнічує, приблизно в 10 разів більшу, ніж при його відсутності.

Ця різниця виявляється в багато разів більшої для осердь зі спеціальних сплавів, для яких величина  $\mu_r$  досягає сотень тисяч.

Тому у всіх випадках, коли за умовами роботи електромагнітного пристрою без повітряного зазору обійтися не можна, впливає по можливості його скорочувати.

### 3 Розрахунок нерозгалуженого неоднорідного магнітного кола

Неоднорідний магнітне коло складається з декількох ділянок, що відрізняються в загальному випадку довжиною, поперечним перерізом і матеріалом. Найчастіше зустрічаються магнітні кола, у яких крім ділянок з феромагнітних матеріалів маютья повітряні зазори.

#### Пряма задача

При розв'язуванні прямої задачі розміри і матеріали кожної ділянки кола відомі, а магнітний потік заданий; визначають силу, що намагнічує. Порядок розв'язування прямої задачі такий же, як і для однорідного кола, але магнітну індукцію і напруженість поля визначають для кожної ділянки; при цьому потоки розсіювання в розрахунок не приймають. Магнітна індукція  $k$ -ї ділянки

$$B_k = \Phi / S$$

де  $S$  - площа поперечного перерізу  $k$ -ї ділянки.

За магнітною індукцією визначають напруженість поля: для ділянок з феромагнітних матеріалів - по кривих намагнічування; для повітряних зазорів і інших ділянок з неферомагнітних матеріалів - за формулою

$$H_0 = B_0 / \mu_0$$

Далі складають рівняння відповідно до закону повного струму:

$$\sum I N_k = \sum H_k l_k$$

Силу, що намагнічує, вважають позитивною в лівій частині рівняння (9.3), якщо її напрямок, визначений за правилом буравчика, збігається з напрямком обходу магнітного контуру. Магнітна напруга в правій частині рівняння вважається позитивною, якщо напрямок магнітного потоку збігається з напрямком обходу контуру. Для магнітного кола розгорнуте рівняння має вигляд

$$IN = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_0 \delta = U_{1M} + U_{2M} + U_{3M} + U_{0M}$$

### Обернена задача

Обернену задачу - визначення магнітного потоку за заданими силами, що намагнічують - не можна вирішити так само просто, як для однорідного кола, тому що не можна відразу встановити розподіл магнітної напруги між ділянками.

Не можна скористатися формулою (9.2), тому що магнітний опір ділянки з феромагнітного матеріалу залежить від величини  $H$ , що визначається не відомою ще магнітною індукцією.

Задачу можна розв'язати методом послідовних наближень.

При наявності в колі повітряного зазору перше значення магнітного потоку можна взяти, вважаючи магнітний опір повітряного зазору рівним опоріві всього магнітного кола.

Підставою для такого вибору є те, що навіть, малий повітряний зазор має магнітний опір, значно більше, ніж вся інша частина кола, виконана з феромагнітних матеріалів.

Нехтуючи в першому наближенні магнітним опором феромагнітної частини кола, одержимо потік  $\Phi_0 = \frac{IN}{\delta / (\mu_0 S)}$

Визначити магнітний потік можна, побудувавши криву намагнічування кола в цілому. Для цього потрібно задати довільно декілька величин магнітного потоку і визначити відповідні їм величини сили, що намагнічує.

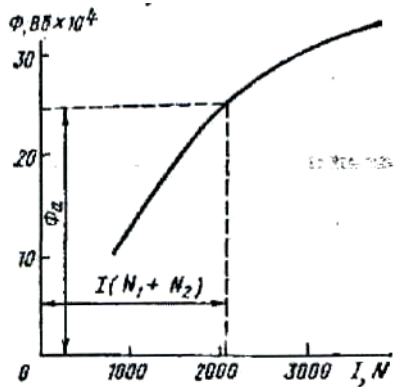


Рис. 9.5. Кривая намагнічування

За результатами розрахунку будується крива намагнічування кола (мал. 9.5). За кривою знаходять магнітний потік, що відповідає заданій силі, що намагнічує.

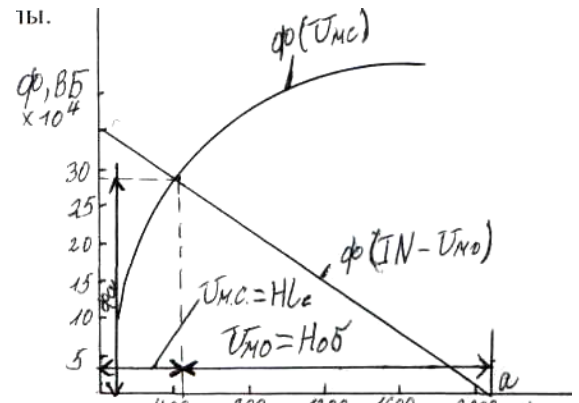


Рис. 9.6. К расчету неразветвленной неоднородной магнитной цепи.

Можливий і інший шлях графо-аналітичного розв'язування оберненої задачі (мал. 9.6). За взятим довільно декількома величинами магнітного потоку знаходять величини  $U_{m-c} = Hl_c$  (для сталеві частини кола) і для повітряного зазору. Потім з початку координат будують криву  $\Phi(U_{MC})$ . На осі абсцис знаходять точку  $a$ , що відповідає заданій силі, що намагнічує,  $IN$ , якою вліво проводять пряму  $\Phi(IN - U_{MO})$ . В точці перетинання цих графіків по осі ординат знаходять шуканий потік, а по осі абсцис - величини  $U_{m-c} = Hl_c$  і  $U_0 = H_0 \delta$ .

## Лекція №22

**Тема: Розрахунок розгалуженого магнітного кола**

**Мета: оволодіти знаннями про розрахунок магнітних кіл**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

- 1 Основні положення
- 2 Вузлові і контурні рівняння магнітного кола
- 3 Графічний розрахунок розгалуженого кола

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

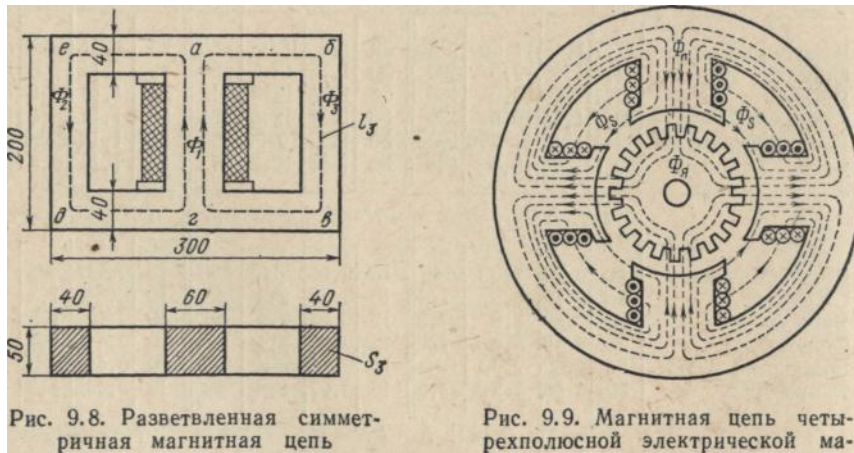
Плакати, картки, проектор.

- 1 **Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

## 1 Основні положення

У розгалуженому магнітному колі магнітні потоки в загальному випадку різні в різних гілках (мал. 9.8).

Розгалужені магнітні ланцюги діляться на симетричні і несиметричні.



Симетричний магнітний ланцюг в думках можна розділити на нерозгалужені ланцюги таким чином, що у всіх ділянках виділеного ланцюга магнітний потік буде один і той же. Крім того, передбачається симетричне розташування сил, що намагнічують (мал. 9.8, 9.9).

Якщо вказані умови симетрії не дотримуються, то магнітний ланцюг відноситься до несиметричних (мал. 9.10).

## 2 Вузлові і контурні рівняння магнітного кола

Симетричний магнітний ланцюг (див. мал. 9.8) складається з двох однакових контурів. Середній стрижень разом з котушкою (джерелом сили, що намагнічує) входить в обидва контури.

Місце з'єднання середнього стрижня з ярмом є вузлом магнітного ланцюга, в якому магнітний потік  $\Phi_1$  ділиться на два рівні потоки, якщо магнітний опір обох контурів однаково:

$$\Phi_2 = \Phi_3 = \Phi_1/2.$$

Розрахунок розгалуженого симетричного ланцюга із-за рівності потоків симетричних контурів зводиться до розрахунку одного контура, який виконують в тому ж порядку, що і розрахунок нерозгалуженого ланцюга.

У аналогічному несиметричному магнітному ланцюзі потік у вузлі ділиться

на нерівні частини, але для будь-якого вузла придатно рівняння

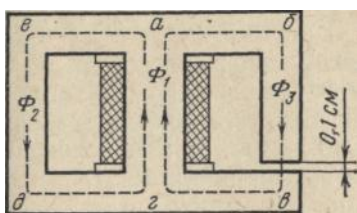
$$\sum \Phi = 0. \quad (9.4)$$

Для схеми мал. 9.8 це рівняння в розгорненому вигляді записують

так:

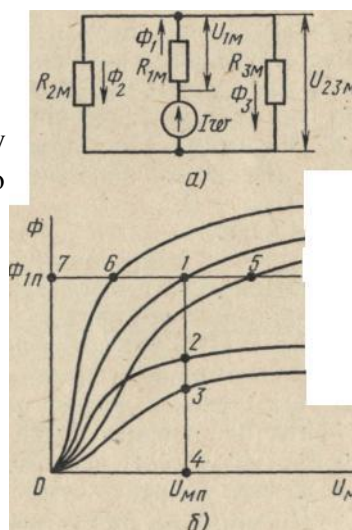
$$\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 = 0 \quad \text{або} \quad \Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$$

При складанні такого рівняння враховують напрями потоків: направлені до вузла і направлені від вузла потоки беруться з різними знаками. Для кожного контура магнітного ланцюга можна також скласти рівняння за законом повного струму.



Мал. 9.10. Розгалужений несиметричний магнітний ланцюг

Мал. 9.11. До розрахунку розгалуженого магнітного ланцюга графічним методом



Припустимо, що всі ділянки магнітного ланцюга виконані матеріалів з постійними значеннями магнітної проникності. Кожна ділянка і весь ланцюг мають лінійну залежність магнітного потоку від магнітної напруги  $\Phi(U_M)$ .

Визначивши для кожної ділянки магнітний опір  $R_M$ , магнітний ланцюг можна представити відповідною схемою заміщення, до якої увійдуть постійні

магнітні опори ділянок і що намагнічують сили.

На мал. 9.11, і показана схема заміщення магнітного ланцюга (див. мал. 9.8). Нехтуючи потоками розсіяння, розрахунок магнітного ланцюга можна виконати аналогічно розрахунку електричного ланцюга, вирішуючи систему лінійних рівнянь, складених для вузлів (див. формулу (9.4)] і контурів [див. формулу (9.3)].

### 3 Графічний розрахунок розгалуженого ланцюга

Елементи схем заміщення магнітних ланцюгів, здійснюваних на практиці (окрім елементів, відповідних повітряним зазорам), мають нелінійні характеристики  $\Phi(U_M)$ , оскільки магнітна проникність феромагнітних матеріалів залежить від напруженості поля. Нелінійними є і магнітні ланцюги в цілому.

Аналогія з електричним ланцюгом указує на можливість графічного розрахунку нелінійного магнітного ланцюга в порядку, викладеному §6.2. Перший етап розрахунку полягає в побудові характеристик  $\Phi(U_M)$  для кожної ділянки ланцюга в загальній системі координат. Для цього використовуються характеристики намагнічення матеріалів, з яких виготовлений магнітний ланцюг. Наприклад, щоб побудувати характеристику  $\Phi_3(U_{3M})$ , потрібне ряд величин напруженості поля  $H_3$ , узятих з характеристики намагнічення матеріалу третьої ділянки магнітного ланцюга, помножити на довжину цієї ділянки ( $H_3 l_3 = U_{3M}$ ), а відповідні їм величини магнітної індукції помножити на площу  $S_3$  цієї ділянки ( $B_3 S_3 = \Phi_3$ ).

По набутого значення  $U_{3M}$  і  $\Phi_3$  будують графік  $\Phi_3(U_{3M})$  (мал. 9.11,6). Магнітні опори  $R_{2M}$  і  $R_{3M}$  сполучені паралельно. Тому магнітні напруги другої і третьої ділянок однакові:  $U_{2M} = U_{3M} = U_{2.3M}$

Сума магнітних потоків цих ділянок рівна магнітному потоку першої ділянки (опір  $R_{1M}$ ):  $\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$ .

Складаючи магнітні потоки  $\Phi_2$  і  $\Phi_3$  для ряду значень магнітної напруги, одержимо криву  $\Phi_1(U_{2.3M})$ .

На мал. 9.11, би це показано для одного значення  $U_{M\cdot\Pi}$ . Відрізки 4-3 і 4-2 в масштабі магнітних потоків виражають потоки  $\Phi_3$  і  $\Phi_2$ . Сума цих відрізків, рівна відрізьку 4-1, виражає магнітний потік  $\Phi_{1\Pi}$ . Магнітний опір  $R_{1M}$  і опір, еквівалентний  $R_{2M}$  і  $R_{3M}$ , сполучені послідовно. Сила всього ланцюга  $I_N$ , що тому намагнічує, рівна сумі магнітних напруг  $U_{1M}$  і  $U_{2.3M}$ :  $I_N = U_{1M} + U_{2.3M}$ . Магнітні ж

потоки ділянок ланцюга з опорами  $R_{1m}$  і  $R_{2,m}$  однакові.

Складаючи магнітні напруги  $U_{1m}$  і  $U_{2,3m}$  для ряду значень магнітного потоку, одержимо криву  $\Phi_1$  (IN). На мал. 9.11, 6 це показане для одного значення  $\Phi_{1п}$ . Відрізки 7-6 і 7-1 в масштабі магнітних напруг виражають магнітні напруги  $U_{1m}$  і  $U_{2,3m}$ . Сумма цих відрізків дає відрізок 7-5, що виражає що намагнічує

Виконавши вказані побудови, неважко вирішити різні завдання розрахунку магнітного ланцюга.

## Лекція № 23

### Тема: Закон електромагнітної індукції

**Мета:** оволодіти знаннями про закон електромагнітної індукції

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

**1 Явище електромагнітної індукції**

**2 Правило Ленца**

**3 Наведення Е.Р.С. у провіднику, що рухається в магнітному полі**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

- 1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

Електромагнітна індукція - це одне з явищ, на яких засновані електротехніка і радіотехніка.

Для оцінки важливості цього явища досить назвати взаємне перетворення механічної й електричної енергії, передачу і розподіл електричної енергії, передачу і прийом інформації.

Знання явища і закону електромагнітної індукції необхідно при вивченні електричних кіл змінного струму.

Явище електромагнітної індукції відкрив у 1831 р. англійський фізик М. Фарадей і на основі цього відкриття сформулював один з найважливіших фізичних законів - закон електромагнітної індукції.

**1 Явище електромагнітної індукції**

Явище електромагнітної індукції можна продемонструвати наступними

досвідами. Усередину циліндричної котушки, кінці якої з'єднані з гальванометром, з визначеною швидкістю вводиться постійний магніт. Стрілка гальванометра відхиляється, виявляючи електричний струм у котушці (мал. 10.1,а). При видаленні магніту від котушки стрілка гальванометра відхиляється в зворотну сторону.

Гальванометр виявляє струм у котушці, якщо переміщати її щодо іншої котушки зі струмом, що назвемо первинною (мал. 10.1,б). На мал. 10.1,е показані дві котушки, розташовані на одному сердечнику. Одна з них приєднана до джерела електричної енергії через ключ, друга замкнута через гальванометр.

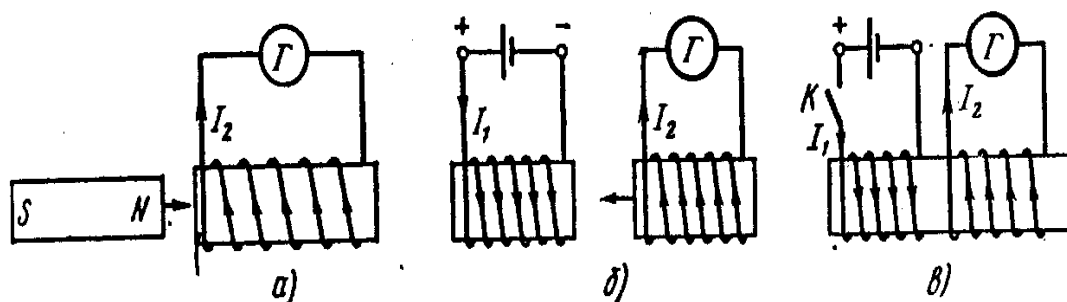
Електричні котушки між собою не зв'язані, але при замиканні ключа спостерігається відхилення стрілки гальванометра в одну сторону, при розмиканні - в іншу.

Незважаючи на зовнішнє розходження досвідів, їхній однаковий результат дає підставу думати, що безпосередня причина виникнення електричного струму в колі вторинної котушки в цих досвідах однакова.

Дійсно, у всіх розглянутих досвідах змінюється потокощеплення вторинної котушки: у перших двох "випадках - завдяки зміні положення її в магнітному полі, у третьому випадку - у зв'язку зі збільшенням струму в первинній котушці після замикання ключа і зменшенням його після розмикання.

*Порушення електрорушійної сили в контурі при зміні потокощеплення цього контуру називається електромагнітною індукцією.*

Під дією індукційної е.р.с. у замкнутому контурі виникає індукційний електричний струм. Виникнення струму означає, що у вторинний контур передається енергія, що при наявності опору в колі перетворюється в тепло. У перших двох дослідах електрична енергія виникла за рахунок механічної роботи при переміщенні постійного магніту (мал. 10.1, а) або котушки (мал. 10.1, б). У третьому досліді обидві котушки нерухомі, тобто механічна робота не відбувається. Електрична енергія у вторинній котушці виникає за рахунок енергії джерела, включеного в колі первинної котушки. У цьому випадку електрична енергія передається з одного кола в інше за допомогою магнітного поля.



**Рис. 10.1. Опыты для наблюдения электромагнитной индукции**

Перетворення енергії з одного виду в іншій за допомогою магнітного поля

або зміна енергії поля кількісно визначаються через абсолютне значення зміни потокощеплення. Явище електромагнітної індукції, що супроводжує ці процеси, зв'язано зі швидкістю зміни потокощеплення.

### Закон електромагнітної індукції

Закон електромагнітної індукції встановлює кількісне вираження для індукційної е.р.с.

Електрорушійна сила, індукована в замкнутому контурі при зміні зчепленого з ним магнітного потоку, дорівнює швидкості зміни потокощеплення, взятої з знаком мінус:

У цій формі закон електромагнітної індукції був даний Максвеллом.

У котушці, що має кілька витків, загальна е.р.с. залежить від числа витків  $N$ . Якщо усі витки котушки пронизані однаковим магнітним потоком, то е.р.с. буде в  $N$  раз більше:

$$e = - \frac{Nd\Phi}{dt}$$

У загальному випадку витки котушки можуть бути зчеплені з різними потоками. Тоді її загальна е.р.с. визначається алгебраїчною сумою е.р.с. окремих витків:

$$e = e_1 + e_2 + \dots + e_n = - \frac{d\Phi_1 + d\Phi_2 + \dots + d\Phi_n}{dt}$$

У чисельнику останнього виразу дана алгебраїчна сума змін потокощеплення окремих витків котушок, тобто зміна загального потокощеплення.

Таким чином, е.р.с. котушки визначається швидкістю зміни її загального потокощеплення і загальна формула закону електромагнітної індукції має вигляд

## **2 Правило Ленца**

У 1833 р. проф. Петербурзького університету Е. Х. Ленц установив загальне правило для визначення напрямку індукційного струму й електромагнітних сил, що виникають у результаті взаємодії магнітного поля з індукційним струмом.

*Якщо магнітний потік, зчеплений із провідним замкнутим контуром, змінюється, у контурі виникають явища електричного і механічного характеру, що перешкоджають зміні магнітного потоку.*

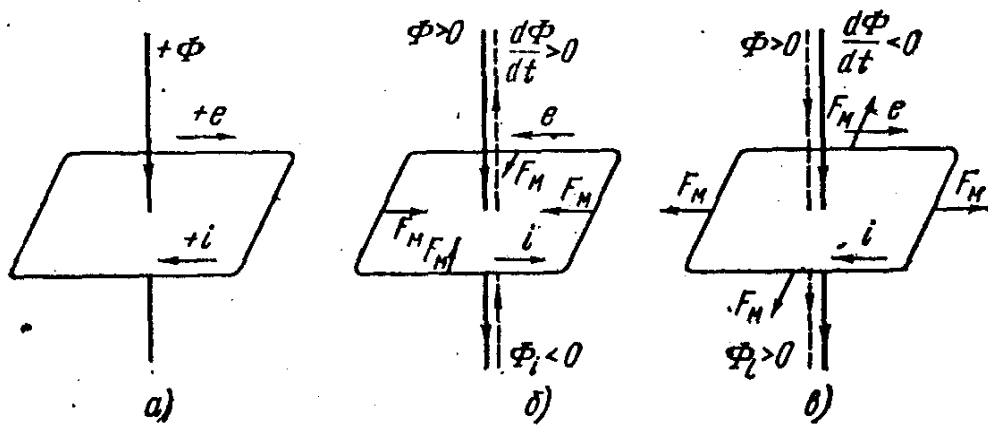


Рис. 10.2. Схеми, пояснюючі правило Ленца

Правило Ленца відбиває прояву електромагнітної інерції в системах контурів зі струмами. Цьому правилу відповідає знак мінус у формулах, що виражають закон електромагнітної індукції [див. (10.1) - (10.3)], якщо прийняти позитивними напрямки магнітного потоку і індукційною у контурі е.р.с., що задовольняють правилу правого буравчика (мал. 10.2, а).

Припустимо, що позитивний магнітний потік, зчеплений з контуром, збільшується. Збільшення потоку  $d\Phi$  і швидкість його зміни  $d\Phi/dt$  позитивні ( $d\Phi > 0$ ,  $d\Phi/dt > 0$ ). Індукційна в контурі е.р.с., відповідно до правила Ленца, спрямована проти обраного позитивного напрямку, тобто негативна ( $e < 0$ ) (мал. 10.2, б). Індукційний у контурі струм  $i$  (напрямок його збігається з напрямком е.р.с.) створює вторинний магнітний потік  $\Phi$ , що, відповідно до правила буравчика, діє проти основного потоку  $\Phi$ , тобто перешкоджає його збільшенню. Одночасно в контурі виникають електромагнітні сили, що стягають контур (напрямок сили визначається правилом лівої руки).

Тенденція до зменшення поверхні, обмеженої контуром, спрямована в даному випадку на зменшення основного потоку.

При зменшенні основного магнітного потоку ( $d\Phi < 0$  і  $d\Phi/dt < 0$ ) індукційна е.р.с. позитивна ( $e > 0$ ); тобто збігається з обраним позитивним напрямком (мал. 10.2, в). Індукційний у контурі струм (створює вторинний магнітний потік, що збігається по напрямку з основним потоком). Вторинний магнітний потік, виникнення якого можна розглядати як реакцію системи контурів зі струмами на зміну її магнітного стану, у даному випадку перешкоджає зменшенню основного магнітного потоку. Виникаючі при цьому електромагнітні сили прагнуть розширити контур зі струмом, тобто збільшити магнітний потік, зчеплений з ним.

Фактори, що протидіють зміні магнітного потоку, тим сильніше, чим швидше змінюється потік.

Електромагнітна інерція в системах контурів зі струмами подібна механічній інерції в системах тіл, що рухаються: при будь-якій зміні швидкості виникають сили інерції, що перешкоджають цій зміні.

На ділянці 1-2 негативний магнітний потік зменшується з тією же швидкістю, з якою він раніше збільшувався. Індукційна е.р.с., зберігаючи свою величину 150 В, перешкоджає зменшенню потоку, тобто спрямована, так само як струм у котушці (мал. 10.4, в), проти умовно-позитивного напрямку. З формули (10.2) також випливає, що е.р.с. негативна.

Проводячи аналогічні міркування, визначте величину і напрямок е.р.с. у котушці протягом відрізків часу 2-3 я 3-4. Накресліть графік е.р.с. і на мал. 10.4, е, д відзначте напрямки струму, потоку і е.р.с. у котушці.

Задача 10.2. Усередину котушки (мал. 10.5, а) вводиться постійний магніт. Визначити напрямок індукційного струму в колі котушки. За рахунок якої енергії буде виділятися тепло в резисторі  $R$  при наявності в ньому індукційного струму?

Задача 10.3. Котушка, що має 100 витків, входить в електричне коло (мал. 10.5, б), де діє е.р.с.  $E'' = 10\text{В}$  при опорі ланцюга  $R=2\text{ Ом}$ .

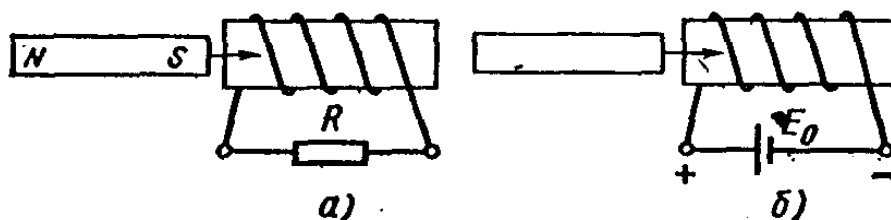


Рис. 10.5. К задачам 10.2 и 10.3

Визначити струм у котушці для наступних випадків; а) усередину котушки вводиться сталеве осердя, при цьому магнітний потік змінюється з постійною швидкістю  $0,02\text{ Вб/с}$ ; б) сталеве осердя віддаляється з котушки з такою ж швидкістю; в) котушка без осердя; г) котушка з нерухомим осердям.

### 3 Наведення Е.Р.С. у провіднику, що рухається в магнітному полі

У провіднику, що рухається в магнітному полі так, що він перетинає лінії магнітної індукції, індукує електрорушійна сила. Це явище - різновид електромагнітної індукції.

#### Вираз е.р.с. у провіднику, що рухається в магнітному полі

Розглянемо відрізок АБ прямолінійного провідника, що рухається, перетинаючи під прямим кутом лінії магнітної індукції рівномірного поля з магнітною індукцією  $B$ .

На мал. 10.6, а показаний провідник АБ, що котиться в напрямку механічної сили  $F_{\text{МХ}}$  по металевим шинам, з'єднаним між собою через опір  $R$ .

Провідник АБ, відрізки шин і опір утворять замкнутий провідний контур. При переміщенні провідника на відстань  $v$  с постійною швидкістю  $v$  магнітний потік, зчеплена з цим контуром, збільшується за рахунок збільшення площі поверхні, обмеженої контуром.

Приріст магнітного потоку

$$\Delta\Phi = B\Delta S = Bvl$$

де  $l$  - довжина частини провідника АБ, що знаходиться в магнітному полі.  
Абсолютна величина е.р.с. у контурі

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{Bvl}{\Delta t}$$

де  $\Delta t$  - час, протягом якого провідник А Б перемістився на відстань  $v$ ;  $v/\Delta t = v$  - швидкість руху провідника; тому

$$E = Bvl$$

Якщо провідник буде переміщатися під кутом  $\alpha < 90^\circ$  до напрямку магнітної індукції полючи (мал. 10.6, б), то збільшення магнітного потоку за час  $t$  при тій же швидкості  $v$  буде

$$\Delta\Phi = Blv\sin\alpha,$$

При  $\alpha = 90^\circ$  з (10.5) можна одержати формулу (10.4), по якій підраховується найбільша величинах проводу в магнітному полі на э.д. с. при даних величинах

$U, v, l$ . При  $\alpha = 0$  (провідник рухається уздовж ліній магнітної індукції) э.д. с. дорівнює нулеві.

Сили Лоренца

Вираження (10.4) для індуктированной э.д. с. можна одержати, використовуючи формулу (8.4) і вираження (2.1) стосовно до одного електрона:

$$I = elt$$

Магнітне поле діє на заряджені частки тільки в провіднику А В, що рухається в магнітному полі. На інші частини провідного контуру (шини й опір  $R$ ) воно не діє, тому що вони знаходяться поза полем і до того ж нерухомі. З огляду на це, розглянемо один провідник А Б, незв'язаний з іншою частиною контуру.

Вільні електрони речовини провідника АБ, що знаходиться в магнітному полі, одночасно переміщуються щодо провідника (внутрішнє переміщення, наприклад теплове) і разом з ним зі швидкістю  $v$  про під дією зовнішньої сили  $F_{\text{тх}}$ , прикладеної до провідника.

У даному випадку розглянемо ту складової загальної швидкості електронів, що зв'язана з рухом провідника.

Електромагнітна сила, що діє на кожен електрон ( $\vec{F}_v$  - сила Лоренца), відповідно до правила лівої руки, спрямована уздовж провідника, а по величині визначається вираженням (8.4);

$$F_l = Blv = B e/t b = Bev,$$

де  $b$  - шлях, пройдений електроном разом із провідником за час  $t$ .

Скапливаюсь на одному кінці провідника, електрони створюють надлишковий негативний заряд, а на іншому кінці утвориться такий же по величині позитивний заряд.

Поділ зарядів у провіднику приводить до виникнення електричного поля і взаємодії розділених часток. Сили електричного поля  $F_K$  (сили Кулона) є силами притягання часток, тому вони спрямовані проти сил магнітного поля (сил Лоренца  $F_L$ ).

Якщо провідник рухається з постійною швидкістю, то електромагнітні сили не міняються, а сили електричного поля ростуть у міру нагромадження зарядів на кінцях провідника.

Поділ зарядів припиняється при рівності електромагнітних і електричних сил:  $F_L = F_K$ .

Дія магнітного поля на вільні електрони провідника при його русі є причиною виникнення електрорушійної сили, що називається е.д.с. електромагнітної індукції.

## **Лекція 24**

### **Тема: Електрорушійна сила самоіндукції.**

**Мета: оволодіти знаннями про електрорушійну силу**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### **План**

- 1 ЕРС самоіндукції**
- 2 ЕРС взаємоіндукції**
- 3 Принцип дії трансформатора**
- 4 Вихрові струми**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

- 1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

При зміні власного потягосцеплення в контурі або котушці наводиться ерс. Самоіндукції  $e_L$  . а при зміні взаємного потягосцеплення - ерс взаємоіндукції.

- 1 ЕРС самоіндукції**

$$e_L = - \frac{d\Psi_L}{dt} = - \frac{d(Li)}{dt},$$

$$e_L = -L \frac{di}{dt}$$

Зміна власного поточосцеплення звичайно є наслідком зміни струму

Э. д. с. самоіндукції пропорційна швидкості зміни струму  $di/dt$ . Вона протидіє зміні струму, тобто при збільшенні струму перешкоджає його росту, а при зменшенні затримує його падіння (правило Ленца).

Ніж швидше змінюється струм, тим більше протидія його росту або падінню. Однак ця протидія залежить не тільки від швидкості зміни струму, але і від конструкції електромагнітного пристрою, що у формулі (10.10) виражається множителем  $L$ , тобто індуктивністю цього пристрою.

Якщо зміна струму в котушці є наслідком зміни прикладеного до неї напруги, то э.д. с. самоіндукції спрямована проти прикладеної напруги, коли струм росте, і збігається по напрямку з напругою, коли струм зменшується.

Подібно масі, що характеризує інертність у механічній системі, індуктивність характеризує інертність в електромагнітній системі.

## 2 ЕРС взаємоіндукції

Для системи магнітно-связаних котушок (див. мал. 8.21) ерс взаємоіндукції

$$e_{2M} = - \frac{d\Psi_{1,2}}{dt}; \quad e_{1M} = - \frac{d\Psi_{2,1}}{dt}$$

Зміна взаємного поточосцеплення може бути наслідком зміни струму в одній з котушок або зміни коефіцієнта зв'язку.

Припустимо, що змінюється струм  $i_1$  у першій котушці. Э. д. с. взаємоіндукції  $e_{2M}$  у другій котушці, пропорційна швидкості зміни цього струму:

$$e_{2M} = - \frac{d\Psi_{1,2}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt}$$

$$e_{1M} = - \frac{d\Psi_{2,1}}{dt} = -M \frac{di_2}{dt}$$

У тім і іншому випадку коефіцієнтом пропорційності є взаємоіндуктивність системи  $M$

Правило Ленца в застосуванні до такої системи вказує на те, що зміна струму в одній котушці зустрічає протидію з боку іншої котушки.

З вираження (10.11) видно, що ерс. Взаємоіндукції  $e_{2M}$  а отже, і

індуктированний струм  $i_2$  мають знак, протилежний швидкості зміни струму  $i_1$ . Це значить, що при збільшенні струму  $i_1$  і його магнітного потоку  $\Phi_{1,2}$  індуктированний струм  $i_2$  створює магнітний потік  $\Phi_{2,1}$ , спрямований зустрічно потокові  $\Phi_{1,2}$ ; при зменшенні  $i_1$  потік  $\Phi_{2,1}$ , спрямований згідно зі зменшуваним потоком  $\Phi_{1,2}$ .

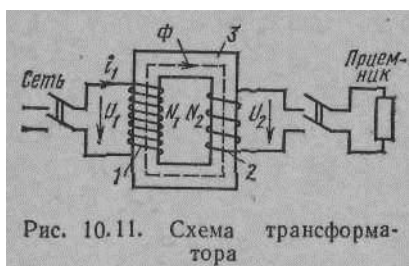
Аналогічне міркування можна привести з вираження (10.12). Напрямок магнітних потоків в обох випадках, як звичайно, визначається за правилом буравчика.

Взаєміндуктивність, так само як і індуктивність, характеризує електромагнітну інерцію, але в системі котушок (контурів), що мають магнітний зв'язок.

### 3 Принцип дії трансформатора

Наочним прикладом практичного використання явища взаєміндукції є робота трансформатора. Трансформатор - статичний електромагнітний апарат для зміни величини напруги або токи.

Принципова схема трансформатора (мал. 10. ) має магнітопровід 3 з електротехнічної сталі і дві обмотки на магнітопроводі: первинну 1 з числом витків  $N_1$  і вторинну 2 з числом витків  $N_2$ . Обмотки виконують з мідного проводу.



Первинною обмоткою трансформатор включається в мережу перемінної напруги  $U_x$ , і в ній виникає струм  $i_1$ . До вторинної обмотки підключається приймач електричної енергії.

Розглянемо трансформатор з розімкнутим ланцюгом вторинної обмотки, тобто в режимі неодруженого ходу.

При перемінному струмі в первинній обмотці створюється перемінний магнітний потік  $\Phi$ , що замикається по сталевому сердечнику й утворює потікосцеплення обома обмотками. Таким чином, у трансформаторі обмотки електрически між собою не зв'язані, а зв'язані перемінним магнітним потоком.

Відношення чисел витків обмоток трансформатора називається коефіцієнтом трансформації.

Відношення е.д. с. при неодруженому ході можна замінити відношенням напруг на затисках обмоток

Отже,

$$u_2 = u_1 \frac{N_2}{N_1}.$$

Якщо до вторинної обмотки підключити приймач енергії, то в її ланцюзі виникне струм  $i_2$  і в приймач буде надходити електрична енергія з мережі через трансформатор. При цьому передача енергії з первинної обмотки у вторинну здійснюється за допомогою магнітного поля.

#### 4 Вихрові струми

Розглянемо металевий сердечник усередині котушки з перемінним струмом (мал. 10.12, а). При відзначеному напрямку струму магнітний потік у сердечнику спрямований уздовж осі сердечника нагору.

Металевий сердечник можна думкою розділити на ряд замкнутих на себе шарів, вісь яких збігається з віссю сердечника. Кожен такий шар являє собою замкнутий виток, у якому перемінним потоком індуктуються е.д. с. і струм, спрямовані в площинах, перпендикулярні осі магнітного потоку.

Розглядаючи сукупність таких замкнутих контурів, можна уявити собі в тілі сердечника вихрові струми, що замикаються навколо осі магнітного потоку. Напрямок вихрових струмів визначається правилом Ленца.

При збільшенні магнітного потоку вихрові струми спрямовані по годинній стрілці, якщо дивитися на сердечник зверху. Вихрові струми відповідно до закону Ленца - Джоуля супроводжуються виділенням тепла в сердечнику. Це явище використовується на практиці для нагрівання металів {плавлення сталі, нагрівання під загартування й інших цілей}.

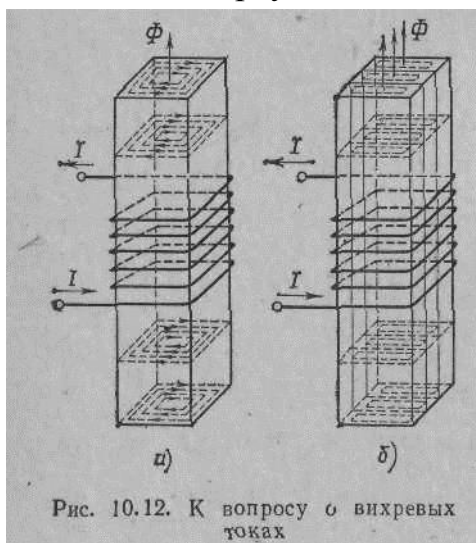


Рис. 10.12. К вопросу о вихревых токах

У сердечниках електричних машин, трансформаторів і електричних апаратів теж виникають вихрові струми. Але тут вони небажані, тому що збільшують загальні втрати енергії в пристроях і викликають додатковий їхній нагрівши.

Для зменшення втрат енергії сердечники пристроїв перемінного струму збираються з листової електротехнічної сталі {товщина

0,35 мм), аркуші якої ізолюються друг від друга спеціальним лаком.

Зменшення вихрових струмів таким способом досягається завдяки тому, що контури, по яких у суцільному сердечнику замикаються вихрові струми, виявляються розрізаними на частини, ізольовані друг від друга (мал. 10.12, б). Крім того, ослаблення вихрових струмів досягається збільшенням питомого електричного опору матеріалу сердечників. Для цього в електротехнічну сталь вводиться присадка кремнію до 4%.

## **Лекція 25**

### **Тема: Енергія електричного поля.**

**Мета: оволодіти знаннями про енергію електричного поля**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

#### **План**

- 1 Вираз енергії через характеристики конденсатора**
- 2 Вираз енергії через характеристики електричного поля**
- 3 Енергетичний баланс в електростатичній системі**
- 4 Узагальнений вираз електричної сили (другий випадок)**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

1 Література: Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

#### **Вираз енергії через характеристики конденсатора**

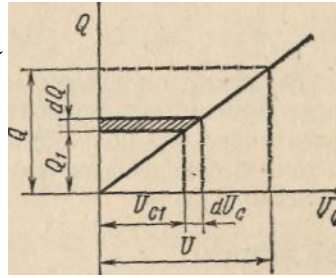
Заряд конденсатора утворюється перенесенням заряджених частинок з одного обкладання на інше під дією зовнішнього джерела енергії. Робота, здійснена при перенесенні одиниці заряду, чисельно рівна напрузі між обкладаннями.

Якби напруга в процесі зарядки не змінювалася, то енергію можна було б визначити твором напруги і заряду [див. формулу (1.5)]. Проте в процесі накопичення заряду росте і напруга, тому при визначенні енергії, витраченої на утворення заряду, потрібно врахувати залежність між напругою і зарядом (7.28). Якщо місткість конденсатора - величина постійна, залежність між напругою і зарядом графічно виражається прямою лінією (мал. 11.1).

Припустимо, що заряд  $Q_1$  збільшився на  $dQ$  - величину таку малу, що в межах зміни заряду напругу можна вважати незмінною. Тоді робота, виконана при збільшенні заряду на  $dQ$ , визначається твором:

$$dW_{\text{э}} = U_c l dQ. \quad (11.1)$$

На графіку (мал. 11.1) вона показана заштрихованим елементом площі.



показана заштрихованим елементом площі.

Мал. 11.1. До визначення енергії електричного поля

Всю роботу, витрачену на утворення заряду, можна визначити, підсумовуючи елементи площі, в межах зміни заряду від 0 до  $Q$  і напруг від 0 до  $U_c = U$ , де  $U$  - напруга на затисках джерела енергії.

Неважко відмітити, що ця робота і рівна їй енергія електричного поля конденсатора визначаються площею прямокутного трикутника, катетами якого є  $Q$  і  $U$ :

$$W_{\text{э}} = UQ/2. \quad (11.2)$$

Формулу (11.2) можна представити в іншому вигляді, якщо замість  $Q$  і  $U$  підставити їх вирази (7.28), тоді

$$W_{\text{э}} = CU^2/2 \quad (11.3)$$

або

$$W_{\text{э}} = Q^2 / 2C. \quad (11.4)$$

## 2 Вираз енергії через характеристики електричного поля

Вираз (11.2) одержаний на основі закону збереження енергії; проте з нього безпосередньо не витікає, що енергія  $W_{\text{э}}$  є енергією електричного поля. Можна показати, що ця енергія розподілена в електричному полі.

Для прикладу розглянемо рівномірне електричне поле плоского конденсатора (див. мал. 1.6, а).

Потік вектора електричного зсуву через будь-яку поверхню, проведену в діелектриці паралельно пластинам, рівний заряду  $Q$  конденсатора, що виходить з формули (7.33):  $DS = Q$ .

Напруженість рівномірного електричного поля  $E = U/l$ .

Отже

$$W_3 = \frac{QU}{2} = \frac{1}{2} DESl = \frac{1}{2} DEV \quad (11.5)$$

де  $V$  - об'єм діелектрика, в якому розподілено поле, пов'язане із зарядженими пластинами конденсатора.

Відношення енергії до об'єму діелектрика дає об'ємну щільність енергії електричного поля:

$$w_3 = W_3 / V = \frac{1}{2} DE . \quad (11.6)$$

Енергія, визначена формулою (11.2) через характеристики провідників, виражена також формулою (11.5) через характеристики електричного поля. Еквівалентність цих формул свідчить про те, що енергія системи заряджених тіл є енергією електричного поля.

Питання про механічні сили в електричному полі розглянемо на прикладі плоского конденсатора, зарядженого від зовнішнього джерела енергії, що має напругу  $U$ . Електричне поле конденсатора вважатимемо рівномірним.

### 3 Енергетичний баланс в електростатичній системі

Сили  $F_3$ , що виникають унаслідок взаємодії пластин з електричним полем, прикладені до пластин і направлені так, що вони притягуються. Припустимо, що одна з пластин конденсатора

вільна, і можливе мале переміщення її під дією сили  $F_3$  позначимо через  $dx$  (мал. 11.2).

У подальших міркуваннях виходитимемо з того, що при зміні заряду конденсатора не виникає втрат енергії в провідниках у зв'язку з переміщенням заряджених частинок і в діелектриці унаслідок зміни напруженості поля.

За таких умов відповідно до закону збереження енергії при зміні заряду конденсатора на  $dQ$  за рахунок енергії зовнішнього джерела змінюється енергія електричного поля на  $F_3$  і здійснюється механічна робота  $F_3 dx$ :

$$UdQ = dW_{33} + F_3 dx. \quad (11.7)$$

#### Узагальнений вираз електричної сили (перший випадок)

Заряд конденсатора залишається незмінним ( $Q = \text{const}$ ), тобто заряджений

конденсатор відключений від зовнішнього джерела енергії. При  $dQ = 0$  робота зовнішнього джерела  $UdQ = 0$ . Тому

$$dW_э + F_э dx = 0 \text{ або } F_э dx = -dW_э.$$

Остання рівність показує, що механічна робота, пов'язана з переміщенням пластини, здійснюється за рахунок енергії електричного поля.

Дійсно, механічна робота, що здійснюється електричною силою, позитивна ( $F_э dx > 0$ ), отже, зміна енергії електричного поля негативна ( $dW_э < 0$ ). Це означає, що енергія електричного поля в даному випадку зменшується.

Механічну силу, прагнучу змінити положення пластини конденсатора, можна виразити відношенням

$$F_э = -\frac{dW_э}{dx} \text{ (при } Q = \text{const)} \quad (11.8)$$

Міркуючи аналогічно, можна одержати залежність, між механічним моментом і кутом повороту, якщо механічний рух здійснюється у вигляді обертання однієї пластини по відношенню до іншої:

$$M = -\frac{dW_э}{d\alpha} \quad (11.9)$$

Зміна відстані  $l$  між пластинами на  $dx$  змінить місткість конденсатора. При зменшенні відстані місткість збільшується, а напруга між пластинами зменшується, що безпосередньо виходить з формули (7.28).

Припустимо, що відстань між пластинами збільшується завдяки дії на пластини зовнішніх механічних сил. Енергія в системі зростає на величину роботи, здійсненої зовнішнім джерелом механічної енергії. При цьому місткість конденсатора зменшиться, а напруга між пластинами збільшиться.

#### 4 Узагальнений вираз електричної сили (другий випадок)

Напруга між пластинами залишається постійною ( $U = \text{const}$ ), тобто під час руху пластини конденсатор не відключається від зовнішнього джерела енергії.

При зменшенні відстані між пластинами збільшується місткість конденсатора, що при незмінній напрузі спричиняє за собою збільшення заряду.

Зовнішнє джерело енергії повинне витратити енергію на збільшення заряду

конденсатора в кількості  $UdQ$ .

Зміна енергії електричного поля  $dW_3$  при зміні заряду, згідно формулі (11.2),  $dW_3 = \frac{1}{2} UdQ$ , тобто складає половину енергії зовнішнього джерела, витраченої при збільшенні заряду конденсатора. Друга половина енергії витрачається на покриття механічної роботи  $F_3 dx$ , отже

$dW_3 = F_3 dx$  (при  $U = \text{const}$ ). Звідси

$$F_3 = \frac{dW_3}{dx} \quad (11.10)$$

Аналогічно, при обертальному русі

$$M = \frac{dW_3}{d\alpha} \quad (11.11)$$

Збільшення відстані між пластинами в результаті дії зовнішніх механічних сил приведе до зменшення місткості. Але при постійній напрузі за зменшенням місткості послідує зменшення заряду конденсатора і зменшення енергії електричного поля. В цьому випадку механічна робота, пов'язана з переміщенням пластини, здійснюється зовнішніми механічними силами. Величина цієї роботи чисельно рівна зменшенню енергії електричного поля. Таким чином, джерелу електричної енергії повертається енергія, чисельно рівна подвоєному значенню механічної роботи.

## Лекція 26

**Тема: Отримання синусоїдальної ЕРС.**

**Мета: оволодіти знаннями про методику отримання ЕРС**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

- 1** Визначення змінного струму та сфера його застосування
- 2** Утворення синусоїдного струму й основні параметри синусоїди
- 3** Фаза та зсув фаз
- 4** Векторна діаграма
- 5** Діючі значення струму та напруги

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

- 1 **Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

## **1 Визначення змінного струму та сфера його застосування**

Змінним називається такий електричний струм, сила й напрям з часом змінюється. Тут розглянемо періодичний змінний струм. Який через однакові проміжки часу. Що називається періодичним, повторює своє значення.

У народному господарстві й побуті в основному застосовується змінний струм. Це пояснюється тим, що він має ряд істотних переваг над струмом.

Змінний струм можна трансформувати, що дає змогу дістати струм високої напруги, потрібний для передавання електричної енергії на великі відстані, ба також струм низької напруги, який застосовується для живлення різних струмоприймачів.

Електродвигуни змінного струму, що є основними споживачами електричної енергії в народному господарстві, значно простіші, економічніші й надійніші в експлуатації, ніж двигун постійного струму.

Постійний струм, який застосовується в деяких установках (електротяга, електроліз, регульований електропривод), дістають здебільшого зі змінного струму його випрямленням.

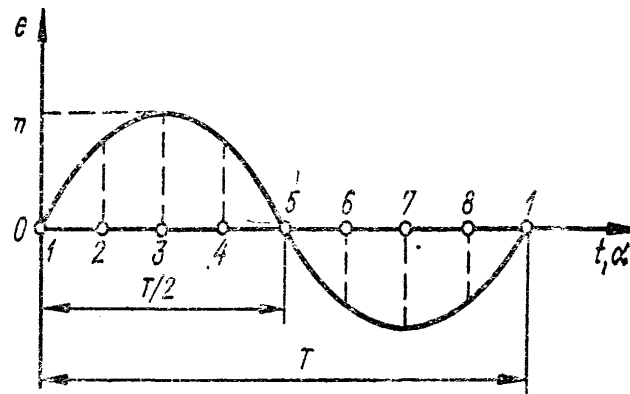
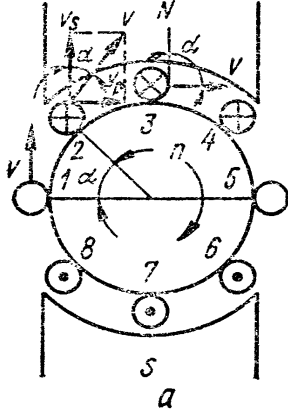
Першим змінний струм застосував російський учений П. М. Яблочков. Він його використав для освітлення, створив перші генератор і трансформатор змінного струму, розробив основні теорії передавання електричної енергії на великі відстані за допомогою змінного струму високої напруги.

Широкого Застосування в техніці електрична енергія набула лише з відкриттям змінного струму та винайденням електродвигуна змінного струму.

## **2 Утворення синусоїдного струму й основні параметри синусоїди**

У техніці застосовується в основному гармонічні змінні струми, що змінюються за законом синуса. Вони називаються синусоїдними струмами.

Джерелом такого струму може бути чи генератор, чи інвертор, який перетворює постійний струм у змінний. Розглянемо спочатку утворення синусоїдного струму на найпростішій моделі генератора(рис. 4.1, а).



Така  
модель

складається з північного та південного полюсів, які

створюють рівномірне магнітне поле, а також ротора – барабана з не феромагнітного металу з закріпленим уздовж його твірної провідником, що обертається зі сталою кутовою швидкістю стороннім двигуном. Дія моделі ґрунтується на явищі електромагнітної індукції. При обертанні барабана провідник перетинає силові лінії магнітного поля, і в ньому індукується е.р.с.

Нехай барабан обертається в напрямі руху годинникової стрілки, як показано на рис. 4.1.а. позначивши вісім положень провідника в магнітному полі та визначивши напрям індукованої е.р.с. (користуючись правилом правої руки), з'ясуємо, якого значення досягне е.р.с. у кожному з цих положень. Оскільки йдеться про змінний струм, треба ввести поняття е.р.с. і сили струму в даний момент, або миттєвих значень е.р.с. і струму. Вони позначаються малими літерами, тобто миттєве значення напруги –  $u$ .

З розд. 3 відомо, що у випадку постійного струму при незмінності всіх величин індукована е.р.с. визначається як

$$e = Blv \sin \alpha.$$

У випадку синусоїдного струму, де  $\alpha$  – змінна величина, цей вираз визначає миттєве значення е.р.с., тобто

$$e = Blv \sin \alpha.$$

З рис.4.1,  $\alpha$  впливає, що в положенні 1 провідник немов би ковзає вздовж силових ліній магнітного поля; тому  $\alpha = 0$  та  $e = 0$ . на рис. 4.1, б цьому положенню провідника відповідає ордината  $e = 0$ .

Оскільки е.р.с. у провіднику залежить від його положення в магнітному полі, а це положення визначається часом  $t$ , що минув від початку руху ротора з положення 1 або кутом  $\alpha$ , графік е.р.с. будемо в координатах  $t, \alpha, e$ .

У положенні 2 провідник перетинає силові лінії магнітного поля під кутом  $\alpha$ , причому  $\alpha > 0$ , а значить, і  $e > 0$ . на графіку від точки 2 відкладаємо в масштабі відповідну ординату  $e$ .

У положенні провідника 3 маємо  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\sin \alpha = 1$ , тобто  $e$  набуває максимального значення. На графіку від точки 3 відкладаємо відповідну ординату  $e$ .

Неважко переконатися в тому, що е.р.с. у положеннях 4 та 5 провідника відповідно дорівнюють е.р.с. у положеннях 2 та 1.

У положенні 6 провідника напрям е.р.с. змінюється; тому ординату  $e$ , що

відповідає ординатам в положеннях 2 та 4 провідника, треба відкласти від осі абсцис униз.

У положенні 7 провідника е.р.с. відповідає е.р.с. у положенні 3, тобто максимально. Але з протилежним знаком.

У положенні 8 провідника е.р.с. за значенням і напрямом відповідає е.р.с. у положенні 6.

З'єднавши плавною лінією верхівки побудованих миттєвих значень е.р.с., дістанемо графік її зміни в провіднику за один повний оберт ротора.

Оскільки наведений графік будувався на підставі виразу (4.1), який є рівнянням синусоїди, побудована крива є кривою синусоїдної е.р.с. Створюваний нею струм. Що живить струмоприймач, має аналогічний графік і теж є синусоїдним.

Розглянемо параметри утвореної синусоїдної е.р.с.

Період – це час. Протягом якого відбувається повний цикл змін миттєвих значень е.р.с. Виражається він у секундах або кутових градусах і позначаються літерою  $T$ . при двополюсному генераторі періоду відповідає один повний оберт ротора, що становить  $360^\circ$ , або  $2\pi$  радіанів.

Максимальне чи амплітудне, значення е.р.с. позначається  $E_m$ , максимальне значення струму –  $I_m$ .

Частота – це величина, обертаня періоду, тобто

$$f = 1/T. \quad (4.2)$$

Частота виражається в герцах (Гц). У нас стандартна промислова частота дорівнює 50 Гц.

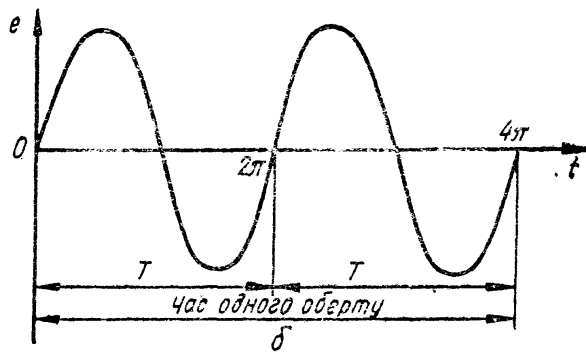
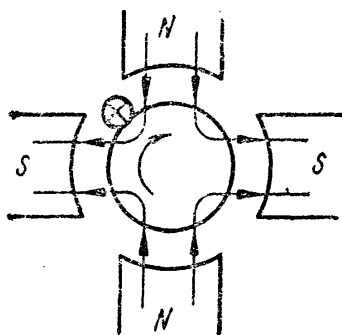
Кут, який визначає положення провідника в магнітному полі, можна виразити через кутову швидкість і час. Оскільки кутова швидкість є кут, пройдений обертовим тілом за одиницю часу, тобто  $\alpha = \omega t$ , маємо

$$\alpha = \omega t \quad (4.3)$$

Величина  $\omega$  називається кутовою частотою. Її можна виразити через частоту змінного струму. За час одного повного періоду  $t = T$  провідник здійснює в магнітному полі один оберт, тобто повертається на кут  $\alpha = 360^\circ = 2\pi$  рад, так що

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi \quad (4.4)$$

Запишемо рівняння е.р.с. генератора, виражене через параметри, що характеризують її синусоїду. Якщо  $\alpha = 90^\circ$ , то  $\sin\alpha = 1$  іттєве значення е.р.с. у цей момент дорівнює максимальному її значенню,



тобто

$$E_m = Blv. \quad (4.5)$$

З урахуванням (4.5) вираз (4.1) набуває вигляду

$$e = E_m \sin \alpha. \quad (4.6)$$

Підставивши сюди  $\alpha$  згідно з (4.3), дістанемо остаточне рівняння синусоїднуї е.р.с

$$e = E_m \sin \omega t. \quad (4.7)$$

Відповідне рівняння синусоїдного струму має вигляд

$$i = I_m \sin \omega t. \quad (4.8)$$

Розглянемо тепер багатополіусний генератор синусоїдного струму. Щоб дістати е.р.с. з частотою 50 Гц, сторонній двигун повинен надати генератору з однією парою полюсів частоту обертання 50 об/с, чи 3000 об/хв.. На всі двигуни (наприклад, водяні турбіни) здатні розвивати таку частоту обертання. Тому генератори синусоїдного струму будуються з  $p$  парами полюсів, причому  $p$  може дорівнювати чи бути більшим за одиницю.

На рис. 4.2, а зображено схему генератора з  $p = 2$ . тут за один оберт якоря е.р.с. матиме два повних періоди. Введемо поняття електричного кута  $pa$  – геометричного кута, помноженого на  $p$ . Тоді кутова швидкість

$$\omega = pa/t. \quad (4.9)$$

Як впливає з рис. 4.2, б,  $pa = 2\pi n p t = T$ .

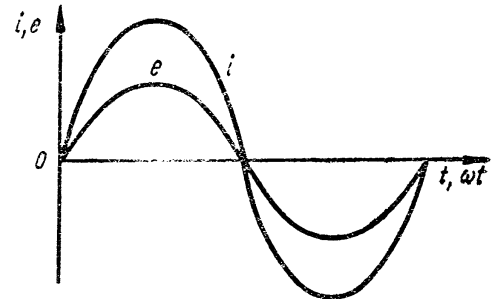
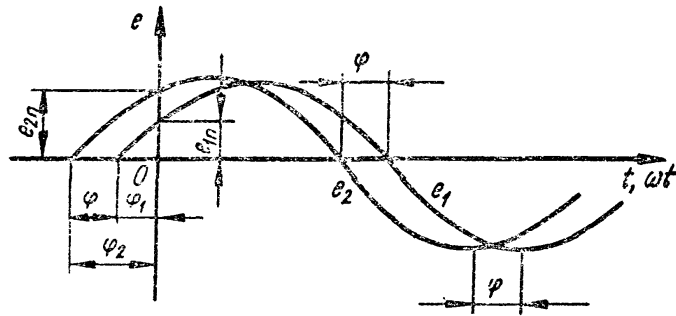
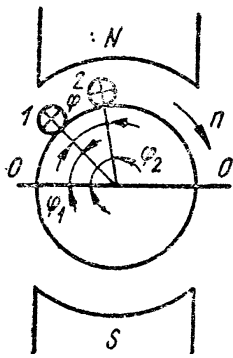
Частота  $f$  змінного струму, створюваного багатополіусним генератором, пропорційна частоті обертання його якоря  $n$  та числу пар полюсів  $p$ . Якщо  $n$  виражається в обертах за хвилину, то

$$f = n p /60. \quad (4.10)$$

### 3 Фаза та зсув фаз

Кут, який характеризує положення провідника в магнітному полі, а значить, е.р.с., називається фазовим кутом, або фазою. Оскільки при обертанні ротора положення провідника в магнітному полі змінюється, фазовий кут є величиною змінною. Миттєве значення е.р.с., залежить яка від амплітудного її значення ( $E_m$ ), так і від фази ( $\omega t$ ).

Розглянемо тепер синусоїдну е.р.с., яка індукується в двох провідниках, розташованих на поверхні ротора генератора зі зміщенням



на кут  $\varphi$ . На рис. 4.3, а ці провідники зображено в момент початку обертання ротора. Лінія 0 – 0, що ділить ротор по горизонталі на дві однакові частини, називається нейтральною лінією, чи нейтраллю.

У цей момент часу провідник 1 відносно нейтралі перебуває під кутом  $\varphi_1$ , а провідник 2 – під кутом  $\varphi_2$ . Оскільки кути  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  характеризують положення провідників у початковий момент обертання ротора, їх називають початковими фазовими кутами, чи початковими фазами.

У початковий момент часу в провідниках індуються такі е.р.с.:

$$e_{1n} = E_{1m} \sin \varphi_1; e_{2n} = E_{2m} \sin \varphi_2.$$

Кут зміщення провідників на поверхні ротора називається зсувом фаз між провідниками ( $\varphi$ ). Зсув фаз, очевидно, дорівнює різниці початкових фаз:

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1.$$

На рис. 4.3, б зображено синусоїди е.р.с., які індуються в обох провідниках. По осі абсцис відкладено кут  $\omega t$  чи час  $t$ , по осі ординат е.р.с.

При обертанні провідників у магнітному полі в напрямі руху годинникової стрілки спочатку під північним полюсом пройде провідник 2, а через кут  $\varphi$  – провідник 1. при проходженні під полюсом, де провідник перетинає силові лінії магнітного поля під прямим кутом, у ньому індукується максимальна е.р.с. Отже, максимум е.р.с. виникає спочатку в провіднику 2, а потім - у провіднику 1.

Тому синусоїди, що зображають е.р.с. у провідниках, зміщено на кут  $\varphi$ . Щоб знайти цей кут графіку, треба визначити зміщення між однаковими характерними точками синусоїд (максимальними чи нульовими).

Синусоїда. В якій нульове чи максимальне додатне значення настає раніше, ніж у іншій, називається випереджаючою на відміну від тої, що досягає цих значень пізніше й називається відстаючою. Відлік часу проводиться від початку координатних осей. В розглядуваному випадку синусоїда  $e_2$  випереджає синусоїду  $e_1$  на кут  $\varphi$ .

Якщо  $\varphi = 0$ , то такі синусоїди називаються збіжними за фазою (рис. 4.4).

З урахуванням початкових фазових кутів  $\varphi$ , що характеризують синусоїдні е.р.с. і струм у початковий момент часу, рівняння (4.7) і (4.8) набувають такого вигляду:

$$e = Em \sin(\varphi); \quad (4.12)$$

$$i = Im \sin(\omega t + \varphi). \quad (4.13)$$

тут фазовим кутом, або фазою, буде  $\omega t + \varphi$ .

Зсув фаз можна розглядати не тільки між однойменними електротехнічними величинами (двома е.р.с. або двома струмами), а й між різнойменними (е.р.с. і струмом, е.р.с. і потужністю тощо). Зсув фаз між двома електротехнічними величинами можна визнати лише при однаковості їх частот.

#### 4 Векторна діаграма

Графічне зображення синусоїдних величин (е.р.с., струму та ін.) в прямокутних координатах у вигляді хвильових діаграм не завжди зручно, особливо якщо треба на одному кресленні зобразити кілька синусоїдних величин. Тому останні зображають векторами. Сукупність векторів називаються векторною діаграмою.

Зобразимо синусоїдну величину у вигляді вектора (рис 4.5), причому розглядатимемо якусь синусоїдну величину  $A$ , під якою можна розуміти е.р.с., струм, магнітний мотік, потужність тощо. Як впливає з рисунка, синусоїда не проходить через початок координат, тобто має початкову фазу  $\alpha$ . Її рівняння має такий вигляд:

$$a = Am \sin(\omega t - \alpha).$$

Для побудови векторної діаграми намалюємо коло, радіус якого в деякому масштабі дорівнюватиме максимальному значенню синусоїдної величини ( $Am$ ).

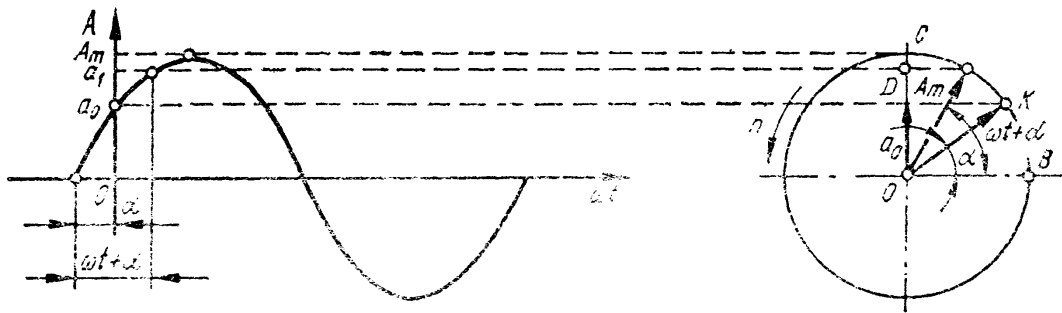
Потім проведемо вектор  $OK$  під кутом  $\alpha$  до радіуса  $OB$ , від якого умовимося вести відлік кутів проти напрямку руху годинникової стрілки. Вектор  $OK$  за довжиною відповідає максимальному значенню синусоїдної величини. В момент часу  $t = 0$  її миттєве значення

$$a_0 = Am \sin \alpha.$$

На векторній діаграмі значення  $a_0$  можна знайти, спроектувавши вектор  $OK$  на вертикальну вісь. Справді, з трикутника  $ODK$  випливає, що проекція  $OD = OK \sin \alpha = Am \sin \alpha$ ; отже,  $a_0 = OD$ .

Так само на векторній діаграмі можна знайти будь-яке миттєве значення синусоїдної величини.

Оскільки вектор зображає синусоїдну величину, тобто величину, яка неперервно змінюється, сам він умовно вважається таким, що



обертається проти напрямку руху годинникової стрілки. Один повний оберт вектора відповідає одному періоду синусоїди.

Застосувати векторну діаграму особливо зручно при зображенні кількох синусоїдних величин на одному графіку. В цьому разі вектори можна додавати та віднімати за звичайними правилами додавання й віднімання векторів, але з додержанням однієї обов'язкової умови: додавати та віднімати можна тільки вектори синусоїдних величин однакової частоти.

## 5 Діючі значення струму та напруги

При розрахунку кіл змінного струму й вимірюваннях у них користуватися миттєвими чи максимальними значеннями струму та напруги незручно, а часто й неможливо. Тому використовуються їх діючими значеннями.

Діюче значення струму позначається  $I$ , а напруги –  $U$ .

На шляхах амперметрів і вольтметрів наносяться діючі значення струму й напруги.

Вектори на векторній діаграмі теж відображають діючі значення струму та напруги. Це допустимо, бо між максимальними і діючими значеннями струму й напруги існує постійний зв'язок.

Амплітудне й ефективне, чи діюче, значення синусоїдної величини досліджені математично. З математики відомо, що діюче значення синусоїди становить 0,707 її амплітудного значення. Застосовуючи цю залежність до синусоїди струму та напруги, можна записати:

$$U = 0,707 u_m; \quad (4,14)$$

$$I = 0,707 I_m; \quad (4,15)$$

Аналогічно до синусоїди потужності

$$P = 0,707 P_m. \quad (4,16)$$

## Лекція 27

**Тема: Векторні діаграми**

**Мета: оволодіти знаннями про побудову векторних діаграм**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

## План

### 1 Обґрунтування векторної діаграми

### 2 Побудова векторної діаграми

### 3 Складання і віднімання векторів

### 4 Діюча і середня величина змінного струму

5 Діюча величина періодичного струму є його середньої квадратичної за період.

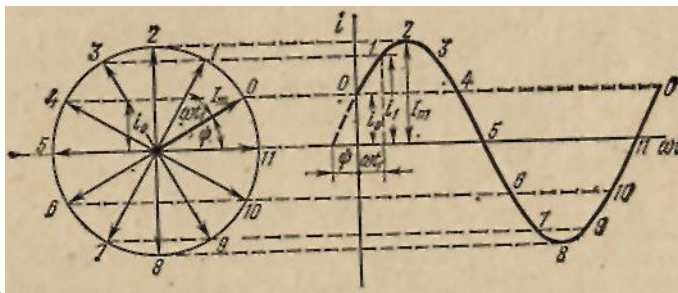
Дотепер величини, що змінюються по синусоїдальному закону, задавали рівняннями і зображали графіками в прямокутній системі координат. При розрахунку електричних ланцюгів змінного струму користуються вельми простим і наочним способом графічного зображення синусоїдальних величин за допомогою векторів, що обертаються.

### 1 Обґрунтування векторної діаграми

Припустимо, що струм заданий рівнянням

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi).$$

Проведемо дві взаємно перпендикулярні осі і з точки перетину осей проведемо вектор  $I_m$ , довжина якого в певному масштабі  $M_i$  виражає амплітуду



струму  $I_m : I_m = I_m / M_i$ .

Мал. 12.10, До питання про векторну діаграму

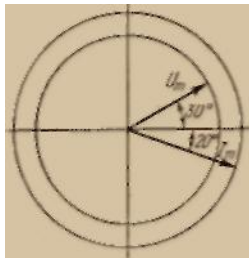
Напрямок вектора виберемо так, щоб з позитивним напрямком горизонтальної осі вектор складав кут, рівний початковою фазі  $\psi$  (мал. 12.10). Проекція цього вектора на вертикальну вісь визначає миттєвий струм в початковий момент часу:  $i_0 = I_m \sin \psi$ . Уявимо собі, що вектор  $I_m$  обертається проти руху годинникової стрілки з кутовою швидкістю, рівній кутовій частоті  $\omega$ . Його положення у будь-який момент часу визначається кутом  $\omega t + \psi$ . Тоді миттєвий струм для довільного моменту часу  $t$  можна визначити проекцією вектора  $I_m$  на вертикальну вісь у цей момент часу. Наприклад, для  $t = t_1$

$$i_1 = I_m \sin(\omega t_1 + \psi)$$

у загальному випадку  $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$ . Одержали таке ж рівняння, яким був заданий змінний струм, що свідчить про можливість зображення струму вектором, що обертається, при нанесенні його на креслення в початковому положенні.

## 2 Побудова векторної діаграми

Обертаючи вектор  $I'_m$  проти руху годинникової стрілки, в прямокутній системі координат побудуємо графік зміни проекції його на вертикальну вісь в межах одного обороту (одного періоду). Одержимо відомий вже графік синусоїдальної функції, відповідний заданому рівнянню. При побудові векторів позитивні кути відлічують від позитивного напрямку горизонтальної осі проти обертання годинникової стрілки, а негативні - по її руху. В процесі розрахунку електричного ланцюга визначається ряд синусоїдальних величин. Все їх можна зобразити на одному кресленні за допомогою векторів, що обертаються, прив'язавши до однієї пари взаємно перпендикулярних осей.



Мал. 12.11. Векторна діаграма струму і напруги

*Сукупність векторів, що зображають на одному кресленні декілька синусоїдальних величин однакової частоти в початковий момент часу, називається векторною діаграмою.*

Наприклад, напруга і струм в електричному ланцюзі виражаються рівняннями

$$u = 125 \sin(\omega t + 30^\circ) \quad i = 12 \sin(\omega t - 20^\circ);$$

Векторна діаграма такого ланцюга зображена на мал. 12.11. Якщо вибрати масштаби напруги і струму

$$M_u = 50 \text{ В/см}; M_i = 4 \text{ А/см}; \text{ то}$$

$$U_m - U_m/M_u = 125/50 = 2,5 \text{ см}; I_m = I_m/M_i, = 12/4 = 3 \text{ см}$$

Векторна діаграма містить вектори синусоїдальних величин однакової частоти, тому вони обертаються з однаковою частотою і їх взаємне розташування

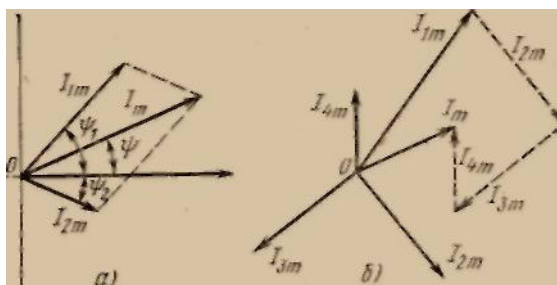
не міняється. Почало відліку часу вибирають довільно, тому один з векторів діаграми можна направити довільно; інші ж потрібно розташовувати з урахуванням зрушення фаз по відношенню до першого або попереднього вектора.

### 3 Складання і віднімання векторів

Простота і наочність векторних діаграм - не єдине і не головне достоїнство способу зображення синусоїдальних величин. Потрібно скласти, наприклад, два струми, задані рівняннями  $i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1); i_2 = I_{2m} \sin(\omega t - \psi_2)$

Вираз суми  $i = i_1 + i_2 = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + I_{2m} \sin(\omega t - \psi_2)$

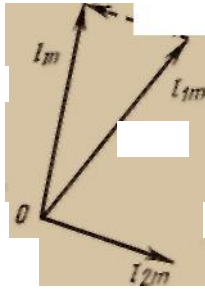
виявляється громіздким, з нього не видно амплітуда і початкова фаза результуючого струму. Можна графічно скласти два задані струми, побудувавши їх в одній системі координат і для ряду аргументів, знайшовши суму двох ординат. Через одержані крапки проведемо криву суми, побачимо, що ця крива теж синусоїда з таким же періодом, як і доданки. По кривій загального струму можна знайти амплітуду і початкову фазу. Громіздкість і незручність такого складання очевидні. Дуже просто складання і віднімання синусоїдальних величин здійснюється за правилами складання і віднімання векторів.



Мал. 12.12. Складання векторів

Складемо два задані струми  $i_1$  і  $i_2$  за відомим правилом складання векторів (мал. 12.12,а). Для цього зобразимо струми у вигляді векторів із загального початку  $O$ . Результуючий вектор знайдемо як діагональ паралелограма, побудованого на складових векторах:  $I_m = I_{1m} + I_{2m}$

Складання векторів, особливо трьох і більш, зручніше вести в такому порядку: один вектор залишається на місці, інші переносяться паралельно самим собі так, щоб почало подальшого вектора співпало з кінцем попереднього. Вектор  $I_m$ , проведений з початку першого вектора в кінець останнього, є сумою всіх векторів (мал. 12.12, б). Віднімання одного вектора з іншого виконують складанням прямого вектора - зменшуваного і зворотного - від'ємника (мал. 12.13):



Мал. 12.13. Віднімання векторів

Мал. 12.14. Окремі випадки

складання

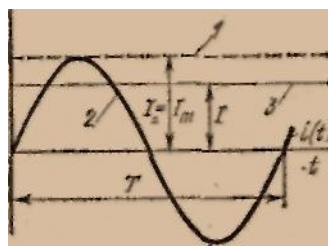
При складанні синусоїдальних величин в окремих випадках можна застосувати аналітичне рішення: стосовно мал. 12.12, по теоремі косинусів; до мал. 12.14,  $a$  - складання модулів векторів  $b$  - віднімання модулів векторів,  $c$  - по теоремі Піфагора.

#### 4 Діюча і середня величина змінного струму

Про змінний струм все відомо, якщо задано його рівняння або графік. Проте в практиці користуватися рівняннями або графіками струмів скрутно. Змінний струм звичайно характеризується тій, що його діє величиною  $I$ . При вивченні випрямних пристроїв і електричних машин користуються середніми величинами  $\varepsilon$ ,  $d$ ,  $z$ , струму, напруги.

#### Діюча величина змінного струму

При визначенні діючої величини змінного струму можна виходити з якої-небудь його дії в електричному ланцюзі (тепловій, Механічній взаємодії дротів із струмами). На мал. 12.18 зображені графіки двох струмів: постійного 1 і змінного 2, причому величина постійного струму рівна амплітуді змінного. Постійний струм, рівний амплітуді змінного, виділяє більше тепло в одному і тому ж елементі ланцюга за один і той же час, оскільки змінний струм протягом напівперіоду менше постійного, і лише одна мить ці струми рівні. " Діюча величина змінного струму  $I$  чисельно рівна величині постійного струму, який в одному і тому ж елементі ланцюга за час періоду  $T$  виділяє стільки ж тепла, скільки за тих же умов виділяє змінний струм. Визначимо кількість тепла, що виділяється за період  $T$  постійним струмом рівним  $I$ , і змінним струмом  $i = I_m \sin \omega t$  елементі ланцюга з опором  $R$ :



$$Q_{\text{ном}} I^2 RT; Q_{\text{пер}} = \int_0^T i^2 R dt = I_m^2 R \int_0^T \sin^2 \omega t dt$$

Прирівнюючи  $Q_{\text{ном}} = Q_{\text{пер}}$  знайдемо

$$I^2 T = \int_0^T i^2 dt; \dots I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt};$$

**5 Діюча величина періодичного струму є його середньої квадратичної за період.**

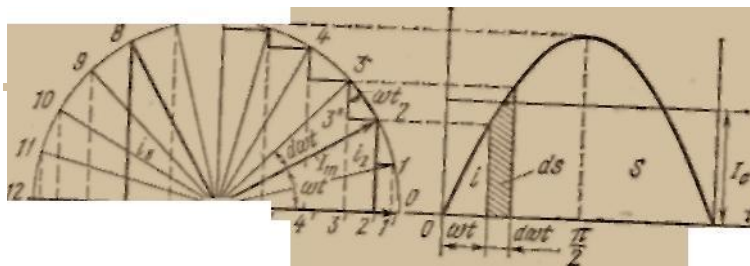
Її можна знайти з рівняння (12.9), але для наочності скористаємося графічним рішенням поставленої задачі. Середньоквадратичну величину змінного струму за період можна представити у вигляді квадратного кореня з суми дуже великого числа ординат кривої  $i^2(t)$  розділеної на число ординат  $n$ :

$$I = \sqrt{\frac{i_1^2 + i_2^2 + \dots + i_n^2}{n}} \quad (12.10)$$

де в чисельнику підкорінного виразу представлена сума квадратів ряду миттєвих струмів протягом періоду,  $n$  - число цих значень, прагнуче до  $\infty$ .

На мал. 12.19 показані ряд положень  $\omega$  вектора струму, що обертається з кутовою швидкістю  $\omega$  і відповідні їм миттєві токи  $I_m$ . Ці положення відмічені крапками 0, 1, 2 і т.д. на колі, яке описує кінець вектора  $I_m$ .

Розглянемо два положення вектора  $I_m$  (відмічені крапками 2 і 5), віддалені по колу на  $90^\circ$ , тобто що знаходяться відповідно в першій і другій чвертях кола. Прямокутні трикутники  $6'-2'-1$  і  $6'-8-8'$  рівні, оскільки рівні їх сторони:  $2-2' = 6'-8'$  і  $2'-6' = 8-8'$ . З цих трикутників виходить:  $i_2^2 + I_8^2 = I_m^2$



Мал. 12.19. До визначення діючої середньої величини синусоїдального струму

Кожному положенню вектора  $I_m$  в першій чверті відповідає інше його положення в другій, для яких можна написати аналогічний вираз. Такі міркування можна провести для іншого півкола, т. е. розповсюдити їх на

другий напівперіод струму, причому квадрати негативних миттєвих струмів будуть позитивні, тому

$$i_1^2 + i_2^2 + \dots + i_8^2 + \dots + i_n^2 = I_m^2 \frac{n}{2}.$$

Підставляючи цей вираз в (12.10), одержимо

$$I = I_m / \sqrt{2} \quad (12.11)$$

Таким чином, діюча величина синусоїдального струму менше за його амплітуду в  $\sqrt{2}$  разу.

Поняття про діючу величину можна розповсюдити на всі синусоїдальні функції  $i$ , отже, говорити про діючу величину напруги,  $\varepsilon$  д. с.

Діючі величини струму, напруги вимірюються приладами, електровимірювань. Номінальні струми і напруги електротехнічних пристроїв виражаються діючими величинами. Ввівши поняття про діючу величину, надалі векторні діаграми будуватимемо для діючих величин напруг і струмів.

Відношення амплітуди до діючої величини називається коефіцієнтом амплітуди  $K_a$ . Для синусоїдальної функції цей коефіцієнт рівний  $\sqrt{2}$ ; якщо крива струму або напруги має гострішу форму, ніж синусоїда, то  $K_a > \sqrt{2}$ ; інакше  $K_a < \sqrt{2}$  (при прямокутній формі  $K_a = 1$ ).

### **Середня величина змінного струму**

*Середньою величиною змінного струму (э. д. з, напруги) називається середнє арифметичне зі всіх миттєвих величин за напівперіод.*

Середня величина рівна висоті прямокутника з підставою  $l$  (у кутовій мірі), площа якого рівна площі  $S$ , обмеженою позитивною півхвилею струму і віссю абсцис (див. мал. 12.19)  $I_c \pi = S$ .

Для визначення площі  $S$  потрібно скласти в межах напівперіоду елементарні площі  $dS$ , одна з яких на малюнку показана при деякому вугіллі і миттєвій величині струму  $i$ .

При малій зміні кута ( $d\omega t \rightarrow 0$ ) значення струму можна вважати постійним, тому

$$dS = id\omega t = I_m \sin \omega t d\omega t$$

Зміні кута на  $d\omega t$  відповідає поворот на такий же кут вектора  $I_m$ , кінець якого опише дугу 2-3 завдовжки

$$dl = I_m d\omega t \quad \text{тому} \quad dS = dl \sin \omega t$$

Довжину дуги  $dl$  можна рахувати рівній гіпотенузі прямокутного трикутника 2-3-3". Цей трикутник має взаємно перпендикулярні сторони з трикутником 2-6'-2', тому кути при вершинах 3 і 6' рівні  $\omega t$ . Сторона 2-3" трикутника 2-3-3"- рівна проекції гіпотенузи 2-3 на горизонтальну вісь:

$$dS = dl \sin \omega t = \overline{2'-3'}$$

Такі ж міркування можна привести для подальших і попередніх змін кута  $\omega t$  на  $d\omega t$ . Отже, суму  $S$  елементарних площ  $dS$ , узятую за напівперіод, можна прирівняти проекції півкола на її діаметр:  $S = 2I_m$

$$\text{Таким чином } I_c \pi = 2I_m$$

Середня величина синусоїдального струму

$$I_c = 2I_m / \pi \quad (12.12)$$

Середня величина синусоїдальної функції за період рівна нулю, оскільки площі позитивної і негативної півхвиль рівні.

Відношення діючої величини до середньої називається коефіцієнтом форми кривої  $K_\phi$ :

$$K_\phi = I / I_c \quad \text{Для синусоїди} \quad K_\phi = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \frac{\pi}{2/m} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11$$

Знайдемо середню і діючу величини э. д. з, що наводиться в прямокутному витку (див. мал. 12.1) при обертанні його в рівномірному магнітному полі з постійною кутовою швидкістю. Для цього у формулі (12.2) позначимо:  $ID = S$  - площа витка;  $BS = \Phi m$  - найбільша величина магнітного потоку, зчепленого з витком.

Амплітуда э. д. с. за наявності  $N$  витків

$$E_m = \Phi_m N \omega = 2\pi N \Phi_m$$

Середня величина э. д. с.

$$E_c = 2E_m / \pi = 4fN\Phi_m$$

Діюча величина э. д. с.

$$E = K_\phi E_c = 1,11E_c = 4,44/fN\Phi_m. \quad (12.13)$$

## Лекція 28

**Тема: Коло з активним опором, індуктивністю і ємністю.**

**Мета: оволодіти знаннями про розрахунок трьохфазних кіл**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

**1 Коло з активним опором**

**2 Коло з індуктивністю**

**3. Коло з ємністю**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

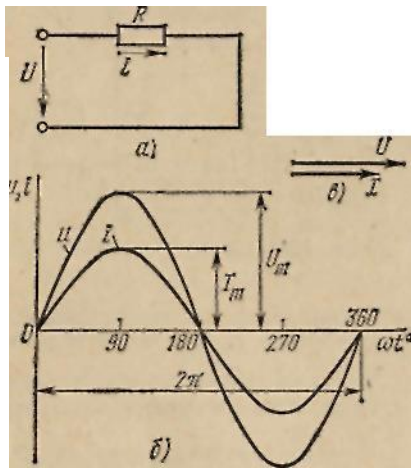
- Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

Всі реальні електротехнічні пристрої володіють електричним опором  $R$ , індуктивністю  $L$  і ємністю  $Z$ , які є параметрами електричного ланцюга змінного струму. Проте вплив кожного з параметрів на струм в ланцюзі різний, тому в деяких випадках з розрахункової схеми виключаються ті, вплив яких трохи.

Таким чином схема електричного ланцюга змінного струму характеризується одним з вказаних параметрів  $R$ ,  $L$ ,  $Z$  або комбінацією їх при різних способах з'єднання елементів.

### **1 Коло з активним опором**

Електричні лампи розжарювання, печі опору, побутові нагрівальні прилади, реостати і інші приймачі, де електрична енергія перетвориться в теплову, на схемах заміщення звичайно представлені тільки опором  $R$ .



Мал. 13.1. До питання про ланцюг з активним опором

Для схеми, зображеної на мал. 13.1, а, задані опір  $R$  і напруга, що змінюється згідно із законом

$$u = U_m \sin \omega t .$$

Потрібно визначити струм і потужність ланцюга.

### Струм в ланцюзі

Вираз для миттєвого струму знайдемо за законом Ома:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$$

де  $I_m = U_m / R$  - амплітуда струму.

З рівнянь напруги і струму видно, що початкові фази обох кривих однакові, т.-е. *напруга і струм в ланцюзі з опором  $R$  співпадають по фазі*. Це показано на графіках і векторній діаграмі (мал. 13.1,б, в).

Діючий струм знайдемо, розділивши амплітуду на  $\sqrt{2}$ :

$$I_m / \sqrt{2} = U_m / \sqrt{2} R$$

звідси  $I = U / R; U = IR; R = U / I$

Формули (!3.1) виражають закон Ома для ланцюга змінного струму з опором  $R$ . Зовні вони нічим не відрізняються від формули (2.6) для ланцюга постійного струму, якщо змінні напруга і струм виражені діючими величинами.

### Миттєва потужність

При змінних величинах напруги і струму швидкість перетворення електричної енергії в приймачі, тобто його потужність, теж змінюється. Миттєва потужність рівна твору миттєвих величин напруги і струму:

$$p = U_m \sin \omega t I_m \sin \omega t = U_m I_m \sin^2 \omega t .$$

З тригонометрії знайдемо

$$\sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}$$

Враховуючи це, запишемо

$$p = \frac{U_m I_m}{2} - \frac{U_m I_m}{2} \cos 2\omega t \quad (13.2)$$

Наочніше уявлення про характер зміни потужності в ланцюзі дає графік в прямокутній системі координат, який будується після множення ординат кривих напруги і струму, відповідних ряду значень їх загального аргументу - часу  $t$ . Залежність потужності від часу - періодична крива (мал. 13.2).

Якщо вісь часу  $t$  підняти по кресленню на величину  $p = P_m / 2 = U_m I_m / 2$ , то щодо нової осі ' графік потужності є синусоїдою з подвійною частотою і початковою фазою  $90^\circ$ :

$$p' = \frac{U_m I_m}{2} \sin(2\omega t - 90^\circ) = -\frac{U_m I_m}{2} \cos 2\omega t$$

Таким чином, в первинній системі координат миттєва потужність рівна сумі постійної величини  $P = U_m I_m / 2$  і змінної  $p'$ :  $p = P + p'$

Аналізуючи графік миттєвої потужності, неважко відмітити, що потужність протягом періоду залишається позитивною, хоча струм і напруга міняють свій знак. Це виходить завдяки збігу по фазі напруги і струму.

Постійність знаку потужності говорить про те, що напрям потоку електричної енергії залишається протягом періоду незмінним, в даному випадку від мережі (від джерела енергії) в приймач з опором  $R$ , де електрична енергія необоротно перетвориться в інший вид енергії. В цьому випадку електрична енергія називається активною.

Якщо  $R$  - опір провідника, то відповідно до закону Лінч - Джоуля електрична енергія в ньому перетвориться в тепло.

### **Активна потужність**

Швидкість перетворення електричної енергії в інший вид енергії за кінцевий проміжок часу, значно більший періоду зміни струму, характеризується середньою потужністю. Вона рівна середній потужності за період, яку називають активною.

Активна потужність - середнє арифметичне миттєвої потужності за період.

Для даного ланцюга активну потужність  $P$  неважко визначити з графіка мал. 13.2.

Середня величина потужності рівна висоті прямокутника з підставою  $T$ , рівновеликого площі, обмеженій кривий  $p(t)$  і віссю абсцис (на малюнку заштриховано).

Рівність площ  $PT = Sp$  виконується, якщо висоту прямокутника узяти рівній половині найбільшої миттєвої потужності  $P_m$ .

В цьому випадку частина площі, що знаходиться вище за прямокутник, точно укладається в ту, що залишилася незаштрихованою його частина:

$$P = \frac{P_m}{2} = \frac{U_m I_m}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = UI$$

Активна потужність ланцюга з опором рівна твору діючих величин напруги і струму:

$$P = UI = I^2 R = U^2 / R \quad (13.3)$$

З математичної точки зору активна потужність є постійною складовою в рівнянні миттєвої потужності  $p(t)$  [див. вираз (13.2)].

Середню потужність за період можна знайти інтеграцією рівняння (13.2) в межах періоду:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{U_m I_m}{2T} \int_0^T dt - \frac{U_m I_m}{2T} \int_0^T \cos 2\omega t dt$$

$$\int_0^T \cos 2\omega t dt = 0$$

Тому

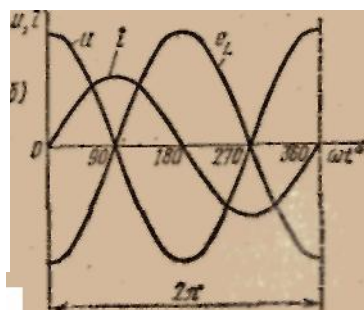
$$P = \frac{U_m I_m}{2} = UI$$

Опір  $R$ , визначуваний з формули (13.3) відношенням активної потужності ланцюга до квадрата діючого струму, називається активним електричним опором.

## 2 Коло з індуктивністю

Досліджуваний далі ланцюг, індуктивність, що містить тільки, є штучним, оскільки котушки, лінії електропередачі і інші пристрої окрім індуктивності  $L$  мають і активний опір.

Проте розгляд ідеальної котушки (при  $R = 0$ ) необхідний для з'ясування фізичних процесів в реальних ланцюгах.

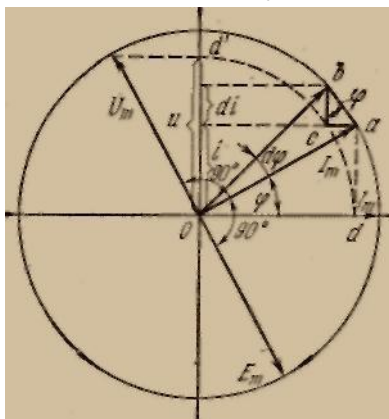


Це тим більше важливо, що в окремих випадках активним опором і місткістю можна нехтувати із-за їх трохі. Наприклад, ненавантажений трансформатор в схемі заміщення у ряді випадків може бути представлений тільки своєю індуктивністю.

Допустимо, що для ланцюга (мал. 13.4, про) відомі індуктивність  $L$  і струм, що змінюється згідно із законом  $i = I_m \sin \omega t$ . Потрібно визначити напругу і потужність ланцюга.

### Індуктивна напруга

Змінний струм в котушці викликає е. д. с. самоіндукції (див. § 10.4). За відсутності активного опору прикладена до котушки напруга врівноважується тільки е. д. с. самоіндукції



тому відповідно до другого закону Кирхгофа у будь-який момент часу  $u = -e_L$ .

Е. д. с. самоіндукції пропорційна швидкості зміни струму [див. формулу (10.10)]

$$e_L = -L \frac{di}{dt} \text{ а напруга } u = L \frac{di}{dt}$$

Мал. 13.5. Векторна діаграма ланцюга з індуктивністю

Рівняння прикладеної напруги можна знайти, розглядаючи векторну діаграму на мал. 13.5, де струм зображений вектором  $I_m$ , який передбачається таким, що обертається з кутовою швидкістю, рівній кутовій частоті  $\omega$ . У початковому положенні (при  $t = 0$ ) вектор  $I_m$  направлений по горизонтальній осі управо. Це відповідає рівнянню струму (13.4), якщо миттєві величини  $i$  визначати проекцією вектора, що обертається  $I_m$  на вертикальну вісь (див. §12.3).

Розглянемо проміжні положення вектора  $I_m$ , віддалені від початкового на кут  $\varphi = \omega t$ .  $d\varphi$ , де  $d\varphi$  - елементарний кут, на який вектор  $I_m$  повертається за малий проміжок часу  $dt$ . За час  $dt$  струм змінився на  $di$ . Приріст струму виражається катетом прямокутного трикутника  $abc$ , гіпотенуза якого  $ab$  при вельми малому вугіллі може бути прирівняна дузі кола між крапками  $a$  і  $b$ , а кут при вершині  $b$  рівний  $\varphi$ . Тому відрізок  $ab$  в масштабі струму має значення  $I_m d\varphi$  і  $di = I_m d\varphi \cos \varphi$ .

Рівняння напруги

$$u = L \frac{di}{dt} = LI_m \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi .$$

Але

$$\varphi = \omega t. \frac{d\varphi}{dt} = \omega$$

тому

$$u = \omega LI_m \cos \omega t = \omega LI_m \sin(\omega t + 90^\circ) .$$

Це рівняння можна одержати, диференціюючи рівняння струму:

$$u = L \frac{di}{dt} = L \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = \omega LI_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

### Індуктивний опір

Діюча величина напруги визначається з рівняння (13.5), де  $\omega LI_m = U_m$  - амплітуда напруги. Розділивши цей вираз на  $\sqrt{2}$ , одержимо

$$\omega L \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Звідси

$$U = I\omega L = IX_L ;$$

$$I = U / X_L . \quad (13.6)$$

Коефіцієнт пропорційності між діючими величинами напруги і струму, рівний твору індуктивності і кутової частоти  $\omega L$ , позначають  $X_L$  і називають реактивним опором індуктивності або і н д у к т и в н и м о п о р о м .

Індуктивний опір виражається в омах:

$$[X_L] = [U/I] = V/A = \text{Ом}.$$

Діюча величина струму в ланцюзі з індуктивністю рівна відношенню діючої величини напруги до індуктивного опору.

Формула (13.6) схожа на формулу Ома. Це дозволяє струм в ланцюзі з індуктивністю визначати так само, як струм в ланцюзі з активним опором. Але потрібно пам'ятати, що індуктивний опір з фізичної точки зору нічого загальною із звичайним опором не має. Поняття про індуктивний опір, введене для полегшення розрахунку, замінює в розрахунку фактичний вплив е. д. с. самоіндукції на струм в ланцюзі, т. с. відображає інерційні властивості електричного ланцюга.

### Векторна діаграма кола

Зіставлення рівнянь струму (13.4) і напруги (13.5) показує, що в ланцюзі з індуктивністю струм відстає від напруги по фазі на чверть періоду, або в кутовій мірі на  $\pi/2$ . Це видно також на мал. 13.5. Миттєва напруга виражається відрізком  $o-d$  в масштабі, що відрізняється від масштабу струму в  $\omega L$  раз.

Перенесемо цей відрізок на вертикальну вісь (відрізок  $o-d'$ ), де відкладаються миттєві величини струму. Цій миттєвій напрузі і відповідає вектор  $U_m$ , що випереджає вектор  $I_m$  по ходу обертання на кут  $90^\circ$ . Э. д.с. самоіндукції, направлена проти прикладеної напруги, має рівняння

$$e = -\omega L I_m \cos \omega t = E_m \sin(\omega t - 90^\circ)$$

а на мал. 13.5 зображена вектором  $E_m$ , що відстає від вектора струму  $I_m$  на  $90^\circ$ . На мал. 13.4 це показане окремо на графіку і векторній діаграмі (на векторній діаграмі відкладені діючі величини).

### Миттєва і реактивна потужності

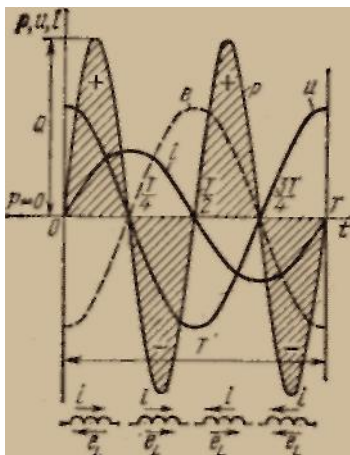
Миттєва потужність  $p = ui$ , або

$$p = U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) I_m \sin \omega t = U_m I_m \cos \omega t \sin \omega t = \frac{U_m I_m}{2} \sin 2\omega t$$

Графік зміни потужності (мал. 13.6) є синусоїдою подвійної частоти з амплітудою

$$Q = \frac{U_m I_m}{2} = \frac{U_m I_m}{\sqrt{2}\sqrt{2}}$$

або



$$Q = UI. \quad (13.7)$$

Найбільша величина потужності в ланцюзі з індуктивністю рівна твору тих, що діють напруги і струму.

Для з'ясування фізичного сенсу енергетичних процесів звернемо ще раз увагу на графік потужності. З нього видно, що миттєва потужність протягом періоду чотири рази міняє знак (у моменти часу  $T/4$ ;  $T/2$ ;  $\frac{3}{4}T$ ;  $T$ ). Зміна

знаку потужності означає, що напрям потоку енергії міняється.

Мал. 13.6. Графік миттєвої потужності в ланцюзі з індуктивністю

У першу чверть періоду, коли струм в ланцюзі збільшується, енергія накопичується в магнітному полі котушки за рахунок енергії джерела. Котушка в цей час є приймачем енергії

струм направлений проти э. д. с. самоіндукції. У другу чверть періоду, коли струм зменшується, енергія повертається в мережу (джерелу).

Напрями э. д. с. самоіндукції і струму в котушці совпадають — котушка є джерелом енергії. У наступну половину періоду процес повторюється. Неважко відмітити, що кількість енергії, що накопичується в котушці за одну чверть періоду (заштрихована площа «+»), точно рівно кількості енергії, повертаної назад

в наступну чверть періоду (заштрихована площа «—»).

Середня (активна) потужність за період в ланцюзі з індуктивністю рівна нулю ( $P = 0$ ), оскільки в ланцюзі з індуктивністю перетворення електричної енергії в інші види енергії (теплову, механічну) не відбувається.

Швидкість накопичення і спаду енергії магнітного поля міняється по гармонійному закону. Амплітуда кривої миттєвої потужності  $Q$  є характеристикою цього процесу і називається реактивною потужністю.

Одиницю потужності в цьому випадку називають вар - вольт-ампер реактивний - на відміну від одиниці активної потужності - вата.

### 3. Коло з ємністю

У конденсаторі з ідеальним діелектриком передбачається повна відсутність струму провідності і втрат енергії. Зміна напруги між обкладаннями конденсатора супроводжується електричним струмом зсуву, величина якого залежить від місткості  $C$ . При напрузі на конденсаторі  $u = U_m \sin \omega t$  визначимо струм і потужність.

#### Електричний струм зсуву

Зовнішнє електричне поле викликає поляризацію діелектрика (див. § 7.3).

При всякій зміні електричного поля змінюється поляризована діелектрика, причому зв'язані заряджені частинки, що входять до складу атомів і молекул речовини, переміщуються, утворюючи електричний струм.

Явище руху зв'язаних заряджених частинок в діелектриці при зміні поляризації діелектрика називають електричним струмом поляризації.

Струм поляризації, згідно формулі (2.2)

$$i_n = \frac{dq}{dt} = \frac{d(\sigma S)}{dt} = \frac{S d\sigma}{dt}$$

де  $\sigma$  - щільність електричного зсуву заряду; звідси

$$\frac{i_n}{S} = \frac{d\sigma}{dt}$$

Де  $i_n / S = J_n$  - щільність струму поляризації.

Враховуючи формулу (7.20), знайдемо, що щільність струму поляризації рівна швидкості зміни поляризованої:

$$J_n = \frac{dP}{dt}$$

При зміні електричного поля міняється не тільки вектор поляризації  $P$ , але і вектор електричного зсуву у вакуумі  $D_0$ . З виразів (7.22) і (7.24) слідує

$$\frac{dD}{dt} = \frac{dD_0}{dt} + \frac{dP}{dt}$$

Другий доданок в правій частині цього рівняння є щільність струму

поляризації, пов'язаного з рухом заряджених частинок діелектрика. Перший доданок також має розмірність щільності струму, але характеризує фізичний процес в самому електричному полі при його змін в часі.

Величину  $\frac{dD_0}{dt} = J_0$  називають щільністю електричного струму в вакуумі. Щільність повного електричного струму зсуву

$$J = \frac{dD}{dt} = J_0 + J_n$$

Введення поняття про струм зсуву дозволяє розглядати електричний ланцюг з конденсатором безперервної: на ділянках з провідників є струм провідності, а в діелектриці - рівний йому струм зсуву.

### Струм в ланцюзі з місткістю

Заряд конденсатора пропорційний напрузі між його обкладаннями [див. формулу (7.28)], тому зміна напруги супроводжується зміною заряду:

$$dq = Cdu.$$

Швидкість зміни заряду пропорційна швидкості зміни напруги:

$$\frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}$$

Але швидкість зміни заряду рівна електричному струму [див. формулу (2.2)]:

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad (13.8)$$

При цьому в зовнішній по відношенню до конденсатора ділянці ланцюга відбувається рух електронів (струм провідності) через джерело. Одночасно при збільшенні напруги здійснюється поляризація діелектрика в конденсаторі і виникає струм зсуву. При зменшенні напруги діелектрик деполаризується.

Таким чином, *струм в ланцюзі з конденсатором пропорційний швидкості зміни напруги на його обкладаннях.*

Рівняння (13.8) формою подібно до рівняння (13.5). Тому характер зміни струму при синусоїдальній напрузі можна прослідкувати на векторній діаграмі аналогічно тому, як це зроблено при розгляді ланцюга з індуктивністю (див. мал. 13.5), віднісши міркування до швидкості зміни напруги.

На діаграмі вектори струму і напруги слід поміняти місцями. У зв'язку з цим рівняння струму для ланцюга з місткістю можна записати аналогічно рівнянню для напруги в ланцюзі з індуктивністю:

$$i = \omega C U_m \cos \omega t = \omega C U_m \sin(\omega t + 90^\circ) . \quad (13.9)$$

Рівняння струму можна одержати, диференціюючи рівняння напруги:

$$i = C \frac{du}{dt} = C \frac{d(U_m \sin \omega t)}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t .$$

## Опір, місткості

Величина  $\omega C U_m = I_m$  є амплітуда струму. Розділивши цей вираз на  $\sqrt{2}$ , одержимо

$$I = \omega C U = U / X_c \quad (13,10)$$

Величину  $1/\omega C$  позначають  $X_c$  і називають реактивним опором місткості або опором, місткості. Опір, місткості, - величина, зворотна твору місткості кутової частоти.

**Діючий струм в ланцюзі з місткістю рівний відношенню діючої напруги до опору, місткості .**

Формула (13.10) формою співпадає з формулою Ома. Проте опір, місткості, фізично нічого спільного із звичайним опором R не має.

Поняття про опір, місткості, введено для полегшення розрахунків, відображає в розрахунку протидію зарядженого конденсатора струму в ланцюзі.

Зіставлення рівнянь напруги і струму показує, що в ланцюзі з місткістю напруга відстає від струму по фазі на чверть періоду, або в кутовій мірі на  $\pi/2$ . На мал. 13.7, би, в це показано на графіку і векторній діаграмі.

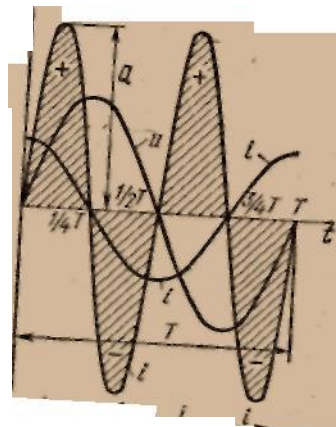
## Потужність в ланцюзі

Побудова графіка миттєвої потужності (мал. 13.8) виконується точно так, як і для ланцюга з індуктивністю, якщо мати на увазі, що миттєва потужність виражається таким же твором

$$p - ui$$

або

$$p = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \frac{U_m I_m}{2} \sin 2\omega t$$



Мал. 13.8. Графік миттєвої потужності в колі з місткістю

З графіка видно, що миттєва потужність, як і в ланцюзі з індуктивністю, чотири рази протягом періоду міняє знак. У першу чверть періоду, коли напруга на конденсаторі збільшується, енергія накопичується в електричному полі конденсатора за рахунок роботи джерела. Конденсатор в цей час заряджає, т. е. є приймачем

енергії: напрями струму і прикладеної напруги співпадають. У другу чверть періоду, коли напруга зменшується, енергія в тій же кількості повертається в мережу (до джерела), струм в ланцюзі направлений проти напруги мережі, тобто конденсатор є джерелом енергії (розряджається).

Провівши міркування, аналогічні тим, які були зроблені для ланцюга з індуктивністю, знайдемо, що активна потужність в ланцюзі з місткістю рівна нулю ( $P = 0$ ), а реактивна потужність рівна твору діючих величин напруги і струму:

$$Q = UI = U^2 \omega C$$

Таким чином, в ланцюзі з місткістю, так само як і в ланцюзі з індуктивністю, перетворення електричної енергії в інші види енергії (теплову, механічну) не відбувається.

## Лекція 29

**Тема: Коло з реальною котушкою індуктивності.**

**Мета: оволодіти знаннями про розрахунок електричних кіл змінного струму**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

**1 Схема заміщення котушки з послідовним з'єднанням елементів**

**2 Векторная діаграма напруги. Повний опір катушки.**

**3 Потужність катушки. Миттєва потужність катушки**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

- Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

Реальна котушка відрізняється від ідеальної тем, що змінний струм у ній супроводжується не тільки зміною енергії в магнітному полі, але і перетворенням електричної енергії в інший вид. Зокрема, у проводі катушки електрична енергія перетворюється в тепло відповідно до закону Ленца - Джоуля.

Раніше було з'ясовано, що в ланцюзі перемінного струму процес перетворення електричної енергії в інший вид характеризується активною потужністю ланцюга  $P$ , а зміна енергії в магнітному полі - реактивною потужністю  $Q$ .

У реальній котушці мають місце обидва процеси, тобто її активна і реактивна потужності відмінні від нуля. Тому в схемі заміщення реальна котушка повинна бути представлена активними і реактивними елементами.

Розподіл реальної котушки на два елементи штучно, тому що конструктивно обидва елементи нероздільні. Однак такою же схемою заміщення можна представити реальний ланцюг із двох конструктивно не сполучених елементів, один із яких характеризується тільки активною потужністю  $P(Q = 0)$ , а іншої - реактивною (індуктивною) потужністю  $Q(P = 0)$ .

### 1 Схема заміщення котушки з послідовним з'єднанням елементів

У схемі з послідовним з'єднанням елементів реальна котушка характеризується активним опором  $R$  і індуктивністю  $L$ . Активний опір визначається величиною потужності втрат

$$R = P / I^2$$

а індуктивність - конструкцією котушки. Припустимо, що струм у котушці (мал.1) виражається рівнянням  $i = I_m \sin \omega t$ . Потрібно визначити напругу в колі і потужність.

При змінному струмі в котушці виникає ерс. самоіндукції  $e_L$ , тому струм залежить від дії прикладеної напруги і ерс  $e_L$ . Рівняння електричної рівноваги кола, складене по другому закону Кірхгофа, має вигляд:

$$u + e_L = iR$$

$$u = iR + (-e_L) = iR + L \frac{di}{dt} = u_R + u_L$$

Прикладена до котушки напруга складається з двох доданків, один з яких дорівнює падінню напруги в активному опорі, а інше врівноважує ерс самоіндукції. Відповідно до цього котушку в схемі можна представити активним і індуктивним опорами, з'єднаними послідовно (мал.2).

Тому

$$u = RI_m \sin \omega t + \omega LI_m \sin(\omega t + \pi / 2).$$

## 2 Векторная диаграмма напряжения. Повний опір катушки.

Розбіжність по фазі доданків у вираженні (13.12) утрудняє визначення амплітуди і діючої величини прикладеного до ланцюга напруги  $U$ . Тому скористаємося векторним способом додавання синусоїдальних величин. Амплітуди складової загальної напруги.

$$U_{mR} = RI_m; \quad U_{mL} = \omega LI_m$$

$$U_R = RI; \quad U_L = X_L I$$

$$U = U_R + U_L$$

Для того щоб знайти величину вектора  $U$ , побудуємо векторну діаграму (рис 3.), попередньо вибравши масштаби струму  $M_i$ , і напруги  $M_u$

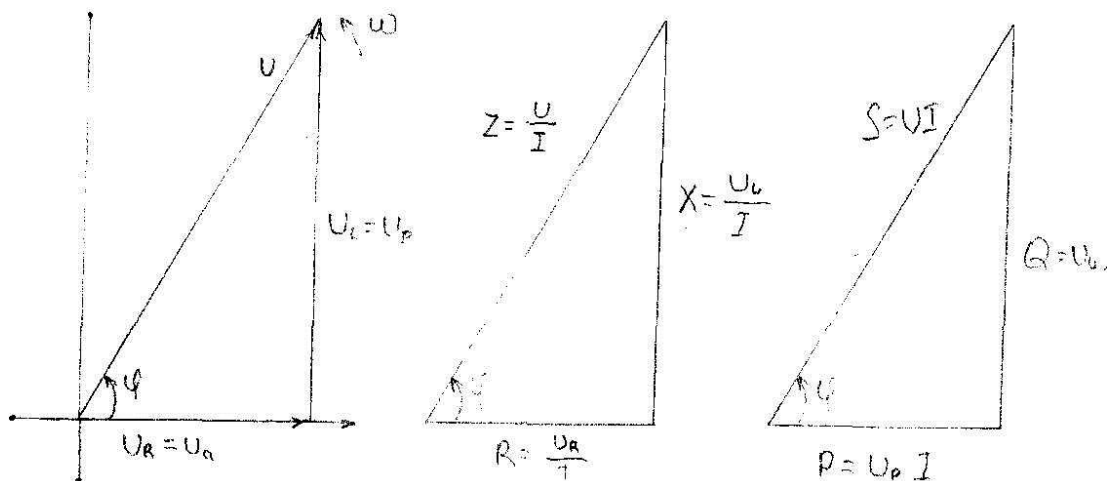


Рис. 13.10. Векторная диаграмма цепи, треугольники сопротивлений и мощности

Проекция вектора напряжения  $U$  на направление вектора тока называется активной составляющей вектора напряжения и обозначается

$$U_R = U \cos \varphi$$

Для катушки по (рис. 13.9)

ідношення діючої напруги до діючого струму даного кола називається повним опором ланцюга. Сторони трикутника опорів не можна вважати векторами, тому що опори не є функціями часу.

З трикутника опорів випливає.

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$U = I\sqrt{R^2 + X_L^2} = IZ; \quad I = U/Z$$

$$\cos \varphi = U_R/U = R/Z; \quad \sin \varphi = U_L/U = X_L/Z; \quad \operatorname{tg} \varphi = U_L/U = X_L/R$$

### 3 Потужність катушки. Миттєва потужність катушки

З графіка миттєвої потужності (рис 13.11) видно, що протягом періоду

$$p = ui = U_m \sin(\omega t + \varphi) I_m \sin \omega t$$

потужність чотири рази змінює знак; отже, напрямок струму енергії й у даному випадку в пліні періоду міняється. Щодо деякої осі  $t'$ , зрушеної паралельно осі  $t$  на величину  $P$ , графік миттєвої потужності є синусоїдальною функцією подвійної частоти.

При позитивному значенні потужності енергія переходить від джерела в приймач, а при негативному - навпаки. Неважко помітити, що кількість енергії поступившей у приймач (позитивна площа), більше повернутої назад (негативна площа)

Отже, у ланцюзі з активним опором і індуктивністю частина енергії, що надходить від генератора, необратимо перетворюється в інший вид енергії, але деяка частина повертається назад. Це процес повторюється в кожен період струму, тому в ланцюзі поряд з безперервним перетворенням електричної енергії в інший вид енергії (активна енергія) частина її робить коливання між джерелом і приймачем (реактивна енергія). Швидкість необоротного процесу перетворення енергії оцінюється середньою потужністю  $P$ , швидкість обмінного процесу характеризується реактивною потужністю  $Q$ .

$$P = UI \cos \varphi$$

$$Q = UI \sin \varphi$$

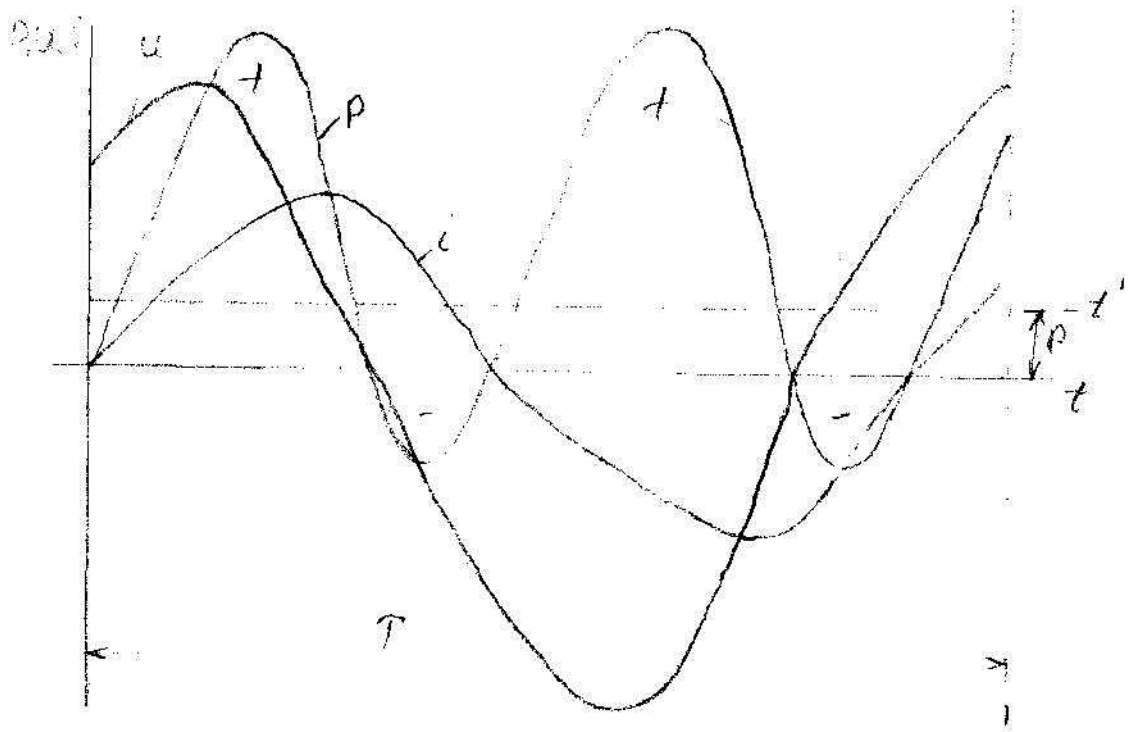


Рис. 13.11. Графік миттєвої потужності цепи

Крім активної і реактивної потужностей користуються поняттям повної потужності  $S$ , що визначається добутком діючих величин напруги і токи ланцюга:

$$S = UI = I^2 Z$$

Величину повної потужності можна одержати з вираження (13.22), що легко довести на підставі формул (13.19) і (13.20):

Величину повної потужності можна одержати з вираження (13.22), що легко довести на підставі формул (13.19) і (13.20):

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Потужність  $S$ ,  $P$ ,  $Q$  графічно можна виразити сторонами прямокутного трикутника. Трикутник потужностей виходить із трикутника напруг, якщо сторони останнього, виражені в одиницях напруги, помножити на струм.

$$\cos \varphi = P/S; \quad \sin \varphi = Q/S; \quad \operatorname{tg} \varphi = Q/P.$$

## Лекція 30

### Тема: Коло з реальним конденсатором

**Мета:** оволодіти знаннями про розрахунок електричних кіл

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

**1** Схема заміщення конденсатора з паралельним з'єднанням елементів.

**2** Векторная діаграма струмів

**3** Трикутник провідностей

**4** Потужність

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

- 1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

При перемінній напрузі на реальному конденсаторі крім струму зсуву маютья невеликі струми провідності через товщу діелектрика (об'ємний струм) і по поверхні (поверхневий струм). Струми провідності і поляризацію діелектрика супроводжують втрати енергії. Таким чином, у реальному конденсаторі на ряді зі зміною енергії електричного поля (це характеризує реактивна потужність  $Q$ ) через недосконалість діелектрика йде необоротний процес перетворення електричної енергії в тепло, швидкість якого виражається активною потужністю  $P$ . По цьому в схемі заміщення реальний конденсатор повинний бути представлений активним і реактивним елементами. Розподіл реального конденсатора па 2 елементи - це розрахунковий прийом, тому що конструктивно їх виділити не можна. Однак таку ж схему заміщення має реальний ланцюг із двох елементів, один із яких характеризується активною потужністю  $P$  ( $Q=0$ ), іншої - реактивної (ємнісної) потужністю  $Q$  ( $P=0$ ).

**1** Схема заміщення конденсатора з паралельним з'єднанням елементів.

Реальний конденсатор можна представити еквівалентною схемою паралельного з'єднання активної  $G$  і ємнісної  $C_s$  - провідностями

(мал.13.15), причому активна провідність визначається потужністю втрат у конденсаторі, а ємність - конструкцією конденсатора. Запропонуємо, що провідності  $G$  і  $B_c$  для такого кола відомі, а напруга має рівняння  $u = U_m \sin \omega t$ .

Потрібно визначити струми в колі і потужність. Дослідження кола з активним опором і кола з ємністю показало, що при синусоїдальній напрузі струми в них також синусоїдальні. При паралельному з'єднанні гілок  $G$  і  $B_c$ , відповідно до першого закону Кірхгофа, загальний струм  $i$  дорівнює сумі струмів у гілках з активної і ємнісної провідностей:

$$i = i_c + i_G$$

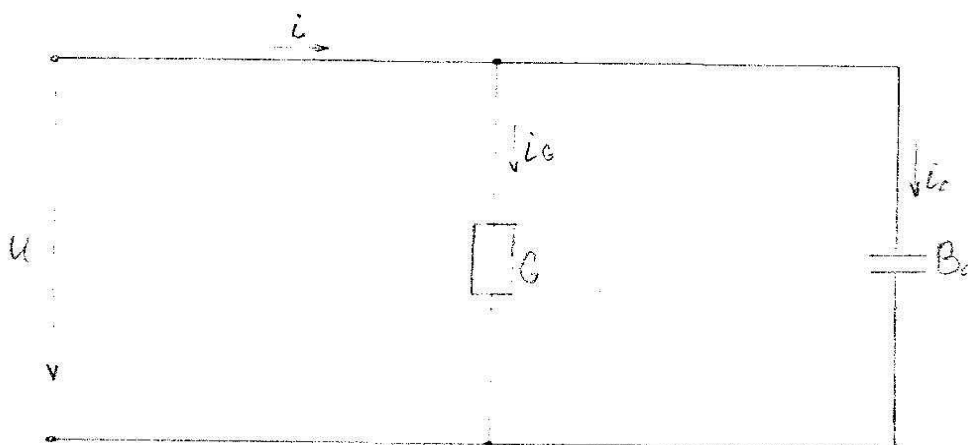


Рис.13.15. Схема замещения реального конденсатора

## 2 Векторная діаграма струмів

Для визначення діючої величини загального струму  $I$  методом векторного додавання побудуємо векторну діаграму відповідно до

$I = I_c + I_G$ . Діючі величини складових струму:

$$I_G = GU$$

$$I_c = B_c U$$

Першим на векторній діаграмі показують вектор напруги  $U$  (рис. 13.16, а) його напрямок співпадає с позитивним напрямком осі, від якого відраховуються фазові кути (початкова фаза напруги  $\varphi = 0$ ).

Вектор  $I_G$  збігається по напрямку з вектором  $U$ , а вектор  $I_c$ , спрямований

перпендикулярно векторові  $U$  з позитивним кутом.

З векторної діаграми видно, що вектор загальної напруги відстає від вектора загального струму на кут  $\varphi$ , величина якого більше нуля, але менше  $90^\circ$ .

Вектор  $I$  є гіпотенузою прямокутного трикутника, катети якого його вектори  $I_C$   $I_G$

$$I_G = I \cos \varphi; \quad I_C = I \sin \varphi; \quad I = \sqrt{I_G^2 + I_C^2}$$

### 3 Трикутник провідностей

Сторони трикутника струмів, виражені в одиницях струму, розділимо на напругу  $U$ . Одержимо подібний трикутник провідностей (мал. 13.16,6),  
Повна провідність кола

$$Y = \sqrt{G^2 + B_C^2}$$

Зв'язок між діючими величинами напруги і струму виражається формулами

$$I = U \sqrt{G^2 + B_C^2}$$

$$U = I / Y$$

$$\cos \varphi = I_G / I = G / Y; \quad \sin \varphi = I_C / I = B_C / Y; \quad \operatorname{tg} \varphi = I_C / I_G = B_C / G$$

## 4 Потужність

$$p = ui = U_m \sin \omega t I_m \sin(\omega t + \varphi)$$

Вираз миттєвої потужності реального конденсатора бігається з вираженням миттєвої потужності котушки. Міркування, аналогічні тим, що зроблені при розгляді графіка миттєвої потужності котушки (див. мал. 13.11), можна провести і для реального конденсатора на основі графіка мал. 13.17. Величини активної, реактивної і повної потужностей виражаються тими ж формулами, які були отримані для котушки [див.(13.19)-(13.22)]. Це неважко показати, якщо сторони трикутника струмів, виражені в одиницях струму, помножити на напругу  $U$ . У результаті множення вийде подібний трикутник потужностей (мал.13.16, в), катетами якого є потужності:

## Лекція 31

**Тема: Послідовне з'єднання опору, котушки і конденсатора.**

**Мета: оволодіти знаннями про розрахунок електричних кіл**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

**1 Векторна діаграма і повний опір кола**

**2 Енергетичний процес в колі**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

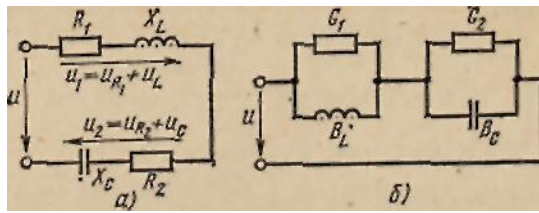
- Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

У даній лекції будуть розглянуті електричні ланцюги змінного струму, три параметри  $R$ ,  $L$ ,  $C$  що містять,  $Z$  при послідовному, паралельному з'єднанні резисторів, котушок і конденсаторів.

Розрахунок таких ланцюгів можна вести на основі векторних діаграм, з яких виходять розрахункові формули.

При послідовному з'єднанні котушки і конденсатора на розрахунковій схемі кожний з цих елементів електричного ланцюга може бути представлений активним і реактивним опором або активною і реактивною провідністю.

Для розрахунку більш простій є схема мал. 14.1, а, де елементи сполучені послідовно, а в схемі мал. 14.1, б) вони сполучені змішано.



Мал. 14.1. Схеми заміщення котушки і конденсатора при послідовному з'єднанні

Припустимо відомими параметри котушки  $R_1 L$  і конденсатора  $R_2 C$ ; струм в колі.

Потрібно визначити напругу на ділянках ланцюги і потужність.

### 1 Векторна діаграма і повний опір кола

Миттєву величину загальної напруги можна представити сумою миттєвих напруг на окремих елементах схеми:

$$u = u_{1R} + u_L + u_{2R} + u_c$$

Маючи на увазі неспівпадання по фазі активних і реактивних напруг, загальну напругу одержимо векторним складанням:

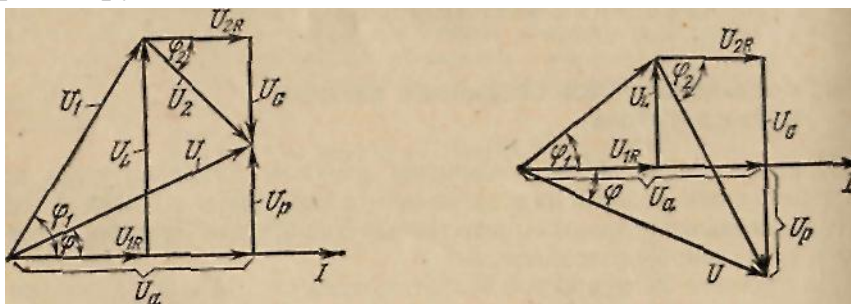
$$U = U_{1R} + U_L + U_{2R} + U_C$$

Для побудови векторної діаграми знаходимо:

$$U_{1R} = IR_1; \quad U_{2R} = IR_2; \quad U_L = IX_L; \quad U_C = IX_C.$$

Залежно від співвідношення величин реактивних опорів індуктивності і місткості можна відзначити три випадки.

1.  $X_L > X_C$  Для цього випадку векторна діаграма представлена на мал. 14.2. На діаграмі побудовані трикутники напруг для котушки і конденсатора і знайдені вектори напруги  $U_1$  і  $U_2$  на цих елементах.



Мал. 14.2. Векторна діаграма при  $XL > XC$       Мал. 14.3. Векторна діаграма при  $XL < XC$

Векторна сума напруг  $U_1 + U_2 = U$  дає загальну напругу в ланцюзі. Разом з тим вектор  $U$  є гіпотенузою прямокутного трикутника напруг, катети якого -

активна і реактивна напруги, ланцюги ( $U_a$  і  $U_p$ ). Оскільки вектори активних складових напруги направлені в один бік, їх чисельні значення складаються:

$$U_a = U_{1R} + U_{2R}.$$

Вектори реактивних складових напруги направлені по одній прямій в протилежні сторони, тому їм додають різні знаки: реактивну напругу індуктивності вважають позитивною, а напруга місткості - негативним:

$$U_p = U_L - U_C.$$

При однаковому струмі у всіх елементах ланцюга  $U_L > U_C$ . Струм відстає від загальної напруги по фазі на кут  $\varphi$ . З трикутника напруг виходить

$$U = \sqrt{(U_{1R} + U_{2R})^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_L - X_C)^2}$$

або

$$U = I\sqrt{R^2 + X^2} = IZ \quad (14.1)$$

де  $R = R_1 + R_2$ ,  $X = X_L - X_C$  - загальне активний і реактивний опори ланцюга;  $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$  - повний опір ланцюга. Ці опори графічно можна зобразити сторонами прямокутного трикутника опорів, який одержують вже відомим способом з трикутника напруг.

Повний опір ланцюга  $Z$  є коефіцієнтом пропорційності між діючими величинами струму і загальної напруги ланцюга:

$$U = IZ; I = U/Z; Z = U/I.$$

З трикутників напруги і опорів визначають наступні величини:

$$\cos \varphi = U_a / U = R / Z; \sin \varphi = \frac{U_L - U_C}{U} = \frac{X_L - X_C}{Z}$$

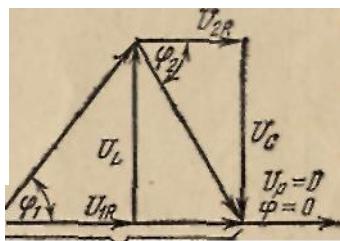
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_a} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Кут зрушення по фазі між напругою і струмом в ланцюзі позитивний ( $\varphi > 0$ ).

2.  $X_L < X_C$ . Векторна діаграма зображена на мал. 14.3, де  $U_L < U_C$ , тому загальна напруга відстає від струму на кут  $\varphi < 0$ .

Реактивний опір ланцюга носить характер місткості.

Розрахункові формули для першого випадку залишаються без зміни і для другого випадку.



Мал. 14.4. Векторна діаграма при  $X_L = X_C$

3.  $X_L = X_C$ . В цьому випадку реактивні складові напруги котушки і конденсатора рівні по величині і взаємно компенсовані:  $U_L = U_C$  (мал. 14.4). Тому реактивна складова загальної напруги і загальний реактивний опір рівні нулю, а повний опір ланцюга  $Z = R$ . Загальна напруга співпадає по фазі із струмом і рівно по величині активної складової напруги.

Кут зрушення фаз між струмом і загальною напругою рівний нулю.

Струм в ланцюзі і загальну напругу зв'язані формулою

$$U = IR, \text{ або } I = U/R.$$

У разі  $X_L = X_C$  в ланцюзі має місце явище р е з о н а н с у н а п р у .

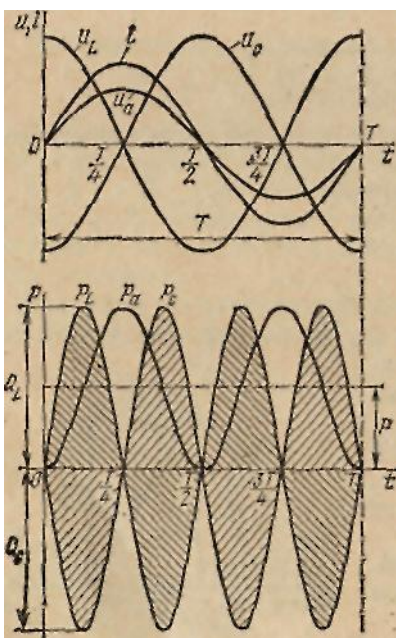
## 2 Енергетичний процес в колі

З трикутника напруг легко одержати трикутник потужностей, з якого виходять вже відомі формули:

$$P = UI \cos \varphi; \quad Q = UI \sin \varphi$$

(14.2)

$$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2} = UI .$$



Реактивні потужності входять в розрахунки також з різними знаками: індуктивна потужність позитивна, а місткість –від’ємна.

Відповідно до цього знак реактивної потужності всього ланцюга може бути тим або іншим, що виходить і з формул (14.2).

При  $\varphi > 0$   $Q > 0$ ; при  $\varphi < 0$   $Q < 0$ .

Активна потужність позитивна при будь-якому вугіллі, оскільки  $\cos \varphi = \cos(-\varphi)$ .

Повна потужність також завжди позитивна.

На підставі формул (14.2) можна зробити висновок, що в даному ланцюзі здійснюється перетворення електричної енергії ( $P \neq 0$ ) і обмінний процес між генератором і приймачем ( $Q \neq 0$  при  $\varphi \neq 0$ ).

Енергетичні процеси в даному випадку складніші, ніж в раніше

розглянутих простих ланцюгах. Ускладнення пояснюється тим, що разом з обміном енергією між генератором і приймачем здійснюється обмін енергією усередині приймача, між котушкою і Мал. 14.5. Графіки  $i$  і  $p$ ,  $p$  при  $X_L = X_C$

конденсатором.

Особливості енергетичного процесу в ланцюзі з послідовним з'єднанням котушки і конденсаторів відбиті на мал. 14.5, де показані графіки миттєвої потужності окремих елементів і ланцюга в цілому при  $XL = Xc$ .

Котушка і конденсатор протягом напівперіоду накопичують рівні кількості енергії. Проте в першу чверть періоду, коли струм збільшується, а напруга на конденсаторі зменшується, енергія накопичується в магнітному полі котушки і зменшується в електричному полі конденсатора, причому швидкість зміни енергії (потужність) у будь-який момент часу однакова. Це дає підставу вважати, що обмін енергією відбувається тільки в приймачі між котушками і конденсатором.

Для перетворення електричної енергії в інший вигляд приймач одержує з від генератора з середньою швидкістю (потужністю)  $P$ .

## Лекція 32

**Тема: Нерозгалужене коло змінного струму.**

**Мета: оволодіти знаннями про розрахунок нерозгалужених кіл змінного струму.**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

- 1 Основні положення
- 2 Векторна діаграма
- 3 Розрахункові формули

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

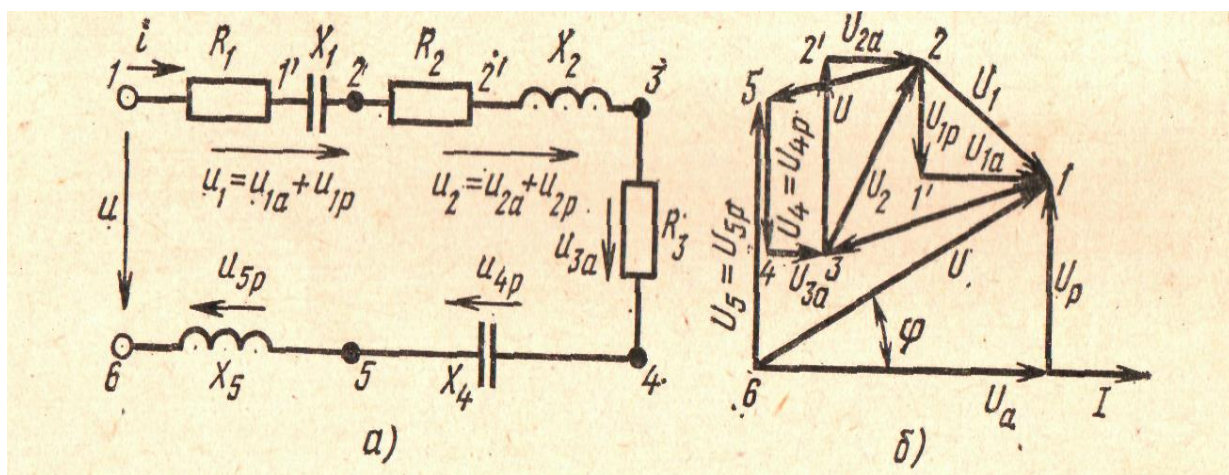
- 1 **Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

### 1 Основні положення

Порядок розрахунку, встановлений для ланцюга при послідовному з'єднанні котушки і конденсатора, можна застосувати і для ланцюга, що містить довільне число котушок і конденсаторів, сполучених послідовно.

На мал. 14.7, а для прикладу дана схема нерозгалуженого ланцюга тієї, що складається з п'яти ділянок: конденсатора ( $R_1, X_1$ ) і котушки ( $R_2, X_2$ ), представлених активними і реактивними опорами; резистора  $R_3$ ; ідеальних

конденсатора X4 і котушки X5.



Мал. 14.7. Розрахункова схема нерозгалуженого ланцюга і її векторна діаграма

Припустимо, що окрім опорів відомий струм в ланцюзі  $i = I_m \sin \omega t$

Потрібно знайти напруги на ділянках, загальна напруга в ланцюзі і потужність.

## 2 Векторна діаграма

Виберемо умовно-позитивний напрям струму  $i$ , як вказано на схемі. Для миттєвих величин відповідно до другого закону Кирхгофа рівняння напруг

$$u = u_{1a} + u_{1p} + u_{2a} + u_{2p} + u_{3a} + u_{4p} + u_{5p}$$

переходячи до діючих величин напруг, потрібно написати векторну суму:

$$U = U_{1a} + U_{1p} + U_{2a} + U_{2p} + U_{3a} + U_{4p} + U_{5p}$$

Чисельно вектори напруг визначаються твором струму і опору відповідної ділянки.

На мал. 14.7, б) побудована векторна діаграма, відповідна цьому рівнянню. За початковий, як завжди при розрахунку нерозгалужених ланцюгів, прийнятий вектор струму, а потім проведені вектори падіння напруги на кожній ділянці схеми, причому напрямки їх щодо вектора струму вибрані відповідно до характеру опору ділянок.

При побудові діаграми напруг початковою точкою вибрана крапка б, співпадаюча з початком вектора струму I. З цієї крапки проведений вектор  $U_{5p}$  реактивної напруги індуктивності (по фазі випереджає струм на  $90^\circ$ ) між точками 5 і 6 ланцюга. З кінця його проведений вектор  $U_{4p}$  реактивної напруги місткості (по фазі відстає від струму на  $90^\circ$ ) між крапками 4 і 5 ланцюга. Потім відкладений вектор  $U_{3a}$  активної напруги на резисторі (співпадає по фазі із струмом) між крапками 3 і 4 ланцюга і т. д., якщо слідувати по ланцюгу проти

напряму струму. Точки векторної діаграми, де сходяться початок наступного вектора з кінцем попереднього, позначені тими ж номерами, якими на схемі позначені крапки, що відокремлюють один елемент від іншого.

При такій побудові напруга між будь-якими двома точками ланцюга можна знайти по величині і фазі, провівши вектор на діаграмі між крапками з тими ж номерами. Наприклад, напруга  $U_{5.2}$  між крапками 5 і 2 виражається вектором, проведеним з крапки 2 в крапку 5 (вектор  $U_{2.5}$  направлений у зворотний бік); напруга  $U_{3.1}$  між крапками 3 і 1 виражається вектором, проведеним з крапки 1 в крапку 3.

Векторна діаграма, побудована відповідно до чергування елементів ланцюга, називається топографічною, оскільки крапки, що відокремлюють вектори один від одного, відповідають крапкам, що розділяють елементи схеми.

### 3 Розрахункові формули

З векторної діаграми видно, що всі активні складові векторів напруг направлені однаково — паралельно вектору струму, тому векторне складання їх можна замінити арифметичним і знайти активну складову напруги ланцюга:

$$U_a = U_{1a} + U_{2a} + U_{3a}$$

Реактивні складові векторів напруг перпендикулярні вектору струму, причому індуктивні напруги направлені в один бік, а місткості — в іншу. Тому реактивна складова напруги ланцюга  $U_p$  визначається їх сумою алгебри, в якій індуктивні напруги вважаються позитивними, а місткості — негативними.:

$$U_p = -U_{1p} + U_{2p} - U_{4p} + U_{5p}$$

Вектори активної, реактивної і повної напруг ланцюга утворюють прямокутний трикутник, з якого виходить

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} \quad (14.3)$$

Підставивши падіння напруги, виражені через струм і відповідні опори, одержимо:

$$U = I \sqrt{(\sum R_n)^2 + (\sum X_n)^2};$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{(\sum R_n)^2 + (\sum X_n)^2}} = \frac{U}{Z} \quad (14.4)$$

Таким чином знову одержана знайома вже формула, що зв'язує струм, напругу і повний опір ланцюга [ср. (14.4) і (14.1)]. У цій формулі  $\sum R_n$  — загальний активний опір, рівний арифметичній сумі всіх активних опорів, що входять в нерозгалужений ланцюг;  $\sum X_n$  — загальний реактивний опір, рівний сумі, алгебри всіх реактивних опорів, що входять в нерозгалужений ланцюг. У цій сумі індуктивні опори вважаються позитивними, а місткості — негативними. Повний опір нерозгалуженого ланцюга

$$Z = \sqrt{(\sum R_n)^2 + (\sum X_n)^2} \quad (14.5)$$

У загальному випадку повний опір ланцюга визначається як гіпотенуза прямокутного трикутника, катетами якого є виражені в певному масштабі активний і реактивний опори всього ланцюга. З трикутника опорів виходить:

$$\cos \varphi = \frac{\sum R_n}{Z}; \quad \sin \varphi = \frac{\sum X_n}{Z}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\sum X_n}{\sum R_n}; \quad \sin \varphi = \frac{\sum X_n}{Z};$$

Від трикутника напруг можна перейти також до трикутника потужностей і одержати вже відомі формули для визначення потужностей в ланцюзі:

$$P = \sum P_n; \quad Q = \sum Q_n; \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (14.7)$$

Разом з тим активну потужність ланцюга можна представити як арифметичну суму активних потужностей в елементах з активним опором. Реактивна потужність ланцюга рівна сумі, алгебри потужностей реактивних елементів.

У цій сумі потужність індуктивних елементів вважається позитивною, а місткостей — негативною:

Формули (14.2) — (14.7) є загальними; з них можна одержати конкретний вираз для будь-якого нерозгалуженого ланцюга.

## Лекція 33

**Тема:** Розгалужене коло змінного струму.

**Мета:** оволодіти знаннями про розрахунок електричних кіл

**Методи:** словесний, практичний, наочний

### План

**1** Векторна діаграма кола. Повна провідність кола

**2** Енергетичний процес в колі

**3** Векторна діаграма

## 4 Розрахункові формули

## 5 Розрахунок кола без визначення провідності гілок

### Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:

Плакати, картки, проектор.

- 1 **Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

Для розгляду паралельного з'єднання катушки і конденсатора представим їх на схемі активними і реактивними провідностями (рис. 14.11,а).

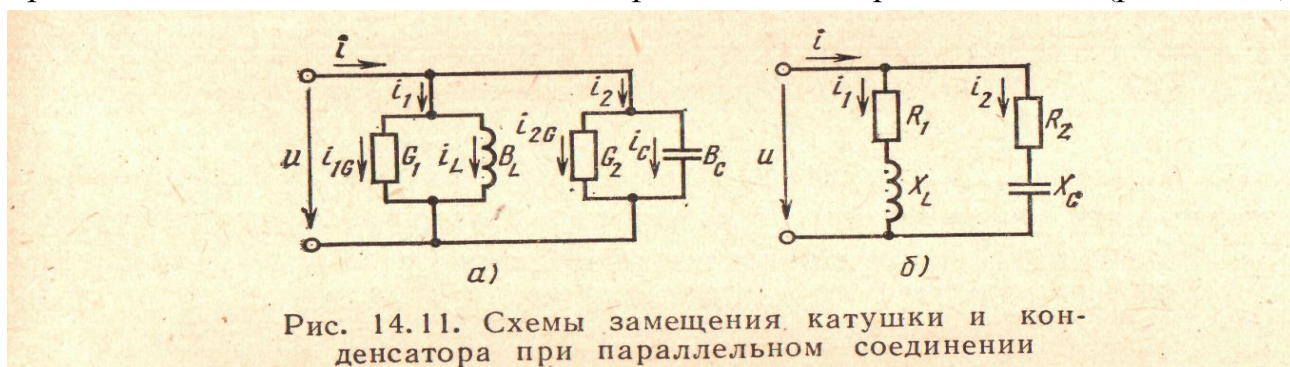


Рис. 14.11. Схеми заміщення катушки і конденсатора при паралельному з'єднанні

На схемі мал. 14.11, би ті ж катушки і конденсатор представлені активними і реактивними опорами. Перша схема має деяку перевагу, оскільки в ній всі елементи сполучені паралельно, а в іншій вони сполучені змішано.

Вважаючи відомими параметри катушки,  $B_L$  і конденсатора, а також напруга, определим струми в ланцюги і її потужність.

### 1 Векторна діаграма кола. Повна провідність кола

Згідно першому закону Кирхгофа, миттєва величина загального струму рівна сумі миттєвих струмів окремих гілок:

$$i = i_1 + i_2 = i_{1G} + i_L + i_{2G} + i_C.$$

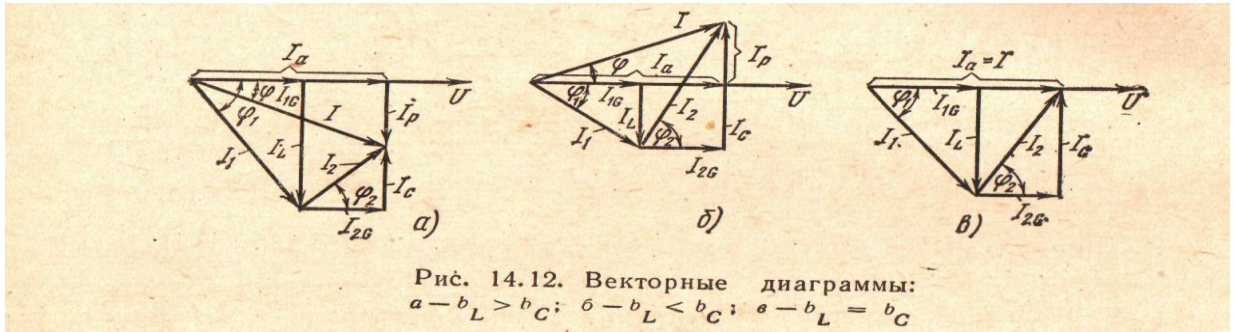
Маючи на увазі неспівпадання по фазі активних і реактивних струмів, величину загального струму знайдемо векторним складанням:

$$I = I_{1G} + I_L + I_{2G} + I_C$$

Для побудови векторної діаграми знаходимо:

$$I_{1G} = UG_1; I_{2G} = UG_2; U_L = IB_L; I_C = UB_C$$

Залежно від співвідношення величин реактивної провідності гілок з індуктивністю і місткістю можна відзначити три випадки.



1.  $B_L > B_C$ . Для цього випадку векторна діаграма представлена на мал. 14.12, *a*. На діаграмі побудовані трикутники струмів для котушки і конденсатора і знайдені вектори струмів  $I_1$  і  $I_2$  в цих елементах:

$$I_1 = I_{1G} + I_L; \quad I_2 = I_{2G} + I_C$$

Векторна сума струмів дає загальний струм в ланцюзі. Разом з тим вектор є гіпотенузою прямокутного трикутника струмів, катети якого — складові вектора струму по двох взаємно перпендикулярним осям:

$$I_a = I_{1G} + I_{2G} \text{ — активна складова;}$$

$$I_p = I_L + I_C \text{ — реактивна складова.}$$

Вектори активних складових струмів направлені в один бік, тому їх чисельні значення складаються. Вектори реактивних складових струмів направлені перпендикулярно вектору напруги в протилежні сторони, тому їм даються різні знаки: індуктивні струми вважаються позитивними, а місткості — негативними. При однаковій напрузі на всіх елементах ланцюга Загальний струм відстає від загальної напруги по фазі на кут  $\varphi$ .

З трикутника струмів виходить

$$I = \sqrt{(I_{1G} + I_{2G})^2 + (I_L - I_C)^2} = U \sqrt{(G_1 + G_2)^2 + (B_L - B_C)^2}$$

або

$$I = U \sqrt{G^2 + B^2} = UY$$

де  $G = G_1 + G_2$ ,  $B = B_L - B_C$  — загальна активна і реактивна провідність ланцюга;  $Y = \sqrt{G^2 + B^2}$  — повна провідність ланцюга. Цю три провідність графічно можна зобразити сторонами прямокутного трикутника провідності, який виходить вже відомим способом з трикутника струмів.

Повна провідність ланцюга  $Y$  є коефіцієнтом пропорційності між діючими величинами загального струму і напруги ланцюга:

$$I = UY; \quad U = I/Y; \quad Y = I/U \quad (14.8)$$

З трикутників струмів і провідності визначаються величини:

$$\cos \varphi = I_a / I = G / Y; \quad \sin \varphi = \frac{I_L - I_C}{I} = \frac{B_L - B_C}{Y}; \quad (14.9)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_L - I_C}{I_a} = \frac{B_L - B_C}{G}$$

Кут зрушення по фазі між напругою і загальним струмом в ланцюзі позитивний ( $\varphi > 0$ ).

$2 B_L < B_C$ . Векторна діаграма зображена на мал. 14.12,6. Оскільки  $I_L < I_C$ , та напруга відстає від загального струму на кут  $\varphi < 0$ .

Реактивна провідність ланцюга має характер, місткості. Розрахункові формули, одержані для випадку 1, дійсні і для цього випадку.

3.  $B_L = B_C$ . В цьому випадку реактивні складові струмів котушки і конденсатора рівні по величині:  $I_L = I_C$ . Реактивна складова загального струму і загальна реактивна провідність, рівні нулю. Загальний струм співпадає по фазі з напругою і рівний по величині активної складової струму. Кут зрушення фаз між загальним струмом і напругою рівний нулю.

Загальний струм в ланцюги і напругу зв'язані формулою

$$I = UG \text{ або } U = I/G.$$

У разі  $BL = B_C$  у ланцюзі має місце резонанс струмів.

## 2 Енергетичний процес в колі

З векторної діаграми струмів легко одержати трикутник потужностей, з якого виходять ті ж формули (14.2), які були одержані для послідовного з'єднання котушки і конденсатора.

Реактивні потужності індуктивності і місткості входять в розрахунок з різними знаками: реактивна потужність індуктивності позитивна, а реактивна потужність місткості негативна.

Відповідно до цього знак реактивної потужності всього ланцюга може бути тим або іншим, що виходить з формул (14.2).

Якщо  $\varphi > 0$ , то  $Q > 0$ ; при  $\varphi < 0$   $Q < 0$ .

Активна потужність позитивна при будь-якому значенні кута. Повна потужність теж завжди позитивна.

У даному ланцюзі активна потужність має певну величину ( $0) P \neq$ , отже, має місце перетворення електричної енергії в інший вигляд. Крім того, частина енергії, одержаної від генератора, повертається назад в генератор ( $Q \neq 0$  при 0). Обмін енергією здійснюється також між котушкою і конденсатором.

## 3 Розрахунок кіл з паралельним з'єднанням гілок.

Розрахунок електричного ланцюга, розглянутий в попередньому параграфі, можна розповсюдити на ланцюги, що містять довільне число приймачів, сполучених паралельно.

На мал. 14.14, а паралельно сполучені ті ж елементи ланцюги, які § 14.2 були розглянуті при послідовному з'єднанні (див. мал. 14.7, а): Припустимо, що для цього ланцюга відомі напруга і параметри елементів ланцюга  $R, L, C$ .

Требуется найти токи в цепи и мощность.

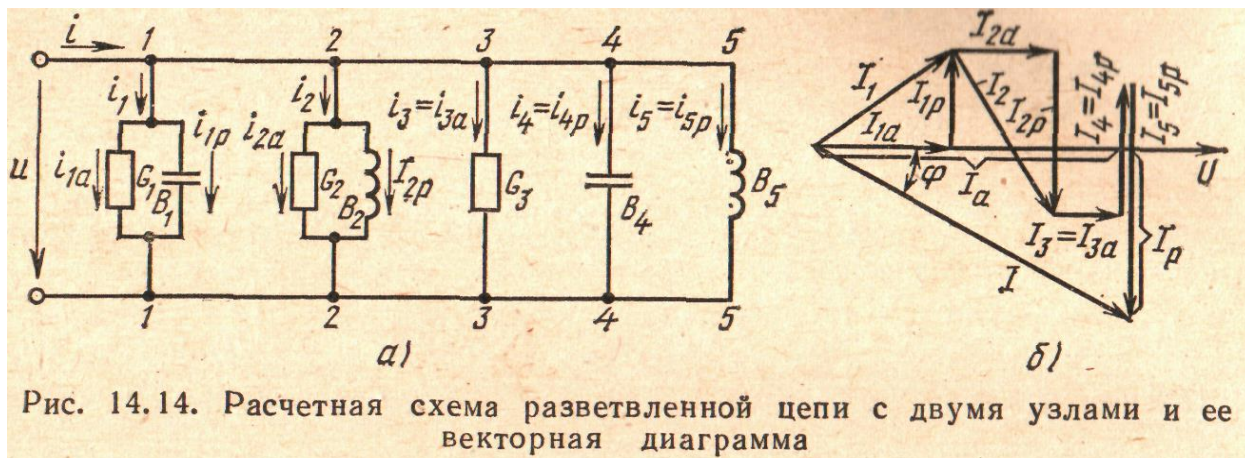


Рис. 14.14. Расчетная схема разветвленной цепи с двумя узлами и ее векторная диаграмма

### 3 Векторна діаграма

Для мгновенных величин відповідно до першого закону Кирхгофа рівняння струмів

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5$$

Представляючи струм в кожній гілці сумою активною і реактивною складових, одержимо

$$i = i_{1a} + i_{1p} + i_{2a} + i_{2p} + i_{3a} + i_{4p} + i_{5p}$$

Для діючих струмів потрібно написати векторне рівняння

$$I = I_{1a} + I_{1p} + I_{2a} + I_{2p} + I_{3a} + I_{4p} + I_{5p}$$

Чисельні значення векторів струмів визначаються твором напруги і провідності відповідної гілки.

На мал. 14.14,6 побудована векторна діаграма, відповідна цьому рівнянню. За початковий вектор прийнятий, як завжди при розрахунку ланцюгів з паралельним з'єднанням гілок, вектор напруги  $U$ , а потім нанесені вектори струму в кожній гілці, причому напрями їх щодо вектора напруги вибрані відповідно до характеру провідності гілок. Початковою точкою при побудові діаграми струмів вибрана крапка, співпадаюча з початком вектора напруги. З цієї крапки проведений вектор  $I_{1a}$  активного струму гілки -1 (по фазі співпадає з напругою), а з кінця його проведений вектор реактивного струму тієї ж гілки (випереджає напругу на  $90^\circ$ ). Ці два вектори є складовими вектора струму першої гілки. Далі в тому ж порядку відкладені вектори струмів інших гілок. Слід звернути увагу на те, що провідність гілки 3-3 активна, тому реактивна складова струму в цій гілці рівна нулю. У гілках 4-4 і 5-5 провідність реактивні, тому у складі цих струмів немає активних складових.

#### 4 Розрахункові формули

З векторної діаграми видно, що всі активні складові векторів струму направлені однаково — паралельно вектору напруги, тому векторне складання їх можна замінити арифметичними, знайти

активну складову загального струму:  $I_a = I_{1a} + I_{2a} + I_{3a}$

Реактивні складові векторів струмів перпендикулярні вектору напруги, причому індуктивні струми направлені в один бік, а місткості — в іншу. Тому реактивна складова загального струму в ланцюзі визначається їх сумою алгебри, в якій індуктивні струми вважаються позитивними, а місткості — негативними:  $I_p = -I_{1p} + I_{2p} - I_{4p} + I_{5p}$

Вектори активного, реактивного і повного струму всього ланцюга утворюють прямокутний трикутник, з якого виходить

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} \quad (14.10)$$

Підставивши величини струмів в гілках, виражена через напругу і відповідна провідність, одержимо

$$I = U \sqrt{(\sum G_n)^2 + (\sum B_n)^2} \quad (14.11)$$

$$U = \frac{I}{\sqrt{(\sum G_n)^2 + (\sum B_n)^2}} = \frac{I}{Y} \quad (14.12)$$

де — загальна активна провідність, рівна арифметичній сумі активної провідності всіх гілок;  $\sum B_n$  — загальна реактивна провідність, рівна сумі, алгебри реактивної провідності всіх гілок (у цій сумі індуктивна провідність вважається позитивною, а місткості — негативними);  $Y$  — повна провідність ланцюга;

$$Y = \sqrt{(\sum G_n)^2 + (\sum B_n)^2} \quad (14.13)$$

Таким чином, одержана знайома вже формула (14.12), що зв'язує напругу, струм і провідність ланцюга ср. (14.12) і (14.8).

Слід звернути увагу на можливі помилки при визначенні повної провідності ланцюга по відомій провідності окремих гілок: не можна складати арифметично провідність гілок, якщо струми в них не співпадають по фазі.

Повну провідність ланцюга в загальному випадку визначають як гіпотенузу прямокутного трикутника, катетами якого є виражена в певному масштабі активна і реактивна провідність всього ланцюга:

$$\cos \varphi = \frac{\sum G_n}{Y}; \quad \sin \varphi = \frac{\sum B_n}{Y}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\sum B_n}{\sum G_n}. \quad (14.14)$$

Від трикутника струмів можна перейти також до трикутника потужностей і для визначення потужності одержати відомі вже формули

$$P = UI \cos \varphi; \quad Q = UI \sin \varphi; \quad S = UI. \quad (14.15)$$

Активну потужність ланцюга можна представити як арифметичну суму активних потужностей гілок.

Реактивна потужність ланцюга рівна сумі, алгебри потужностей гілок. В цьому випадку індуктивна потужність береться позитивною, а місткість — негативною:

$$P = \sum P_n; \quad Q = \sum Q_n; \quad (14.16)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

## 5 Розрахунок кола без визначення провідності гілок

Розрахунок електричного ланцюга при паралельному з'єднанні гілок можна виконати без попереднього визначення активної і реактивної провідності, тобто представляючи елементи ланцюга в схемі заміщення їх активними і реактивними опорами (мал. 14.15, а).

Визначають струми в гілках по формулі (14.4):

$$I_1 = U / Z_1 \text{ і т. д.,}$$

де і т.д. — повні опори гілок.

Повний опір гілки, в яку входять декілька елементів, сполучених послідовно, визначають по формулі (14.5).

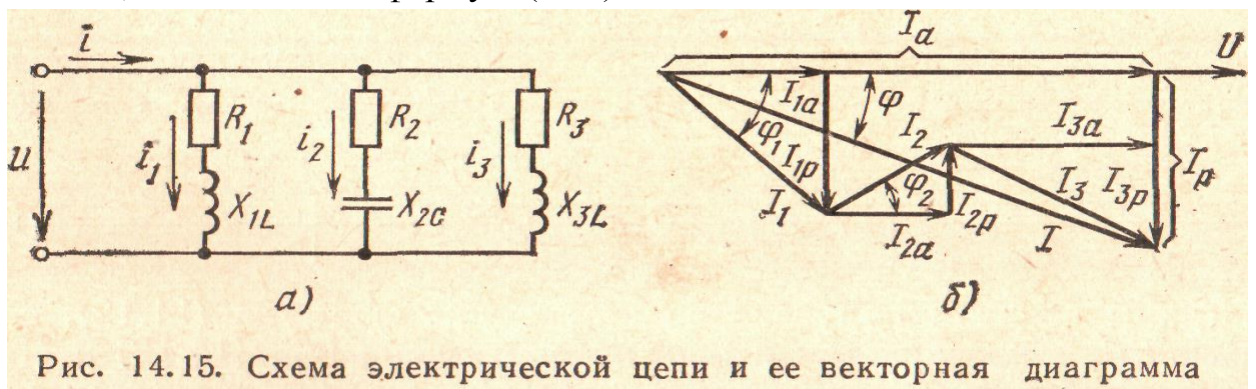


Рис. 14.15. Схема электрической цепи и ее векторная диаграмма

Для побудови векторної діаграми струмів (мал. 14.15, б) можна визначити активну і реактивну складові струму кожної гілки по формулах

$$I_{1a} = I_1 \frac{R_1}{Z_1}, \quad I_{1p} = I_1 \frac{X_1}{Z_1}$$

і т.д. для всіх гілок.

В цьому випадку відпадає необхідність визначення кутів  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  і побудови їх на кресленні.

Струм в нерозгалуженій частині ланцюга

$$I = I_{1a} + I_{1p} + I_{2a} + I_{2p} + \dots$$

Загальний струм і потужність ланцюга визначаються далі в тому ж порядку, який був показаний раніше див. формули (14.10) (14.15) (14.16).

## **Лекція 34**

### **Тема: Вираження характеристик електричних кіл комплексними числами**

**Мета: оволодіти знаннями про символічний метод розрахунку**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

#### **План**

- 1 Вираження характеристик електричних кіл комплексними числами**
- 2 Напруга і струм**
- 3 Опори**
- 4 Провідність**
- 5 Потужність**

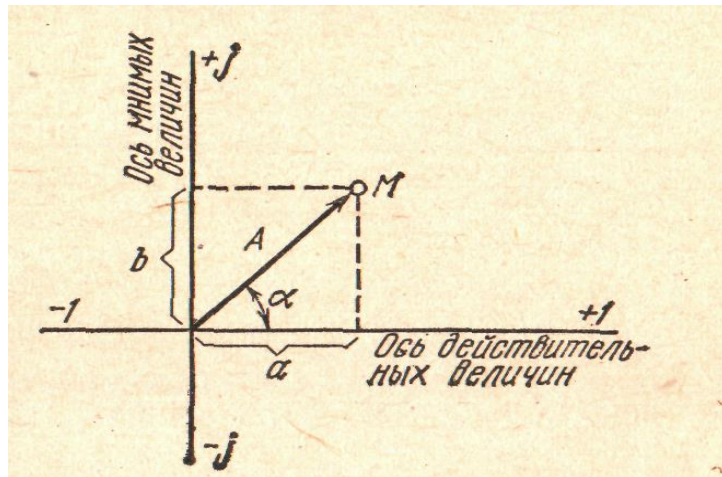
**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

- 1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

Методи розрахунку електричних ланцюгів змінного струму за допомогою векторних діаграм, розглянуті в попередніх розділах, засновані на зображенні синусоїдальних величин векторами.

З курсу математики відомо, що кожному вектору  $A$  в комплексній площині (мал. 15.1) відповідає комплексне число  $A$ , яке можна виразити у формі:



Мал. 15.1. До питання про вираз вектора комплексним числом алгебраїчна —  $A = a + jb$ ;  
 тригонометрична —  $A = A \cos \alpha + jA \sin \alpha$ ;  
 показникова —  $A = Ae^{j\alpha}$

Це дає підставу від графічного (векторного) виразу синусоїдальних напруг і струмів перейти до аналітичного виразу їх комплексними числами, а операції з векторами замінити діями, алгебри.

## 1 Вираження характеристик електричних кіл комплексними числами

При розрахунку електричних ланцюгів змінного струму використовують або визначають наступні величини: е.д.с. напруги, струми, опори і провідність, потужність. Всі ці величини повинні бути виражені в символічній формі, тобто комплексними числами.

## 2 Напруга і струм

Подібно тому як на векторних діаграмах довжини векторів виражають діючі величини, комплексні вирази е. д. с. напруг і струмів записують так, що модулі їх також рівні діючим величинам.

Для прикладу розглянемо схему електричного ланцюга паралельного з'єднання котушки і конденсатора (мал. 15.2).

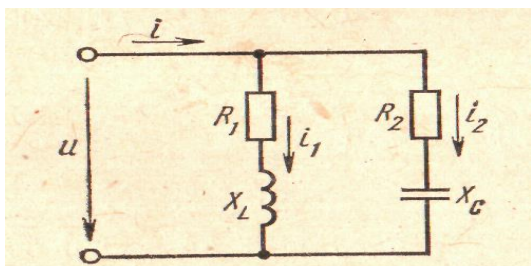


Рис. 15.2. К вопросу о выражении токов, напряжений, сопротивлений проводимостей комплексными числами

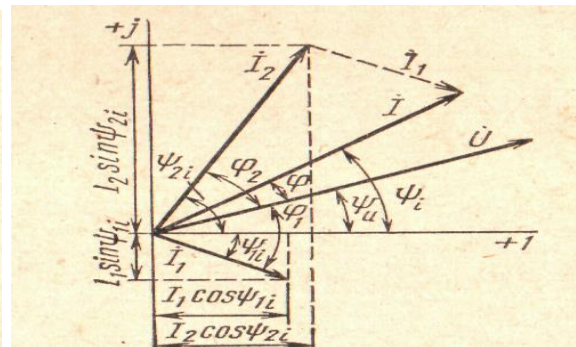


Рис. 15.3. Векторная диаграмма к схеме цепи рис. 15.2

Напруга на затисках ланцюга виражається рівнянням

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

Цій напрузі відповідають вектор  $U$  в комплексній площині (мал. 15.3) і комплексне число в показовій формі

$$U = U e^{j\psi_u}$$

Струм в котушці відстає від напруги на кут  $\varphi_1$ :

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi_1) = I_{1m} \sin(\omega t - \psi_{1i});$$

кут в даному випадку  $\psi_{1i} < 0$ . Вектору струму відповідає комплексне число

$$i_1 = I_1 e^{-j\psi_{1i}} = I_1 \cos \psi_{1i} - jI_1 \sin \psi_{1i};$$

Струм в конденсаторі випереджає напругу на кут  $\varphi_2$ . Вектору струму  $I_2$  відповідають рівняння

$$i_2 = I_{2m} \sin(\omega t + \psi_u + \varphi_2) = I_{2m} \sin(\omega t + \psi_{2i});$$

і комплекс

$$I_2 = I_2 e^{j\psi_{2i}} = I_2 \cos \psi_{2i} + jI_2 \sin \psi_{2i}$$

де

$$\psi_{2i} = \psi_u + \varphi_2; \quad \psi_{2i} > 0.$$

Згідно першому закону Кирхгофа, струм в нерозгалуженій частині ланцюга складається із струмів в паралельних гілках:

$$I = I_1 + I_2$$

Для визначення цього струму складання векторів і  $I_2$  можна замінити складанням комплексів:

$$I = I_1 + I_2 \quad (15.4)$$

$$\begin{aligned} I &= (I_1 \cos \psi_{1i} - jI_1 \sin \psi_{1i}) + (I_2 \cos \psi_{2i} + jI_2 \sin \psi_{2i}) \\ &= I \cos \psi_i + jI \sin \psi_i = I e^{j\psi_i} \end{aligned}$$

Слід звернути увагу на відмінність між дійсною або уявною частинами комплексу, з одного боку, і активної або реактивної складовими вектора струму — з іншою.

Дійсна і уявна частини комплексу струму рівні проекціям вектора струму на осі комплексної площини (вісь дійсних і вісь уявних величин).

Активна і реактивна складові вектора струму в даній ділянці ланцюга рівні його проєкціям на взаємно перпендикулярні осі, одна з яких направлена уздовж вектора напруги цієї ж ділянки ланцюга. Дійсна і уявна частини комплексу струму рівні відповідно активною і реактивною складовим вектора струму тільки в тому випадку, якщо вектор напруги направлений уздовж осі дійсних чисел, тобто комплекс напруги виражається дійсним числом

### 3 Опори

Для виразу опорів в комплексній формі продовжимо розгляд схеми мал. 15.2, де кожний з елементів (катушка і конденсатор) представлений активним і реактивним опорами, сполучені послідовно.

Розділивши комплекс напруги  $U$  на комплекс струму в катушці, одержимо комплекс опору першої гілки:

$$\underline{Z}_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{I_1e^{-j\psi_{1i}}} = \frac{U}{I_1} e^{j(\psi_u + \psi_{1i})} = Z_1 \sin \varphi_1 \quad (15.5)$$

де  $Z_1 = U/I_1$  - модуль комплексу повного опору;  $\varphi_1 = \psi_u + \psi_{1i}$  - кут зрушення фаз між напругою і струмом першої гілки ( $\varphi_1 > 0$ ).

Виразимо комплекс опору катушки в тригонометричній і алгебрі формі:

$$\underline{Z}_1 = Z_1 e^{j\varphi_1} = Z_1 \cos \varphi_1 + jZ_1 \sin \varphi_1 \quad (15.6)$$

Але  $Z_1 \cos \varphi_1 = R_1$ ;  $Z_1 \sin \varphi_1 = X_L$ , тому

$$\underline{Z}_1 = \frac{U}{I_2} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{I_2e^{j\psi_{2i}}} = \frac{U}{I_2} e^{j(\psi_u - \psi_{2i})} = Z_2 e^{-j\varphi_2}$$

де  $Z_2 = U/I_2$  - модуль комплексу повного опору;  $\varphi_2 = \psi_u - \psi_{2i}$  - кут зрушення фаз між напругою і струмом другої гілки ( $\varphi_2 < 0$ );

$$\underline{Z}_2 = Z_2 e^{-j\varphi_2} = Z_2 \cos \varphi_2 - jZ_1 \sin \varphi_2$$

або (15.7)

$$Z_2 = R_2 - jX_C$$

Якщо в гілках схеми мал. 15.2 реактивних опорів немає, то, згідно виразам (15.6) і (15.7)  $\underline{Z}_1 = R_1$ ;  $Z_2 = R_2$ . При  $R_1 = R_2 = 0$   $\underline{Z}_1 = jX_L$ ;  $Z_2 = -jX_C$ .

З приведених міркувань виходить:

1. *Активний опір в комплексній формі виражається дійсним позитивним числом.*

2. Реактивні опори в комплексній формі виражаються уявними числами, причому індуктивний опір ( $X_L$ ) позитивно, а місткість ( $X_C$ ) негативно.

3. Повний опір ділянки ланцюга при послідовному з'єднанні  $R$  і  $X$  виражається комплексним числом, дійсна частина якого рівна активному опору, а уявна частина рівна реактивному опору цієї ділянки.

#### 4 Провідність

Вирази провідності гілок в комплексній формі можна одержати, представивши кожен елемент (катушку і конденсатор) схемою паралельного з'єднання активної і реактивної провідності (див. мал. 14.1, *би*)

$$\underline{Y}_1 = I_1 / U ; \quad \underline{Y}_2 = I_2 / U . \quad (15.8)$$

З цих формул видно, що вирази провідності комплексними числами можна одержати в такому ж порядку, як для опорів. Для того, щоб не повторювати аналогічних міркувань, повна провідність в символічній формі можна знайти як величини, зворотні комплексам повних опорів:

$$\underline{Y} = I / Z \quad (15.9)$$

Для першої гілки (катушки)

$$\begin{aligned} \underline{Y}_1 &= \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{R_1 + jX_L} = \frac{R_1 - jX_L}{(R_1 + jX_L)(R_1 + jX_L)} = \\ &= \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} - j \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = G_1 - jB_L \end{aligned} \quad (15.10)$$

$$\underline{Y}_1 = G_1 - jB_L = \frac{I_1}{U} = \frac{j_2 e^{-j\psi_{1i}}}{U e^{-j\psi_u}} = Y e^{-j\phi_1}$$

де  $G_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2}$  і  $B_L = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2}$  - активна і індуктивна провідність.

Для другої гілки (конденсатора)

$$\begin{aligned} \underline{Y}_2 &= \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_2 - jX_C} = \frac{R_2 + jX_C}{(R_2 - jX_C)(R_2 + jX_C)} = \\ &= \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} + j \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} = G_2 + jB_C; \end{aligned}$$

$$\underline{Y}_2 = G_2 + jB_C = \frac{I_2}{U} = \frac{j_2 e^{j\psi_{2i}}}{U e^{j\psi_u}} = Y_2 e^{j\psi_2} \quad (15.11)$$

де  $G_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2}$  і  $B_C = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2}$  - активна і місткість провідність.

Результати цих перетворень показують, що повна провідність гілки електричного ланцюга в комплексній формі виражається комплексним числом, дійсна частина якого рівна активній провідності, а уявна частина рівна

реактивній провідності цієї гілки, причому індуктивна провідність негативна, а місткість — позитивна.

## 5 Потужність

Комплекс потужності в даному ланцюзі визначається множенням комплексу напруги на зв'язаний комплекс струму цього ланцюга.

Для гілки з активним опором і індуктивністю (див. мал. 15.2), згідно векторній діаграмі (див. мал. 15.3)

$$U = Ue^{j\psi_u}; \quad I_1 = I_1e^{-j\psi_{1i}}$$

Твір комплексу напруги і зв'язаного комплексу струму

$$\underline{S}_1 = UI_1 = Ue^{j\psi_u} I_1e^{j\psi_{1i}} = UI_1e^{j(\psi_u + \psi_{1i})} = UI_1e^{j\varphi_1}$$

У формі, алгебри

$$\underline{S}_1 = UI_1 = UI_1 \cos \varphi_1 + jUI_1 \sin \varphi_1 = P_1 + jQ_L \quad (15.12)$$

Дійсна частина одержаного комплексу виражає активну потужність, а уявна частина без множителя— реактивну потужність першої гілки.

Для гілки з активним опором і місткістю

$$U = Ue^{j\psi_u}; \quad I_2 = I_2e^{j\psi_{2i}}$$

$$\underline{S}_2 = UI_2 = Ue^{j\psi_u} I_2e^{-j\psi_{2i}} = UI_2e^{j(\psi_u - \psi_{2i})} = UI_2e^{-j\varphi_2}$$

У формі, алгебри

$$\underline{S}_2 = UI_2 = UI_2 \cos \varphi_2 + jUI_2 \sin \varphi_2 = P_2 + jQ_C \quad (15.13)$$

Реактивна потужність в ланцюзі з місткістю має негативний знак на відміну від позитивного знаку реактивної потужності в ланцюзі з індуктивністю. Модуль комплексу потужності в тій і іншій гілці рівний повній потужності:

$$\begin{aligned} S_1 = UI_1 &= \sqrt{P_1^2 + Q_L^2} \\ S_2 = UI_2 &= \sqrt{P_2^2 + Q_C^2} \end{aligned} \quad (15.14)$$

## Лекція 35

**Тема: Основні рівняння електричних кіл у комплексній формі**

**Мета: оволодіти знаннями про основні формули для розрахунку електричних кіл символічним методом**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

**1 Закони Кірхгофа**

**2 Перетворення схем**

**3 Метод вузлової напруги**

**4 Метод еквівалентного генератора**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

- 1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

Представлення векторів напруг і струмів комплексами, вираз опорів і провідності комплексними числами, а також заміна операцій з векторами діями, алгебри, з комплексними числами дозволяють значно спростити розрахунок складних ланцюгів змінного струму. Крім того, застосування комплексних чисел забезпечує єдність методів розрахунку електричних ланцюгів постійного і змінного струмів. Це означає, що всі методи розрахунку і витікаючі з них співвідношення для ланцюгів постійного струму можна застосувати і для ланцюгів змінного струму, якщо величини виражені в комплексній формі. У цьому практичний сенс застосування комплексних чисел для вирішення завдань електротехніки.

### **1 Закони Кірхгофа**

Згідно першому закону Кирхгофа, *сума, алгебри комплексів струмів, в електричному вузлі рівна нулю:*

$$\sum I = 0 \quad (15.15)$$

Для складання рівняння в символічній формі по першому закону

Кирхгофа потрібно вибрати умовно-позитивні напрями струмів. У рівнянні (15.15) струм записують із знаком плюс, якщо він направлений до вузла. Для схеми мал. 14.15, а

$$i - i_1 - i_2 - i_3 = 0,$$

або

$$i = i_1 + i_2 + i_3,$$

а в комплексній формі

$$I - I_1 - I_2 - I_3 = 0,$$

або

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Згідно другому закону Кирхгофа, в контурі електричного ланцюга сума, алгебри комплексів  $\varepsilon$ . д. с. джерел рівна сумі, алгебри комплексів падінь напруги:

$$\sum I \underline{Z} = \sum E \quad (15.16)$$

Для схеми мал. 14.10

$$iR_1 + u_C + u_L + iR_2 = e_1 - e_2,$$

а в комплексній формі

$$IR_1 + I(-jX_C) + IjX_L + IR_2 = E_2 - E_1$$

## 2 Перетворення схем

На прикладі ланцюга змішаного з'єднання опорів (мал. 15.4) розглянемо розрахунок методом перетворення і спрощення схеми. Паралельно сполучені гілки, що мають повні опори

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_{21} \underline{Z}_3 + R_3 - jX_3$$

замінюються однією гілкою з еквівалентним опором

$$\underline{Z}_{AB} = \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}$$

Опір в нерозгалуженій частині ланцюга сполучений послідовно з опором  $\underline{Z}_{AB}$

Загальний опір ланцюга

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{AB}$$

Струм в нерозгалуженій частині ланцюга

$$I_1 = U / \underline{Z}$$

Напруги на ділянках ланцюга:

$$U_1 = I_1 \underline{Z}_1, \quad U_{AB} = I_1 \underline{Z}_{AB}$$

Струми в паралельних гілках:

$$I_2 = U_{AB} / \underline{Z}_2, \quad I_3 = U_{AB} / \underline{Z}_3$$

Перетворенням можна спростити і складніші схеми з послідовним і паралельним з'єднаннями ділянок, а також схеми, які містять трикутники або трьохпроменеві зірки опорів.

### 3 Метод вузлової напруги

Схему з двома вузлами можна розрахувати, визначивши вузлову напругу по формулі

$$U_{AB} = \frac{\sum E \underline{Y}}{\sum \underline{Y}} \quad (15.17)$$

Ця формула аналогічна формулі (4.21). У чисельнику її записана сума, алгебри творів комплексів э. д. с. і провідність всіх гілок, а в знаменнику — сума комплексів провідності гілок.

Комплекс струму визначають по формулі

$$I_n = (E_n - U_{AB}) \underline{Y}_n \quad (15.18)$$

Правило вибору знаків э. д. с. у формулах (15.16) — (15.18) таке ж, як і в ланцюзі постійного струму, з тією лише різницею, що умовно-позитивні напрями э. д. с. вибираються при розрахунку, а в ланцюзі постійного струму напрями э. д. с. звичайно задані.

### 4 Метод еквівалентного генератора

Порядок розрахунку по методу еквівалентного генератора, встановлений § 5.3 для ланцюгів постійного струму, придатний і для ланцюгів змінного струму, якщо э. д. з, струми і опори їх виражені в комплексній формі.

Струм  $I_x$  в досліджуваній гілці визначають з рівняння, подібного (5.12):

$$I_x = \frac{E_{\text{эк}}}{\underline{Z}_{\text{эк}} + \underline{Z}_x} \quad (15.19)$$

де— комплекс еквівалентної э. д. з, рівний комплексу напруги холостого ходу активного двополюсника при відключенні досліджуваної гілки, - комплекс опору пасивного двополюсника щодо точок приєднання досліджуваної гілки (комплекс внутрішнього опору еквівалентного генератора);  $\underline{Z}_x$  — комплекс опору досліджуваної гілки.

## Лекція 36

**Тема: Розрахунок кіл змінного струму у комплексній формі.**

**Мета: оволодіти знаннями про розрахунок кіл змінного струму у комплексній формі**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

**1 Загальні принципи використання символічного методу**

**2 Комплексна потужність**

**3 Приклад розрахунку кола синусоїдального струму символічним методом**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

- 1 **Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

**1 Загальні принципи використання символічного методу**

Розрахунок як простих, так і складних кіл синусоїдного струму побудовано на тих же прийомах і методах, розглянутих стосовно до кіл постійного струму. Тільки замість постійних ЕРС, напруги і струмів фігурують комплекси аналогічних величин у колах синусоїдного струму. Опорам  $R$  і провідностям  $G$  відповідають

комплекси повних опорів і провідностей простих ділянок кіл синусоїдного струму, тобто:

$$E \Rightarrow \underline{E}; U \Rightarrow \underline{U}; I \Rightarrow \underline{I}; R \Rightarrow \underline{Z}; G \Rightarrow \underline{Y}. \quad (3.89)$$

Метод розрахунку на основі комплексних чисел — *символічний метод*.

У рамках цього методу широко використовуються еквівалентні перетворення, побудовані на виведених вище формулах еквівалентних комплексних опорів для ділянок з послідовним і паралельним з'єднанням приймачів електроенергії. Можливі також еквівалентні заміни «трикутника» комплексних опорів на «зірку» і навпаки.

Розглянемо приклад кола за рис. 3.63. Припустимо, що задано опори елементів і напруга  $U$  на входних затискачах, і визначимо струми у вітках кола.

У цьому випадку кожен із трьох віток подамо її комплексним опором:  $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1}$ ;  $\underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C2}$ ;  $\underline{Z}_3 = R_3 + jX_{L3}$ . Таким чином отримаємо схему за рис. 3.64 і застосуємо метод еквівалентних перетворень.

А саме, замінимо паралельно з'єднані  $\underline{Z}_2$  і  $\underline{Z}_3$  еквівалентним комплексним опором  $\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}$ . Тепер послідовно з'єднані комплексні опори  $\underline{Z}_1$  і  $\underline{Z}_{23}$  замінимо еквівалентним  $\underline{Z}_E = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23}$ .

Напругу джерела зобразимо комплексною в показовій формі  $\underline{U} = Ue^{j\Psi_u}$ , де  $U$  — задане діюче значення,  $\Psi_u$  — початкова фаза, яку можна прийняти довільно, наприклад,  $\Psi_u = 0$ , що можна зробити тільки для однієї з величин у колі, яке розглядається у кожному окремому випадку.

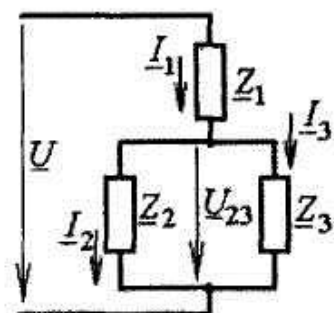


Рис. 3.64

За законом Ома струм  $\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_E}$ , напруга на ділянці  $\underline{U}_{23} = \underline{I}_1 \underline{Z}_{23}$ , струми у вітках  $\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_2}$ ,  $\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_3}$ .

Комплексні значення струмів і напруг, отримані з розрахунку, належить подати в показовій формі  $\underline{U} = Ue^{j\Psi_u}$ ;  $\underline{I} = Ie^{j\Psi_i}$ . Їхні діючі

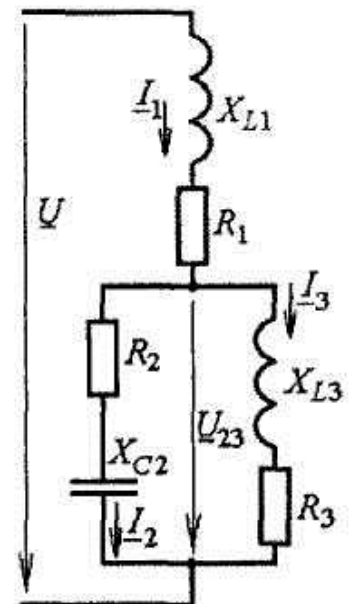


Рис. 3.63

значення  $U, I$  знаходяться як модулі, а початкові фази  $\Psi_u, \Psi_i$  — як аргументи комплексних чисел.

### 3.15. Комплексна потужність

Отримавши комплексні значення напруг і струмів, можна розрахувати всі види потужності (3.61) для всього кола або для окремих приймачів. Подамо порядок розрахунку для будь-якого об'єкта, використовуючи комплекси напруги і струму на його входних затискачах.

Комплексну потужність отримаємо множенням комплексу напруги і спряженого комплексу струму:

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* \quad (3.90)$$

Спряжений комплекс струму  $\underline{I}^* = I e^{-j\Psi_i}$  отримаємо із вихідного (3.13)  $\underline{I} = I e^{j\Psi_i}$  зміною знака в показнику (або перед уявною частиною, якщо використовується алгебраїчна форма (3.12) комплексного числа).

Підставимо комплекси напруги і спряженого струму в (3.90) і проведемо перетворення

$$\underline{S} = U e^{j\Psi_u} I e^{-j\Psi_i} = UI e^{j(\Psi_u - \Psi_i)} = S e^{j\varphi} = S \cos \varphi + j S \sin \varphi = P + jQ \quad (3.91)$$

Очевидно, що у відповідності з (3.61) повна потужність  $S$  може бути витягнута як модуль із показової форми комплексної потужності, активна  $P$  і реактивна  $Q$  потужності — як дійсна і уявна частини із алгебраїчної форми.

**Приклад 13. Розрахунок кола синусоїдного струму зі змішаним з'єднанням приймачів електроенергії символічним методом.**

Нехай для електричного кола синусоїдного струму, схема заміщення якого подана на рис. 3.65, задано: діюче значення ЕРС джерела  $E_0 = 160$  В; опори елементів  $R_0 = 3,2$  Ом;  $X_{L0} = 5,6$  Ом;

$$X_{C1} = 20 \text{ Ом}; \quad R_2 = 17,7 \text{ Ом}; \quad X_{L2} = 54 \text{ Ом}; \\ X_{C2} = 13,3 \text{ Ом}.$$

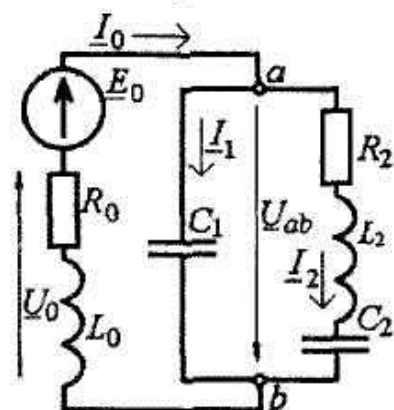


Рис. 3.65

Визначити струми у вітках кола, напруги на її ділянках, потужності джерела і приймачів, побудувати векторну діаграму.

**Розв'язання.** Розрахунок будемо виконувати символічним методом. У вітках схеми позначимо комплексні струми  $\underline{I}_0, \underline{I}_1$  і  $\underline{I}_2$ . Від схеми за рис. 3.65 перейдемо до схеми з комплексними опорами (рис. 3.66, а). Ці

опори визначимо в алгебраїчній формі і одразу перейдемо до показової форми:

$$\underline{Z}_0 = R_0 + jX_{L0} = 3,2 + j5,6 = \sqrt{3,2^2 + 5,6^2} e^{j \arctg(5,6/3,2)} = 6,45 e^{j60,3^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_1 = -jX_{C1} = -j20 = 20 e^{-j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j(X_{L2} - X_{C2}) = 17 + j40,7 = 44,4 e^{j66,5^\circ} \text{ Ом}.$$

Ділянку з паралельним з'єднанням  $\underline{Z}_1$  і  $\underline{Z}_2$  замінимо еквівалентним комплексним опором і отримаємо схему за рис. 3.66, б:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{12} &= \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{20 e^{-j90^\circ} 44,4 e^{j66,5^\circ}}{-j20 + 17,7 + j40,7} = \frac{888 e^{-j23,5^\circ}}{17,7 + j20,7} = \frac{888 e^{-j23,5^\circ}}{27,2 e^{j45,5^\circ}} = \\ &= 32,6 e^{-j73^\circ} = 32,6 \cos(-73^\circ) + j32,6 \sin(-73^\circ) = (9,5 - j31,2) \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Послідовно з'єднані  $\underline{Z}_0$  і  $\underline{Z}_{12}$  замінимо еквівалентним комплексним опором усього кола:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_E &= \underline{Z}_0 + \underline{Z}_{12} = 3,2 + j5,6 + 9,5 - j31,2 = 12,7 - j25,6 = \\ &= \sqrt{12,7^2 + (-25,6)^2} e^{j \arctg(-25,6/12,7)} = 28,6 e^{-j63,6^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Струм джерела за законом Ома:

$$\underline{I}_0 = \frac{E_0}{\underline{Z}_E} = 160 / 28,6 e^{-j63,6^\circ} = 5,59 e^{j63,6^\circ} =$$

$$= 5,59 \cos 63,6^\circ + j5,59 \sin 63,6^\circ = (2,49 + j5,01) \text{ А},$$

де  $\underline{E}_0 = E_0 e^{j\psi_{e0}} = 160 e^{j0^\circ} = 160 \text{ В}$ , бо ми взяли початкову фазу ЕРС довільно ( $\psi_{e0} = 0^\circ$ ).

Напруги на ділянках кола (рис. 3.66, б) за законом Ома:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{I}_0 \underline{Z}_{12} = 5,59 e^{j63,6^\circ} \cdot 32,6 e^{-j73^\circ} = 182,2 e^{-j9,4^\circ} = (197,8 - j29,8) \text{ В};$$

$$\underline{U}_0 = \underline{I}_0 \underline{Z}_0 = 5,59 e^{j63,6^\circ} \cdot 6,45 e^{j60,3^\circ} = 36 e^{j123,9^\circ} = (-20 + j29,9) \text{ В}.$$

Струми у вітках з опорами  $\underline{Z}_1$  і  $\underline{Z}_2$  за схемою рис. 3.66, а, виходячи з закону Ома:

$$\underline{I}_1 = \underline{U}_{ab} / \underline{Z}_1 =$$

$$= 182,2 e^{-j9,4^\circ} / 20 e^{-j90^\circ} =$$

$$= 9,11 e^{j80,6^\circ} = 1,49 + j8,99 \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U}_{ab} / \underline{Z}_2 =$$

$$= 182,2 e^{-j9,4^\circ} / 44,4 e^{j66,5^\circ} =$$

$$= 4,1 e^{-j75,9^\circ} = 1,0 - j3,98 \text{ А}.$$

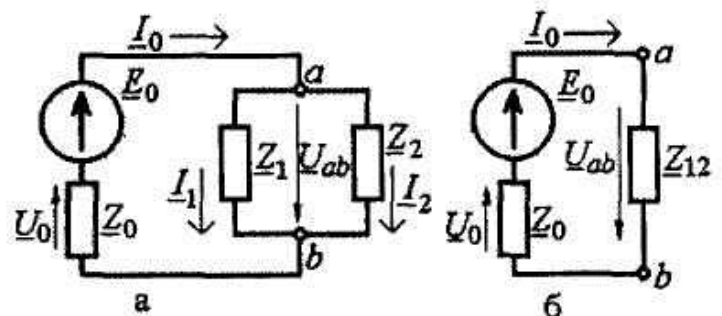


Рис. 3.66

Розв'язання можна перевірити за схемою рис. 3.65 на підставі першого і другого законів Кірхгофа:

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 1,49 + j8,99 + 1,0 - j3,98 = (2,49 + j5,01) \text{ A};$$

$$\underline{E}_0 = \underline{U}_{ab} + \underline{U}_0 = 179,8 - j29,8 - 20 + j29,9 = (159,8 + j0,18) \text{ В},$$

що практично дорівнює вихідним значенням  $I_0$  і  $E_0$ .

Використовуючи алгебраїчну форму комплексних значень

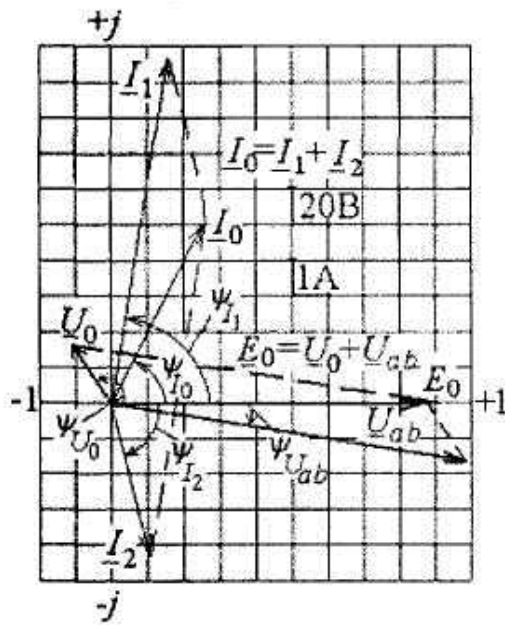


Рис. 3.67

ЕРС, напруг і струмів, на рис. 3.67 побудували векторну діаграму у вибраних масштабах цих величин. Дійсні частини відкладають за віссю абсцис (-1, +1), уявні — за віссю ординат (-j, +j). На діаграмі вказані кути початкових фаз  $\psi$ , а також виконана перевірка за законами Кірхгофа для векторів.

Діючі значення напруг і струмів отримують як модулі комплексних значень у показовій формі. Зокрема:  $U_{ab} = 182,2 \text{ В}; U_0 = 36 \text{ В}; I_0 = 5,59 \text{ А}; I_1 = 9,11 \text{ А}; I_2 = 4,1 \text{ А}.$

Початкові фази беруть звідти ж, як аргументи в показниках:  $\psi_{U_{ab}} = -9,4^\circ; \psi_{U_0} = 123,9^\circ; \psi_{I_0} = 63,6^\circ; \psi_{I_1} = 80,6^\circ; \psi_{I_2} = -75,9^\circ.$

Комплексні потужності джерела і віток схеми, В·А:

$$\begin{aligned} \underline{S}_E &= \underline{E}_0 \underline{I}_0^* = 160 \cdot 5,59 e^{-j63,6^\circ} = 894,4 e^{-j63,6^\circ} = \\ &= 894,4 \cos(-63,6^\circ) + j894,4 \sin(-63,6^\circ) = 397,7 - j801. \end{aligned}$$

$$\underline{S}_0 = \underline{U}_0 \underline{I}_0^* = 36 e^{j123,9^\circ} \cdot 5,59 e^{-j63,6^\circ} = 201,2 e^{j60,3^\circ} = 99,7 + j174,8.$$

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_{ab} \underline{I}_1^* = 182,2 e^{-j9,4^\circ} \cdot 9,11 e^{-j80,6^\circ} = 1659,8 e^{-j90^\circ} = -j1659,8.$$

$$\underline{S}_2 = \underline{U}_{ab} \underline{I}_2^* = 182,2 e^{-j9,4^\circ} \cdot 4,1 e^{j75,9^\circ} = 747 e^{j66,5^\circ} = 297,9 + j685.$$

Активні потужності, Вт:  $P_E = 397,7; P_0 = 99,7; P_1 = 0; P_2 = 297,9.$

Реактивні потужності, вар:  $Q_E = -801; Q_0 = 174,8; Q_1 = -1659,8; Q_2 = 685.$

Перевірка розв'язання за балансом потужності:

$$P_0 + P_1 + P_2 = 397,6 \text{ Вт} \approx P_E;$$

$$Q_0 + Q_1 + Q_2 = 174,8 - 1659,8 + 685 = -800 \text{ вар} \approx Q_E.$$

## Лекція 37

### Тема: Взаємоіндуктивний опір.

**Мета:** оволодіти знаннями про розрахунок кіл з взаємоіндуктивністю

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

- 1 Однойменні і різнойменні затиски індуктивно - зв'язаних котушок
- 2 Розмітка затисків на основі досвіду
- 3 Взаємоіндуктивний опір

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

- 1 **Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

Елементи електричного кола можуть бути між собою зв'язані загальним магнітним полем і тоді зміна струму в одному з елементів є причиною наведення ерс в іншому елементі. Такий взаємний вплив елементів кола називається їхнім індуктивним зв'язком. Якщо індуктивними зв'язками зневажити не можна, то розрахунок електричного кола, трохи ускладнюється.

Опір в електричному колі, обумовлений взаємоіндукцією, аналогічно опоріві, обумовленому самоіндукцією, тому що ерс взаємоіндукції впливає на режим кола з якісної сторони так само, як і ерс самоіндукції.

#### 1 Однойменні і різнойменні затиски індуктивно - зв'язаних котушок

При узгодженому включенні магнітні потоки самоіндукції і взаємоіндукції в обох котушках по напрямку збігаються, тому ерс самоіндукції і взаємоіндукції в кожній котушці також спрямовані однаково.

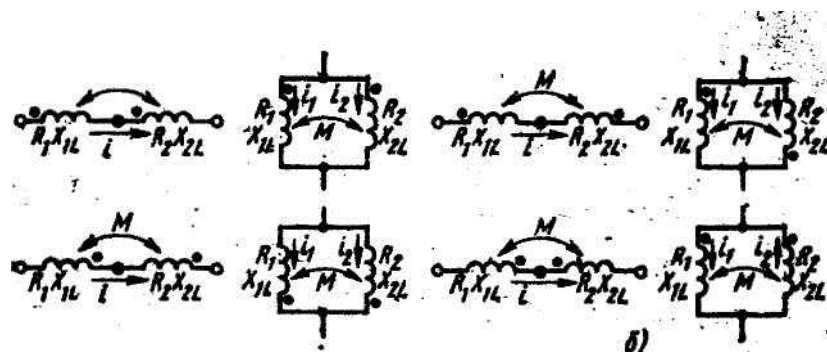


Рис. 1. узгоджене і зустрічне вмикання котушок

При зустрічному включенні магнітні потоки, а також ерс самоіндукції і взаємоіндукції по напрямку протилежні. На схемі заміщення взаємна індуктивність позначається буквою  $M$  і дугою, що поєднує два індуктивно - зв'язаних елементи (мал. 16.1). Для того щоб розрізнити згодне і зустрічне включення, на схемах позначають також початку індуктивно - зв'язаних котушок, відзначаючи їхніми крапками або зірочками. Затиски індуктивно - зв'язаних котушок називають однойменними (початки або кінці), якщо при згодному включенні позитивний напрямок струмів, прийнятий на схемі, щодо цих затисків однаковий (мал. 16.1 ,а). При зустрічному включенні (мал. 16.1,б) струм в одній котушці спрямований до початку в іншій - до кінця.

## 2 Розмітка затисків на основі досвіду

Напрямок магнітних потоків котушок залежить від їхнього взаємного розташування і напрямку намотування витків. При відсутності зведень про розташування початків і кінців можна провести простий досвід, для якого крім самих індуктивно-связаних котушок потрібен гальванічний елемент (або акумулятор) і гальванометр (мал. 16.2). Одну з котушок" через ключ приєднують

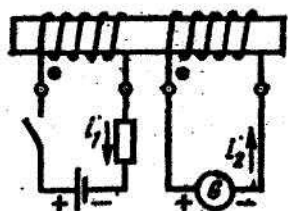


Рис. 16.2. Схема опыта для разметки зажимов катушек

до гальванічного елемента, до затисків іншої підключають гальванометр. У момент замикаання ключа До виникають струми в обох котушках, причому струм  $i_2$  створює магнітний потік, спрямований назустріч потокові першої котушки (правило Ленца). Тому при включенні гальванічного елемента струми  $i_1$  і  $i_2$  спрямовані протилежно щодо однойменних затисків. Напрямок струму відомо, тому що відомо полярність джерела харчування, а напрямок струму Визначається по відхиленню гальванометра. Тік  $i_2$  спрямований до позитивного затиску гальванометра, якщо стрілка його відхиляється по шкалі (шкала одnobічна). однойменними затисками котушок є затиски, до яких приєднані позитивні затиски джерела і гальванометра; інші два затиски також однойменні.

## 3 Взаємоіндуктивний опір

Розглядаючи дві індуктивно - зв'язані котушки, запишемо вираження ерс самоіндукції і взаємоіндукції, що виникають, при синусоїдальних струмах в обох котушках, спрямованих однаково (щодо однойменних затисків).  $\mathcal{E}$ . д. с. і напруги:

від самоіндукції в першій котушці від взаємоіндукції

$$e_{1L} = - d\psi_{1.1}/dt = -L_1 \cdot di_1/dt = -u_{1L}; \quad e_{1M} = d\psi_{2.1}/dt = -M \cdot di_2/dt = -u_{1M};$$

$$U_{1L} = j\omega L_1 I_1;$$

$$U_{1M} = j\omega M I_2;$$

во второй катушке

$$e_{2L} = d\psi_{2.2}/dt = -L_2 \cdot di_2/dt = -u_{2L};$$

$$e_{2M} = d\psi_{1.2}/dt = -M \cdot di_1/dt = -u_{2M};$$

$$U_{2L} = j\omega L_2 I_2;$$

$$U_{2M} = j\omega M I_1;$$

ЕРС і напруги самоіндукції і взаємоіндукції мають однакові знаки, тому що при згодному включень потоки самоіндукції і взаємоіндукції спрямовані однаково. Створюваний ними ефект протидії току враховується введенням у розрахунок індуктивного опору  $j\omega L_1$ ,  $j\omega L_2$  і взаємоіндуктивного опору  $j\omega M$ . При зустрічному включенні котушок е.д. с. і напруги самоіндукції і взаємоіндукції будуть мати різні знаки:

$$U_{1L} = j\omega L_1 I_1;$$

$$U_{1M} = j\omega M I_2;$$

$$U_{2L} = j\omega L_2 I_2;$$

$$U_{2M} = j\omega M I_1;$$

Комплексні індуктивне і взаємо індуктивне опору записують аналогічно:

$$Z_L = j\omega L = jX_L;$$

$$Z_M = j\omega M = jX_M.$$

## Лекція 38

### Тема: Розрахунок електричних кіл з взаємоіндуктивністю

**Мета:** оволодіти знаннями про розрахунок кіл з взаємоіндуктивністю

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

**1** Послідовне з'єднання

**2** Паралельне з'єднання

**3** Розгалужене коло

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

- Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

Особливість розрахунку електричних ланцюгів із взаємною індуктивністю полягає в тому, що до параметрів,  $R$ ,  $L$ ,  $C$  додається четвертий параметр  $M$ . Крім того, необхідно враховувати, що ерс взаємоіндукції і самоіндукції в тому самому елементі ланцюга можуть по напрямку збігатися або бути, протилежними.

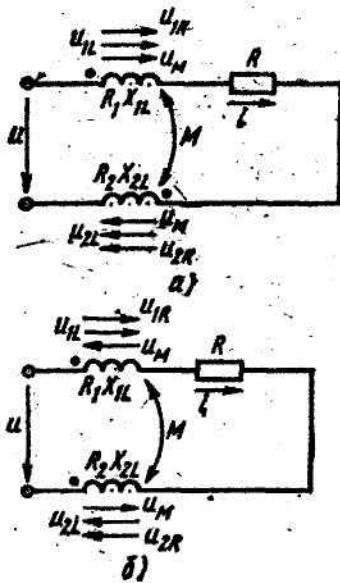
**1** Послідовне з'єднання

Для розрахунку нерозгалуженого ланцюга з взаємною індуктивністю (мал. 16.4) можна скласти рівняння по другому законі Кирхгофа:

$$u = u_{1R} + u_{1L} \pm u_M + u_R + u_{2R} + u_{2L} \pm u_M,$$

ИЛИ

$$u = iR + L \cdot (di/dt) \pm M \cdot (di/dt) + iR + iR + L_2 \cdot (di/dt) \pm M \cdot (di/dt).$$



**Рис 16.4. К расчету неразветвленной цепи со взаимной индуктивностью**

Ті ж рівняння в символічній формі через діючі значення струму і напруги повинні бути записані так:

$$u = u_{1R} + u_{1L} \pm u_M + u_R + u_{2R} + u_{2L} \pm u_M,$$

ИЛИ

$$U = IR_1 + jI\omega L_1 \pm jI\omega M + IR + IR_2 + jI\omega L_2 \pm jI\omega M,$$

$$U = I (R_1 + R + R_2 + j\omega L_1 + j\omega L_2 \pm 2 j\omega M).$$

При згодному включенні (мал. 16.4, а) напруга взаємоіндукції їм по напрямку збігається з напругою самоіндукції  $u_L$ ,

склада тому  $M(di/dt)$ , або  $j\omega M I$ , або  $j\omega M I$  або  $j\omega M I$ , мають у рівняннях однакові, у даному випадку позитивні, знаки. При

зустрічному включенні ((мал. 16.4, б) ці доданки мають різні знаки.

З рівняння (16.1) при заданій напрузі визначається струм, а при заданому струмі - напруга.

## 2 Паралельне з'єднання

Для приклада розглянемо паралельне з'єднання двох котушок, що мають опори  $R_1, R_2$ , індуктивності  $L_1, L_2$  і взаємоіндуктивність

М(мал. 16.5).

Зі схеми видно, що щодо однойменних затисків струми в обох котушках про направлені однаково, тому спадання напруги, обумовлені взаємодуковтвю, у відповідні рівняння з позитивним знаком:

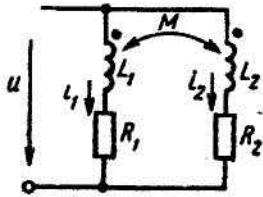


Рис 16.5. К расчету разветвленной цепи со взаимной индуктивностью

$$U = R_1 I_1 + jX_{L1} I_1 + jX_{M2} I_2;$$

$$U = R_2 I_2 + jX_{L2} I_2 + jX_{M1} I_1;$$

$$I = I_1 + I_2$$

З останньої рівності знаходять вхідне комплексне опору даного кола.

Аналогічно визначають струми у випадку зустрічного включення котушок, з тією лише різницею, що в рівняння (16.2) що складаються, обумовлені взаємодуковтвю, увійдуть зі знаком мінус.

### 3 Розгалужене коло

Як приклад розглянемо схему мал. 16.6 для якої запишемо уравнения с учетом взаимных индуктивностей.

1 Для контура 1-2-3-4-1

$$U = I_1 R_1 + jI_1 X_{L1} + jI_2 X_{M2} + I_2 R_2 + jI_2 X_{L2} \pm jI_2 X_{L2} + jI_1 X_{M2} - jI_3 X_{L3} - jI_4 X_C.$$

2. Для контура 2-2'-3'-3-2

$$0 = -I_3 R_3 - jI_3 X_{L3} + jI_2 X_{M2} - I_2 R_2 - jI_2 X_{L2} + jI_3 X_{L3} - jI_1 X_{M2}.$$

3. Для узла 2

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0.$$

Знаки перед доданками визначають відповідно до обраних позитивних напрямків струму і напрямкові обходу контурів; враховують також включення котушок: згодне або зустрічне.

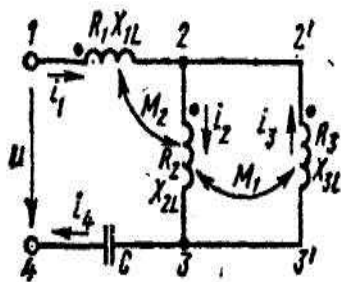


Рис. 16.6. К расчету разветвленной цепи с индуктивной связью элементов

З цього погляду розглянемо рівняння п. 2.

Напрямок обходу контуру по годинній стрілці в обох ділянках контуру - проти струму. Тому спадання напруги в активних і індуктивних опорах записані в правій частині рівняння зі знаком мінус. При визначенні знака спадання напруги, обумовленого е.д.с. взаємоіндукції, додатково враховується згодне або зустрічне включення котушок: на ділянці 3-2 знаки е.д.с. самоіндукції між другою і першою котушками збігаються, тому що ці котушки включені згідно; тому  $L_1X_2M$  так само як і  $L_2X_2L$  має негативний знак. Спадання напруги в другій котушці, обумовлене взаємоіндукцією з третьою котушкою, включеної з нею зустрічно, узято зі знаком плюс, тому що напрямку е. д. с. самоіндукції другої котушки і взаємоіндукції з третьою котушкою не збігаються.

У даному випадку для визначення струмів у схемі потрібно вирішити систему чотирьох рівнянь, включаючи рівняння  $i_4 = U$  - Одне з контурних рівнянь доцільно використовувати для перевірки рішення. \

В електричному колі, що містить індуктивні і ємнісні накопичувачі енергії, можуть накладатися два процеси її передачі за допомогою протікання струмів і розподілу напруг.

Перший процес виникає під впливом напруги зовнішнього джерела і він відбувається з частотою  $f$ , яку задає джерело.

У середині кола може також відбуватися процес обміну енергією між індуктивними і ємнісними елементами — її накопичувачами. І, якщо напругу зовнішнього джерела встановити такою, що дорівнює нулю, то такий обмін відбувається з частотою власних коливань  $f_0$ , яка залежить від параметрів елементів даного кола. При збігу частот зовнішніх і власних коливань ( $f=f_0$ ) виникає явище *резонансу*. Стан резонансу можна зафіксувати, вимірюючи фазовий зсув  $\varphi$  між струмом  $I$  і напругою  $U$  на входних затискачах кола. При резонансі кут  $\varphi=0$ , незважаючи на наявність в колі індуктивних і ємнісних елементів.

Прийнято виділяти два випадки резонансу, які ми розглянемо далі.

1. **Резонанс напруг** — може виникнути при послідовному з'єднанні індуктивного і ємнісного елементів — типова схема за рис. 3.40. Наявність  $R$  є не обов'язковим, хоча звичайно цей елемент присутній.

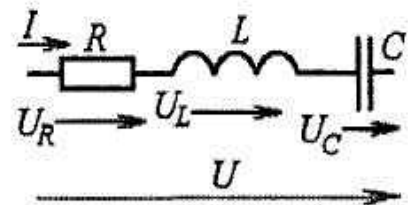


Рис. 3.40

Для цієї схеми фазовий зсув (3.33)

$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X_L - X_C}{R}$  і із загальної умови резонансу  $\varphi = 0$  випливає умова виникнення резонансу напруг:

$$X_L = X_C, \quad (3.68)$$

або на підставі (3.22) і (3.26) те ж саме  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ . Із останнього маємо  $\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  — це резонансна кутова частота. Її досягнення

## Лекція 39

### Тема: Коливальний контур

**Мета:** оволодіти знаннями про розрахунок трьохфазних кіл

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

1 Резонанс напруг

2 Резонанс струмів

### 3 Приклад розрахунку

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

- Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп. - М: Высш. школа, 1981

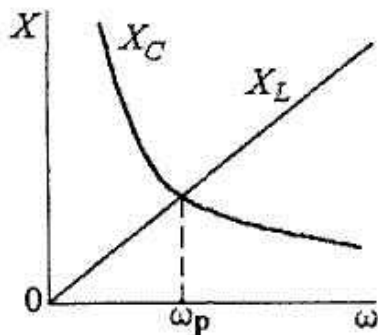


Рис. 3.41

ілюструють залежності  $X_L = \omega L$ ,  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ , що подані на рис. 3.41.

Є два способи досягнення резонансу:

а) *параметричний резонанс* можна отримати, підбираючи відповідні параметри  $L$  і  $C$  при заданій кутовій частоті  $\omega$ ;

б) *частотний резонанс* досягається підбиранням частоти джерела живлення  $\omega = 2\pi f$  при заданих  $L$  і  $C$ .

При резонансі ряд величин мають конкретне значення або співвідношення і це називають *наслідками резонансу*. А конкретно розглянемо наступні наслідки.

При резонансі повний опір мінімальний:  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$ , а струм  $I = \frac{U}{Z}$  — максимальний.

Ще при резонансі  $U_L = U_C$ , тому що  $X_L I = X_C I$ , і це дає специфічну векторну діаграму (рис. 3.42), де  $\underline{U} = \underline{U}_R$ .

Співвідношення  $D = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R}$  — добротність (показує, у скільки разів можна посилити прикладену напругу; в принципі — в будь-яке число разів). Підсилення  $U$  використовується практично, а з іншого боку це належить урахувати з точки зору безпеки при непередбаченому резонансі.

При резонансі реактивна потужність  $Q = UI \sin \phi = 0$ , тому що  $Q_L = Q_C$ ; повна й активна потужності  $S = P = UI$ .

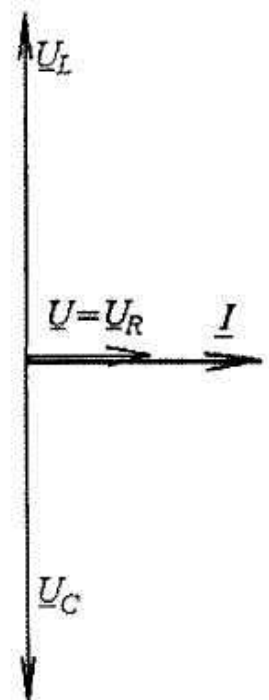
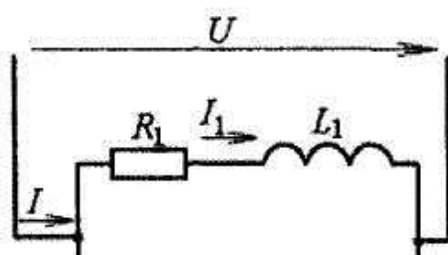


Рис. 3.42

2. **Резонанс струмів** можливий у схемі, що



відповідає рис. 3.43, якщо фазовий зсув  $\phi = 0$  між струмом  $I$  і напругою  $U$  на входних затискачах (обов'язково в одній із віток є індуктивний  $X_{L1} = \omega L_1$ , в іншій — ємнісний  $X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2}$  опори).

Перетворимо послідовні з'єднання елементів на ділянках кола (рис. 3.43) в паралельні (рис. 3.44), знаходячи провідності на підставі (3.43), (3.44):

$$B_{L1} = \frac{X_{L1}}{Z_1^2}; G_1 = \frac{R_1}{Z_1^2}; B_{C2} = \frac{X_{C2}}{Z_2^2}; G_2 = \frac{R_2}{Z_2^2},$$

де  $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2}$ ;  $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{C2}^2}$ .

Еквівалентні (3.47) активна і реактивна провідності  $G = G_1 + G_2$ ;  $B = B_{L1} - B_{C2}$  дають фазовий зсув (3.41) між напругою і струмом на входніх затискачах:

$$\varphi = \arctg \frac{B}{G} = \arctg \frac{B_{L1} - B_{C2}}{G}.$$

При  $\varphi = 0$  повинно бути  $B_{L1} - B_{C2} = 0$ . І звідси отримуємо умову резонансу струмів:

$$B_{L1} = B_{C2}, \quad (3.69)$$

$$\text{або } \frac{X_{L1}}{Z_1^2} = \frac{X_{C2}}{Z_2^2}, \text{ або } \frac{X_{L1}}{R_1^2 + X_{L1}^2} = \frac{X_{C2}}{R_2^2 + X_{C2}^2}.$$

Проілюструємо цю ситуацію векторною діаграмою (рис. 3.45), для побудови якої використані активні і реактивні складові струмів на підставі (3.36) і рис. 3.38:

$$I_{1a} = UG_1; I_{1p} = UB_{L1}; I_{2a} = UG_2; I_{2p} = UB_{C2}.$$

На діаграмі обов'язково має бути отримано  $\varphi = 0$ , тому що реактивні складові струмів паралельних віток однакові і їхні вектори спрямовані назустріч один одному:  $I_{2p} = -I_{1p}$ .

Наслідки резонансу струмів:

Повна провідність усього кола (3.38)  $Y = \sqrt{G^2 + B^2} = G$  буде мінімальною, відповідно, при резонансі отримаємо мінімальний струм  $I = UY$  (3.40), що споживається із мережі.

Реактивні потужності за (3.53) і (3.55)  $Q_L = X_{L1}I_1^2$ ;  $Q_C = X_{C2}I_2^2$ . При резонансі струмів загальна реактивна потужність за (3.61) і (3.65)  $Q = UI \sin \varphi = Q_L - Q_C = 0$ , тобто  $Q_L = Q_C$ .

Резонанс струмів можна використовувати для підсилення струму. Якщо змінювати параметри кола так, щоб одночасно

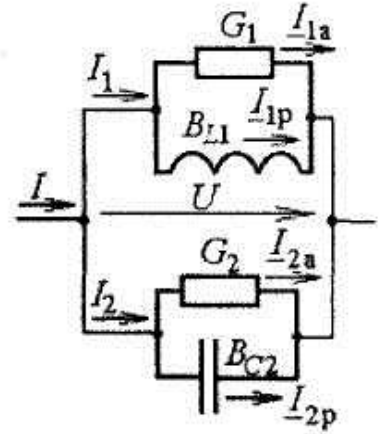


Рис. 3.44

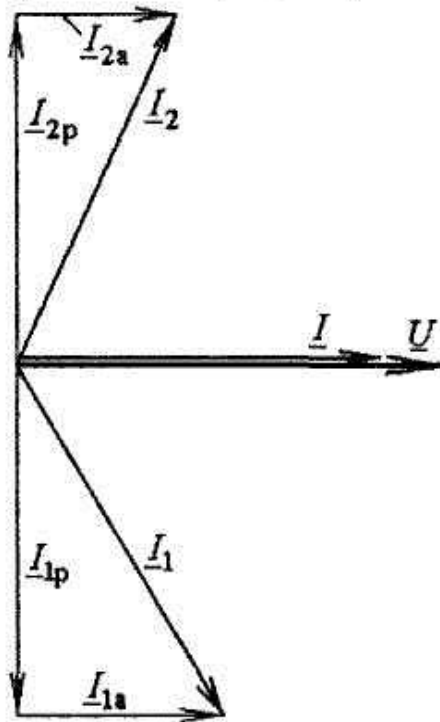


Рис. 3.45

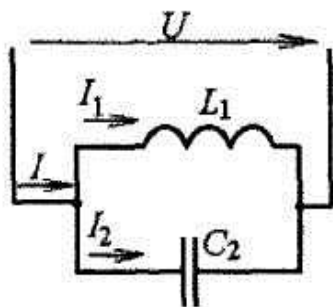


Рис. 3.46

зростали реактивні провідності, то співвідношення  $\frac{I_1}{I}$  або  $\frac{I_2}{I}$  також будуть зростати.

Особливо наочно це в частковому випадку, коли в паралельних вітках є тільки по одному реактивному елементу (рис. 3.46): при резонансі тут  $B_{L1} = B_{C2}$  або (тільки в цьому окремому випадку)  $\frac{1}{X_{L1}} = \frac{1}{X_{C2}}$ , тому

$I_1 = I_2$ , а  $I = I_1 + I_2 = 0$ , що показано на векторній діаграмі (рис. 3.47). Тобто має місце нескінчене підсилення струму.

### Приклад 12. Порівнювальний розрахунок кола синусоїдного струму з резонансними станами.

Перед тим як розглядати резонансні стани електричного кола зробимо (для подальших порівнянь) підготовчий розрахунок.

Нехай є котушка індуктивності, електрична схема заміщення якої подана на рис. 3.48 і опори її елементів складають  $R=10$  Ом;  $X_L=30$  Ом.

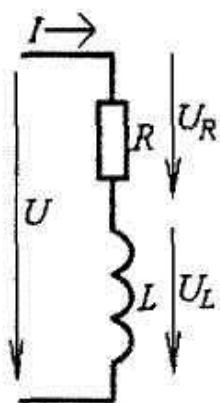


Рис. 3.48

Якщо цю котушку включити на синусоїдну напругу з діючим значенням  $U=100$  В і частотою  $f=50$  Гц, то можна визначити:

– повний опір ділянки кола:

$$Z_k = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 30^2} = 31,62 \text{ Ом};$$

– діючі значення струму і напруг на ідеальних елементах:  $I = \frac{U}{Z_k} = \frac{100}{31,62} = 3,16$  А;  $U_R = RI = 10 \cdot 3,16 = 31,6$  В;

$$U_L = X_L I = 30 \cdot 3,16 = 94 \text{ В};$$

– фазовий зсув між напругою  $U$  і струмом  $I$ :

$$\varphi_k = \arctg \frac{X_L}{R} = \arctg \frac{30}{10} = \arctg 3 = 71,6^\circ.$$

Результати цих розрахунків проілюстровані на рис. 3.49 векторною діаграмою.

Активна і реактивна потужності, що споживаються із мережі:

$$P = UI \cos \varphi = 100 \cdot 3,16 \cdot \cos(71,6^\circ) = 100 \text{ Вт};$$

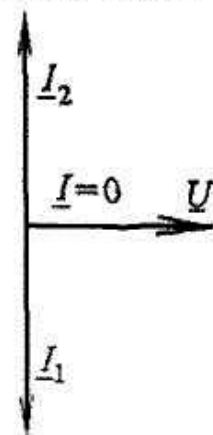


Рис. 3.47

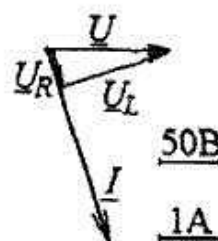


Рис. 3.49

$$Q = UI \sin \varphi = 100 \cdot 3,16 \cdot \sin(71,6^\circ) = 300 \text{ вар.}$$

Тепер *послідовно* до котушки індуктивності підключимо конденсатор, щоб забезпечити *резонанс напруг*. Збережемо те ж джерело живлення і здійснимо розрахунок нового електричного кола (рис. 3.50).

З умови резонансу напруг (3.68) маємо опір ємнісного елемента  $X_C = X_L = 30 \text{ Ом}$  і його ємність з (3.26):

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = 106 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 106 \text{ мкФ.}$$

Повний опір кола:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (30 - 30)^2} = 10 \text{ Ом.}$$

Діючи значення струму всього кола і напруг на ідеальних елементах:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{10} = 10 \text{ А; } U_R = RI = 10 \cdot 10 = 100 \text{ В;}$$

$$U_L = X_L I = 30 \cdot 10 = 300 \text{ В; } U_C = X_C I = 30 \cdot 10 = 300 \text{ В;}$$

фазовий зсув між напругою  $U$  і струмом  $I$ :

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{30 - 30}{10} = 0.$$

Результати цих розрахунків проілюстровані на рис. 3.51 векторною діаграмою в тих же

масштабах струму і напруги, що і на рис. 3.49.

Активна і реактивна потужності, що споживаються із мережі:  $P = UI \cos \varphi = 100 \cdot 10 \times \cos 0 = 1000 \text{ Вт}$ ;  $Q = UI \sin \varphi = 100 \cdot 10 \cdot \sin 0 = 0$ .

Порівнюючи результати двох розрахунків, визначимо вражаючі зміни: при забезпеченні резонансу напруг суттєво зросли струм і активна потужність, що споживаються із мережі; напруги на елементах  $L$  і  $C$  значно перевищують напругу джерела живлення.

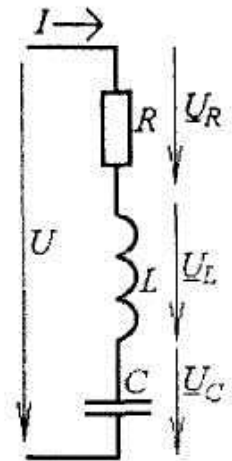


Рис. 3.50

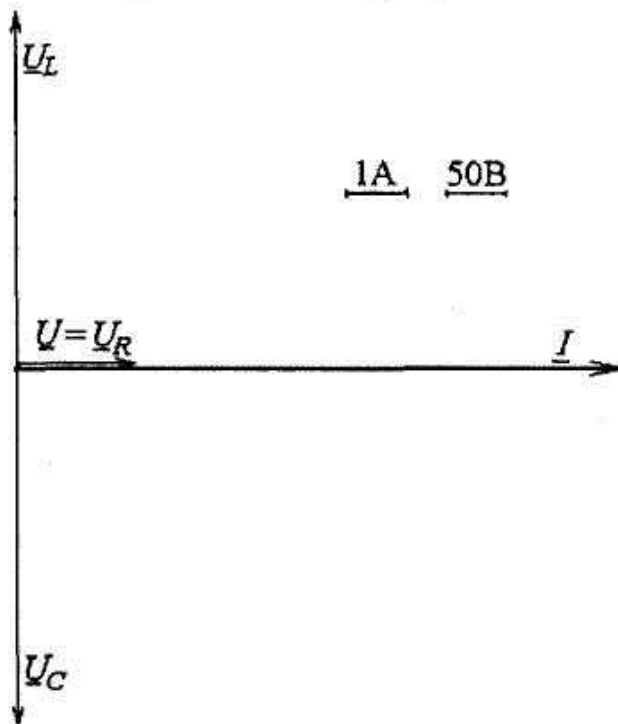


Рис. 3.51

Тепер паралельно до котушки індуктивності підключимо конденсатор з тою умовою, щоб забезпечити *резонанс струмів*. Збережемо те саме джерело живлення і здійснимо розрахунок нового електричного кола (рис. 3.52).

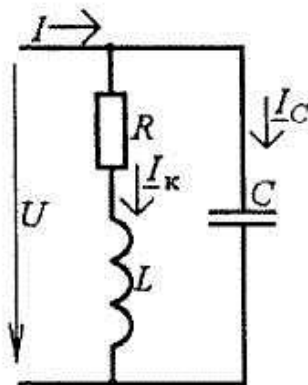


Рис. 3.52

Котушка індуктивності живиться тією ж напругою, тому зберігаються, як і в першій задачі (див. рис. 3.48), струм котушки

$$I_k = \frac{U}{Z_k} = \frac{100}{31,62} = 3,16 \text{ А}$$

і фазовий зсув між ним і напругою джерела:

$$\varphi_k = \arctg \frac{X_L}{R} = \arctg \frac{30}{10} = \arctg 3 = 71,6^\circ.$$

Визначимо активну і реактивну провідності котушки індуктивності на підставі (3.43), (3.44):

$$G_1 = \frac{R}{Z_k^2} = \frac{10}{31,6^2} = 0,01 \text{ См}; \quad B_{L1} = \frac{X_L}{Z_k^2} = \frac{30}{31,6^2} = 0,03 \text{ См}.$$

Із умови резонансу струмів (3.69) отримуємо реактивну провідність другої вітки  $B_{C2} = B_{L1} = 0,03 \text{ См}$ , а з урахуванням того, що для одиночного елемента на підставі (3.37) і (3.26)  $B_{C2} = \frac{1}{X_{C2}} = 2\pi fC$ , маємо значення ємності  $C = \frac{B_{C2}}{2\pi f} = 95,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 95,5 \text{ мкФ}$ .

Струм у другій вітці з єдиним ємнісним елементом  $I_C = UB_{C2} = 100 \cdot 0,03 = 3 \text{ А}$ , його фазовий зсув по відношенню до напруги  $\varphi_C = -90^\circ$  у відповідності з (3.28).

Активна провідність другої вітки  $G_2 = 0$ .

Еквівалентні активна (3.47)  $G = G_1 + G_2 = 0,01 \text{ См}$  і реактивна (3.39)  $B = B_{L1} - B_{C2} = 0$  провідності дають повну провідність (3.38) усього кола  $Y = \sqrt{G^2 + B^2} = 0,01 \text{ См}$ ; струм, що споживається від джерела, за (3.40)  $I = YU = 0,01 \cdot 100 = 1 \text{ А}$  і фазовий зсув між напругою і струмом на входних затискачах (3.41)  $\varphi = \arctg \frac{B}{G} = 0$ .

Результати цих розрахунків проілюстровані на рис. 3.53 векторною діаграмою в тих же масштабах струму і напруги, що і на рис. 3.49 та рис. 3.51.

Активна і реактивна потужності, що споживаються:

$$P = UI \cos \varphi = 100 \cdot 1 \cdot \cos 0 = 100 \text{ Вт};$$

$$Q = UI \sin \varphi = 100 \cdot 1 \cdot \sin 0 = 0.$$

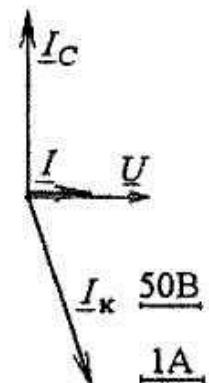


Рис. 3.53

Порівнюючи результати трьох розрахунків, можна відзначити вражаючі зміни: при резонансі струмів суттєво зменшився струм, що споживається із мережі, але при цьому котушка індуктивності зберегла повністю свої електричні параметри (струм, напругу і потужність), як і при індивідуальному включенні (рис. 3.48).

## **Лекція 40**

### **Тема: Компенсація реактивної потужності**

**Мета: оволодіти знаннями про розрахунок трьохфазних кіл**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

#### **План**

**1 Реактивна потужність електричних установок**

**2 Компенсація реактивної потужності**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

- 1 Література:** Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

Було відзначено, що в електричному колі змінного струму, у якій маютья котушка індуктивності і конденсатор, включені послідовно або паралельно, загальна реактивна потужність ланцюга завжди менше, ніж реактивна потужність кожного з елементів. Завдяки взаємному обмінові енергією між котушкою і конденсатором джерело частково або цілком звільняється від постачання реактивної енергії в ланцюг. У цьому випадку говорять про компенсації реактивної потужності котушки реактивною потужністю конденсатора і навпаки (реактивні потужності  $Q_L$  і  $Q_C$  мають протилежні знаки). Повна компенсація реактивної потужності має місце при резонансі. Компенсація реактивної потужності в електричних мережах має велике техніко-економічне значення. Далі коротко розглянуті загальні зведення по цьому питанню і принцип застосування конденсаторів для компенсації реактивної потужності.

**1 Реактивна потужність електричних установок**

Енергетичний процес у котушці індуктивності, включеної в перемінного струму, характеризується активною потужністю  $P = UI \cos(\varphi)$  і реактивною потужністю  $Q = UI \sin(\varphi)$ . В електричній схемі заміщення така катушка представлена явним опором  $R$  і індуктивністю  $L$ , або активної продимостью

G і реактивною провідністю Y. У цьому відношенні котушці індуктивності подібні численній-! пристрою перемінного струму: асинхронні двигуни, індукційні нагрівальні установки, трансформатори, повітряні лінії ін. Одержуючи від генераторів електричну енергію, ці пристрої передають або перетворюють неї в інші види енергії (активна потужність P), т, е, виконують ті функції, для яких створені. Одночасно вони обмінюються енергією з джерелами (реактивна потужність Q), що є процесом хоча і небажаним, неминучим, тому що без магнітного поля і періодичного нагромадження енергії в ньому перераховані пристрої працювати не можуть. Якщо реактивна потужність пристрою не дорівнює нулеві, то відношення  $Q/P = \operatorname{tg}\varphi = 0$ , а коефіцієнт потужності  $\cos\varphi < 1$ . На кожному підприємстві одночасно працюють електродвигуни ; (їхній може бути десятки і сотні), трансформатори й інші пристрої. Чим більше їхнє число і чим менше їхній коефіцієнт потужності, тим більше загальна реактивна потужність електроустаткування виробничої ділянки, цеху, усього підприємства.

Величина загальної реактивної потужності електричної установки 11 або електроустаткування підприємства в цілому залежить ще і від правильного вибору, ступеня завантаження електродвигунів, трансформаторів, від дотримання правил експлуатації електроустаткування. Далі буде показано, що за рахунок реактивної потужності споживачів електричний струм у мережах виявляється більше, ніж потрібно по величині, активного навантаження, у цим зв'язана одна з проблем проектування й експлуатації електричних мереж. При передачі електричної енергії, особливо на великі відстані, через наявність індуктивних і ємнісних опорів в елементах мережі перемінного струму виникає також проблема підтримки заданого рівня напруги на всіх приймачах. Для забезпечення оптимальної величини струму і необхідних величин напруги в мережі необхідно мати оптимальний баланс реактивних It потужностей (індуктивної і ємнісної). Вплив величини реактивної потужності на технікоекономічні показники електроустановок Для з'ясування впливу величини реактивної потужності на економічні показники електротехнічних установок розглянемо приймач енергії (наприклад, асинхронний електродвигун), що працює з постійною активною потужністю при постійній напрузі в мережі. Тік у приймачі, а отже, і в проводах, що з'єднують його з джерелом енергії, при цих умовах залежить від величини реактивної потужності:  $I = S/U = (P^2 + Q^2)/U$

Чим більше реактивна потужність приймача, тим більший струм повинний бутив самому приймачі, у генераторі, сполучних проводах, трансформаторі й інших елементах мережі електропостачання. Потужність теплових утрат, відповідно до закону Ленца-Джоуля, пропорційна квадратові струму й опорів проводів: Очевидно, чим більше струм приймача, тим більше

втрати енергії у всіх елементах електричного ланцюга. Вартість загубленої енергії входить в експлуатаційне витрати.

Зменшення реактивної потужності приймачів веде до зменшення їхніх струмів, скороченню втрат енергії й експлуатаційних витрат.

Якщо електрична установка спроектована з відносно більшою величиною реактивної потужності, то устаткування (комутаційна апаратура, прилади контролю і т.д.) і проводу необхідно вибрати на великі струми, чим при меншій величині реактивної потужності.

Це значить, що устаткування повинне бути встановлене щодо великих розмірів, а проводу більшого перетину. Останнє спричинить за собою збільшення обсягу будинків, обваження фундаментів і опор і т.п..

Зменшення реактивної потужності приймачів енергії скорочує капітальні витрати.

Генератори електричної енергії і трансформатори характеризуються номінальною потужністю - добутком номінальних величин напруги і струм:

$$S_H = U J_H$$

Найбільш повне використання генераторів і трансформаторів відповідає режимові роботи з номінальним струмом при номінальній напрузі (особливі випадки, коли допускається деяке перевантаження устаткування при експлуатації, тут не враховуються). Величина активної потужності генератора дорівнює активній потужності приймачів, що харчуються від його.

Якщо реактивна потужність приймачів дорівнює нулеві, то, генератор може розвивати активну потужність, рівну його номінальній потужності, тобто основна функція генератора - перетворення енергії - може бути виконана найбільш повно, а первинний двигун (наприклад, турбіна), також розрахований на номінальну потужність, буде працювати з повним навантаженням.

При наявності в приймачів реактивної потужності активна потужність генератора менше номінальної, хоча він працює при номінальній напрузі і струмі. Таким чином, генератор і первинний двигун по потужності недовантажені, що приводить до зниження їхнього коефіцієнта корисної дії.

## **2 Компенсація реактивної потужності**

З приведених міркувань випливає, що реактивну потужність Зупинок, що споживають електричну енергію, треба по можливості скорочувати.

На практиці це досягається шляхом правильного вибору потужності електродвигунів перемінного тока і трансформаторів, раціональної експлуатації їх без недовантаження і роботи вхолосту. Ці і деякі інші міри зменшення реактивної потужності, зв'язані з вибором і експлуатацією електроустаткування, називають природними.

У тих випадках, коли природні міри не можуть забезпечити оптимальної величини реактивної потужності установки, уживають штучних заходів для її

компенсації.

Для определения мощности и емкости батареи конденсаторов должны быть известны величины напряжения сети  $U$ , реактивной мощности установки до компенсации ( $Q_1$ ) и после компенсации ( $Q_2$ )

Можно установить батарею конденсаторов мощностью  $Q_C = Q_P$  тогда  $Q_2 = 0$ . Полная компенсация реактивной мощности освобождает полностью сеть от реактивного тока.

Однако технико-экономические расчеты показывают, что полная компенсация в большинстве случаев не является оптимальным решением вопроса, так как компенсационное устройство оказывается более сложным и дорогим, чем при некоторой оптимальной величине реактивной мощности  $Q_2$ , которую определяют на основе технико-экономического сопоставления вариантов. Мощность батареи конденсаторов

$$Q_C = Q_1 - Q_2$$

емкость

$$C = Q_C / \omega U^2$$

Сущность компенсации реактивной мощности с помощью конденсаторов видна из векторной диаграммы

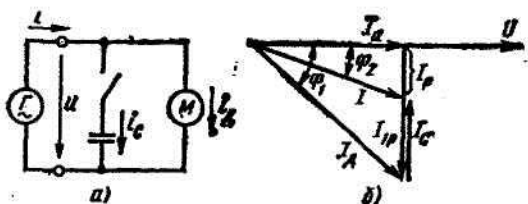


Рис. 17.7. К вопросу о компенсации реактивной мощности

(рис. 17.7, б), построенной для схемы (рис. 17.7, а), на которой параллельно приемнику, например асинхронному двигателю (группе двигателей), может быть включена конденсаторная батарея. До включения конденсаторов ток в подводящих проводах  $I_d$  отстает по фазе от напряжения на угол  $\varphi_1$ . После включения батареи реактивная составляющая  $I_P$  тока двигателя частично компенсируется емкостным током  $I_C$ , в связи с чем ток в подводящих проводах уменьшается до  $I$ , а угол сдвига фаз — до  $\varphi_2$  (в обменном энергетическом процессе между генератором и приемником участвует меньшее количество электромагнитной энергии).

Активная составляющая тока в проводах не изменяется, следовательно, по активной мощности режим цепи остается прежним:

$$I \cos \varphi_2 = I_d \cos \varphi_1.$$

Ток батареи конденсаторов имеет величину

$$I = I_d \sin \varphi_1 - I \sin \varphi_2$$

$$I_d = P/U \cos \varphi_1 ; \quad I = P/U \cos \varphi_2$$

где  $P$  — активная мощность приемника (в данном случае двигателя);

$$I_C = P/U (\sin \varphi_1 / \cos \varphi_2 - \sin \varphi_2 / \cos \varphi_2) = P/U (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2)$$

Емкость батареи конденсаторов

$$C = I_C / \omega U.$$

Мощность батареи конденсаторов

$$Q_c = UI_c$$

Нетрудно заметить, что мощность конденсаторов можно зрйти, не подсчитывая тока  $I_c$ :

$$Q_c = P(\text{tg}_1 - \text{tg}_2).$$

## Лекція 41

### Тема: Рівняння чотирьохполюсника

**Мета:** оволодіти знаннями про розрахунок трьохфазних кіл

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

**1 Основні поняття про чотирьохполюсники**

**2 Рівняння прохідних посивних чотирьохполюсників**

## 1 Основні поняття про чотирьохполюсники

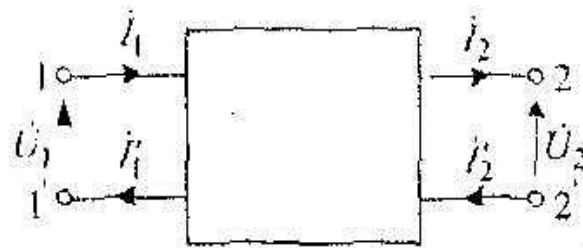


Рис. 6. 1.

**Чотирьохполюсники**, як і двополюсники, поділяються на пасивні та активні. Якщо струм  $I_1 \neq 0$  при короткому замиканні полюсів 1-1' або струм  $I_2 \neq 0$  при короткому замиканні полюсів 2-2', то такий чотирьохполюсник є активним. Рівнозначною умовою є наявність напруг між полюсами 1-1' або 2-2' при відсутності струмів  $I_1 = 0$ ,  $I_2 = 0$  (неробочий режим).

Чотирьохполюсник, у якого взаємна провідність  $Y_{12} = \frac{I_1}{U_2}$  між входом та виходом дорівнює взаємній провідності  $Y_{21} = \frac{I_2}{U_1}$  між виходом та входом, тобто  $Y_{12} = Y_{21}$ , називається *взаємним*, а якщо  $Y_{12} \neq Y_{21}$  — *невзаємним*.

Чотирьохполюсник, у якого вхідний опір  $Z_{1вх} = \frac{U_1}{I_1}$  стосовно полюсів 1-1' дорівнює вхідному опоріві  $Z_{2вх} = \frac{U_2}{I_2}$  стосовно полюсів 2-2', тобто  $Z_{1вх} = Z_{2вх}$ , називається *симетричним*, а якщо  $Z_{1вх} \neq Z_{2вх}$  — *несиметричним*.

Чотирьохполюсники, що містять в собі керовані елементи (електронні та напівпровідникові прилади) називаються *керованими*.

Якщо параметри чотирьохполюсника не залежать від параметрів схем, що під'єднані до його зовнішніх полюсів, то такий чотирьохполюсник називається *автономним*, а якщо залежать — *неавтономним*.

Для прохідного чотирьохполюсника залежності між двома напругами та двома струмами, що визначають режим його роботи, можуть бути записані в різних формах. Якщо пара із вказаних величин є заданими, то дві другі величини будуть пов'язані з ними системою двох рівнянь, які називають *рівняннями чотирьохполюсника*. Коефіцієнти рівнянь

чотириполюсника за параметрами його порозьєвності.

Як компенса до еквіва (неробочий режим):

$$\underline{A}_{11} = \frac{U_{10}}{U_{20}} - \text{комплексний коефіцієнт передачі напруги при } I_2 = 0$$

Тому сво чотириполюсника

$$\underline{A}_{22} = \frac{I_{1k}}{I_{2k}} - \text{комплексний коефіцієнт передачі струму при } U_2 = 0$$

Ос (коротке замикання):

$$\underline{A}_{12} = \frac{U_{1k}}{I_{2k}} - \text{комплексний взаємний опір між входом та виходом}$$

при  $U_2 = 0$ ;

$$\underline{A}_{21} = \frac{I_{10}}{U_{20}} - \text{комплексна взаємна провідність між входом та}$$

виходом при  $I_2 = 0$ .

У деяких підручниках застосовується інше позначення коефіцієнтів

Рі **A**-форми рівнянь чотириполюсника

$$\underline{A}_{11} = \underline{A}, \quad \underline{A}_{12} = \underline{B}, \quad \underline{A}_{21} = \underline{C}, \quad \underline{A}_{22} = \underline{D}.$$

яка є

Відповідно рівняння чотириполюсника мають вигляд

$$U_1 = \underline{A}U_2 + \underline{B}I_2 \tag{6.3}$$

$$I_1 = \underline{C}U_2 + \underline{D}I_2$$

звополюсникові послідовно дозволяють сполучити чотириполюсник що склад

**A**-форма рівнянь є найбільш поширеною для аналізу в системах пересилання електричної енергії. Вона дозволяє визначити струм  $I_1$  та напругу  $U_1$  на вході чотириполюсника, які необхідні для забезпечення на виході (у споживача) струму  $I_2$  та напруги  $U_2$  (тобто заданої потужності).

**B**-форма рівнянь чотириполюсника є дуальною до **A**-форми. Вона визначає залежності вихідних струму  $I_2$  та напруги  $U_2$  від вхідних струму  $I_1$  та напруги  $U_1$ , тобто при зміні напрямку пересилання енергії.

Для отримання цієї форми рівнянь необхідно систему рівнянь (6.3) розв'язати стосовно  $U_2$  та  $I_2$ , змінивши при цьому напрямки струмів  $I_1$  та  $I_2$  на протилежні. У результаті отримаємо **B**-форму рівнянь чотириполюсника

$$U_2 = \underline{B}_{11}U_1 + \underline{B}_{12}I_1 \tag{6.4}$$

$$I_2 = \underline{B}_{21}U_1 + \underline{B}_{22}I_1$$

де **A**- безрозмірні провідності Кс інтерпретація

або в матричній формі

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{B} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix}, \quad (6.5)$$

де  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \underline{B}_{11} & \underline{B}_{12} \\ \underline{B}_{21} & \underline{B}_{22} \end{pmatrix}$  – квадратна матриця  $\mathbf{B}$ –параметрів.

$\mathbf{Y}$ –форма рівнянь чотириполюсника визначає залежності струмів  $\dot{I}_1$  та  $\dot{I}_2$  від напруг  $\dot{U}_1$  та  $\dot{U}_2$ . Її можна отримати, якщо розв'язати рівняння  $\mathbf{A}$ –форми стосовно струмів  $\dot{I}_1$  та  $\dot{I}_2$

$$\dot{I}_1 = \underline{Y}_{11}\dot{U}_1 + \underline{Y}_{12}\dot{U}_2; \quad (6.6)$$

$$\dot{I}_2 = \underline{Y}_{21}\dot{U}_1 + \underline{Y}_{22}\dot{U}_2$$

або в матричній формі

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Y} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix}, \quad (6.7)$$

де  $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{pmatrix}$  – матриця  $\mathbf{Y}$ –параметрів.

Очевидно, що всі коефіцієнти рівнянь (6.6) мають розмірності провідностей. Відповідно фізична інтерпретація коефіцієнтів наступна:  $\underline{Y}_{11}$  – вхідна провідність при  $U_2 = 0$ ;  $\underline{Y}_{22}$  – вихідна провідність при  $U_1 = 0$ ;  $\underline{Y}_{12}$  – взаємна провідність між входом та виходом при  $U_2 = 0$ ;  $\underline{Y}_{21}$  – взаємна провідність між виходом та входом при  $U_1 = 0$ .

$\mathbf{Z}$ –форма рівнянь чотириполюсника є дуальною до  $\mathbf{Y}$ –форми рівнянь і визначає залежності напруг  $\dot{U}_1$  та  $\dot{U}_2$  від струмів  $\dot{I}_1$  та  $\dot{I}_2$ . Її можна отримати, якщо розв'язати рівняння (6.6) стосовно напруг  $\dot{U}_1$  та  $\dot{U}_2$ .

$$\dot{U}_1 = \underline{Z}_{11}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{12}\dot{I}_2; \quad (6.8)$$

$$\dot{U}_2 = \underline{Z}_{21}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{22}\dot{I}_2$$

або в матричній формі

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Z} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix}, \quad (6.9)$$

де  $\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix}$  – матриця  $\mathbf{Z}$ -параметрів.

Всі коефіцієнти рівнянь (6.8) мають розмірності опорів, а їх фізична інтерпретація, може бути здійснена за аналогією з попередніми формами.

**G-форма рівнянь чотириполосника** визначає залежності струму  $\dot{I}_1$  та напруги  $\dot{U}_2$  від струму  $\dot{I}_2$  та напруги  $\dot{U}_1$ . Вона має вигляд

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \underline{G}_{11}\dot{U}_1 + \underline{G}_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 &= \underline{G}_{21}\dot{U}_1 + \underline{G}_{22}\dot{I}_2 \end{aligned} \quad (6.10)$$

або в матричній формі

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}, \quad (6.11)$$

де  $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}$  – матриця  $\mathbf{G}$ -параметрів.

Розмірності коефіцієнтів рівняння (6.10) та їх фізична інтерпретація визначається за аналогією з попередніми формами.

**H-форма рівнянь чотириполосника** є дуальною до  $\mathbf{G}$ -форми і визначає залежності напруги  $\dot{U}_1$  та струму  $\dot{I}_2$  від напруги  $\dot{U}_2$  та струму  $\dot{I}_1$ . Вона має вигляд

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{H}_{11}\dot{I}_1 + \underline{H}_{12}\dot{U}_2; \\ \dot{I}_2 &= \underline{H}_{21}\dot{I}_1 + \underline{H}_{22}\dot{U}_2 \end{aligned} \quad (6.12)$$

або в матричній формі

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}, \quad (6.13)$$

де  $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$  – квадратна матриця  $\mathbf{G}$ -параметрів.

Розмірність коефіцієнтів рівнянь (6.12) та їх фізична інтерпретація здійснюється за аналогією з попередніми формами.

Коефіцієнти усіх шести форм рівнянь пасивного прохідного чотириполосника є сталими при незмінній частоті і визначаються тільки внутрішньою структурою чотириполосника та параметрами елементів, з яких він складається. Коефіцієнти чотириполосника не залежать від параметрів схем (джерел живлення та приймачів), що під'єднуються до

зовнішніх полюсів чотириполюсника. Вони однозначно характеризують режим роботи кола, стосовно його зовнішніх полюсів. Як видно з рівнянь чотириполюсника, у загальному випадку чотириполюсник однозначно задається чотирма коефіцієнтами однієї із вищенаведених форм рівнянь. Між коефіцієнтами різних форм рівнянь існує однозначний зв'язок. Оскільки усі форми рівнянь є рівнозначними, то надалі властивості чотириполюсників та методи їх аналізу будемо проводити на базі рівнянь **A**-форми.

Аналіз рівнянь взаємного чотириполюсника показує, що визначник системи рівнянь будь-якої форми завжди дорівнює одиниці. Зокрема, для **A**-форми

$$\Delta A = A_{11}A_{22} - A_{21}A_{12} = 1. \quad (6.14)$$

Це означає, що пасивний взаємний чотириполюсник однозначно характеризується тільки трьома незалежними параметрами.

Аналіз рівнянь форм **A** та **B** показує, що при взаємній заміні вхідних та вихідних полюсів  $A_{11} = B_{22}$ ,  $A_{22} = B_{11}$ , тобто при використанні **A**-форми рівнянь необхідно коефіцієнти  $A_{11}$  та  $A_{22}$  у рівняннях поміняти місцями. Якщо при такій заміні режим роботи зовнішньої частини кола не зміниться, то такий чотириполюсник називається *симетричним*. За такої умови  $A_{11} = A_{22}$ . Таким чином, симетричний чотириполюсник характеризується лише двома незалежними параметрами.

*Основні положення.* Існує шість форм рівнянь чотириполюсника, які характеризують його режими роботи. Між коефіцієнтами цих форм існує однозначний зв'язок. Визначник системи рівнянь взаємного чотириполюсника будь-якої форми завжди дорівнює одиниці.

## охполюсника

**Мета:** оволодіти знаннями про розрахунок чотирьохполюсників

**Методи:** словесний, практичний, наочний

## План

**1** Режим холостого ходу

**2** Режим короткого замикання

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Л  
ек  
ці  
я  
42  
Т  
ем  
а:  
Ре  
ж  
и  
м  
и  
чо  
ти  
рь

Плакати, картки, діафільми.

### Література:

- 7 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 8 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 9 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 10 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

## 1 Основні поняття про чотириполюсники

Численні електротехнічні пристрої, що призначені для перетворення та пересилання електричної енергії, мають два вхідні та два вихідні зажимачі (полюси), при цьому їх внутрішнє електричне коло може бути довільної складності. Такі пристрої отримали назву чотириполюсників. Прикладами чотириполюсників можуть бути двообмоткові трансформатори, однофазні випростувачі, підсилювачі, електричні фільтри, двопровідні лінії електропересилання тощо.

В процесі експлуатації здебільшого необхідно і достатньо знати тільки залежності між вхідними та вихідними струмами і напругами. Теорія чотириполюсників дає можливість розраховувати режими пересилання електричної енергії між входом та виходом чотириполюсника, не вдаючись до розрахунку струмів та напруг всередині чотириполюсника, що суттєво зменшує обсяг розрахунків під час аналізу електротехнічних пристроїв. Основи теорії чотириполюсників будемо розглядати при ustalених синусоїдних режимах, що дозволяє використовувати символічний метод. Розглянемо основні поняття та визначення, що стосуються чотириполюсників.

На рис. 6.1 наведено загальноприйняті позначення полюсів (зажимачів), напрямів струмів та напруг чотириполюсника, а саме:  $1-1'$  – вхідні полюси;  $2-2'$  – вихідні полюси;  $I_1$  та  $I_1'$  – струми вхідних полюсів;  $I_2$  та  $I_2'$  – струми вихідних полюсів;  $U_1$  та  $U_2$  – напруги між вхідними та вихідними полюсами, відповідно. Зауважимо, що тут прийняте, так зване, несиметричне позначення напрямів струмів: струм  $I_1$  входить у чотириполюсник, а  $I_2$  – виходить.

Чотириполюсник, для якого виконується перший закон Кірхгофа окремо для входу ( $I_1 - I_1' = 0$ ) та окремо для виходу ( $I_2 - I_2' = 0$ ), називається прохідним чотириполюсником. Надалі обмежимося розглядом лише прохідних чотириполюсників, які найбільше поширені в техніці.



чотириполюсника називаються його параметрами.

Як буде показано нижче (п. 6.8), користуючись теоремою компенсації, активний чотириполюсник завжди можна однозначно звести до еквівалентного пасивного із зовні внесеними додатковими джерелами. Тому спочатку розглянемо основні властивості та методи аналізу пасивних чотириполюсників.

**Основні положення.** Чотириполюсник – це частина електричного кола довільної складності, яка має два входні і два вихідні записки (полюси). Найбільш поширеними серед багатополісних елементів є чотириполюсники. Вони поділяються на: активні і пасивні; симетричні і несиметричні; взаємні і невізаємні; автономні неавтономні; лінійні і нелінійні.

## 6.2. Рівняння прохідних пасивних чотириполюсників

Рівняння двополюсника може бути записане або у формі  $\underline{I} = \underline{Y}\underline{U}$ , яка є зручною для користування при паралельному сполученні двополюсників, або у формі  $\underline{U} = \underline{Z}\underline{I}$ , яка є зручною для користування при послідовному сполученні двополюсників. Прохідні чотириполюсники дозволяють здійснити значно більшу кількість комбінацій попарних сполучень, а саме – шість, для яких утворені відповідні форми рівнянь чотириполюсників, які є найбільш ефективними під час розрахунку схем, що складаються з прохідних чотириполюсників. Розглянемо ці форми.

**A-форма** рівнянь чотириполюсника визначає залежності входньої напруги  $\underline{U}_1$  та струму  $\underline{I}_1$  від вихідної напруги  $\underline{U}_2$  та струму  $\underline{I}_2$

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= A_{11}\underline{U}_2 + A_{12}\underline{I}_2; \\ \underline{I}_1 &= A_{21}\underline{U}_2 + A_{22}\underline{I}_2 \end{aligned} \quad (6.1)$$

або у матричній формі

$$\begin{Bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{Bmatrix} = \mathbf{A} \begin{Bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{Bmatrix}, \quad (6.2)$$

де  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$  – квадратна матриця A-параметрів, в якій:  $A_{11}$ ,  $A_{22}$  – безрозмірні коефіцієнти;  $A_{12}$  – має розмірність опору;  $A_{21}$  – має розмірність провідності.

Коефіцієнтам чотириполюсника можна надати фізичну інтерпретацію:

$$\underline{A}_{11} = \frac{\underline{U}_{10}}{\underline{U}_{20}} \text{ -- комплексний коефіцієнт передачі напруги при } \underline{I}_2 = 0$$

(неробочий режим);

$$\underline{A}_{22} = \frac{\underline{I}_{1k}}{\underline{I}_{2k}} \text{ -- комплексний коефіцієнт передачі струму при } \underline{U}_2 = 0$$

(коротке замикання);

$$\underline{A}_{12} = \frac{\underline{U}_{1k}}{\underline{I}_{2k}} \text{ -- комплексний взаємний опір між входом та виходом}$$

при  $\underline{U}_2 = 0$ ;

$$\underline{A}_{21} = \frac{\underline{I}_{10}}{\underline{U}_{20}} \text{ -- комплексна взаємна провідність між входом та}$$

виходом при  $\underline{I}_2 = 0$ .

У деяких підручниках застосовується інше позначення коефіцієнтів **A**-форми рівнянь чотирьохполюсника

$$\underline{A}_{11} = \underline{A}, \quad \underline{A}_{12} = \underline{B}, \quad \underline{A}_{21} = \underline{C}, \quad \underline{A}_{22} = \underline{D}.$$

Відповідно рівняння чотирьохполюсника мають вигляд

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{A}\underline{U}_2 + \underline{B}\underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 &= \underline{C}\underline{U}_2 + \underline{D}\underline{I}_2 \end{aligned} \quad (6.3)$$

**A**-форма рівнянь є найбільш поширеною для аналізу в системах пересилання електричної енергії. Вона дозволяє визначити струм  $\underline{I}_1$  та напругу  $\underline{U}_1$  на вході чотирьохполюсника, які необхідні для забезпечення на виході (у споживача) струму  $\underline{I}_2$  та напруги  $\underline{U}_2$  (тобто заданої потужності).

**B**-форма рівнянь чотирьохполюсника є дуальною до **A**-форми. Вона визначає залежності вихідних струму  $\underline{I}_2$  та напруги  $\underline{U}_2$  від вхідних струму  $\underline{I}_1$  та напруги  $\underline{U}_1$ , тобто при зміні напрямку пересилання енергії. Для отримання цієї форми рівнянь необхідно систему рівнянь (6.3) розв'язати стосовно  $\underline{U}_2$  та  $\underline{I}_2$ , змінивши при цьому напрямки струмів  $\underline{I}_1$  та  $\underline{I}_2$  на протилежні. У результаті отримаємо **B**-форму рівнянь чотирьохполюсника

$$\underline{U}_2 = \underline{B}_{11}\underline{U}_1 + \underline{B}_{12}\underline{I}_1; \quad (6.4)$$

$$\underline{I}_2 = \underline{B}_{21}\underline{U}_1 + \underline{B}_{22}\underline{I}_1$$

або в матричній формі

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{B} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix}, \quad (6.5)$$

де  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \underline{B}_{11} & \underline{B}_{12} \\ \underline{B}_{21} & \underline{B}_{22} \end{pmatrix}$  – квадратна матриця  $\mathbf{B}$ –параметрів.

$\mathbf{Y}$ –форма рівнянь чотириполюсника визначає залежності струмів  $\dot{I}_1$  та  $\dot{I}_2$  від напруг  $\dot{U}_1$  та  $\dot{U}_2$ . Її можна отримати, якщо розв'язати рівняння  $\mathbf{A}$ –форми стосовно струмів  $\dot{I}_1$  та  $\dot{I}_2$

$$\dot{I}_1 = \underline{Y}_{11}\dot{U}_1 + \underline{Y}_{12}\dot{U}_2; \quad (6.6)$$

$$\dot{I}_2 = \underline{Y}_{21}\dot{U}_1 + \underline{Y}_{22}\dot{U}_2$$

або в матричній формі

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Y} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix}, \quad (6.7)$$

де  $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{pmatrix}$  – матриця  $\mathbf{Y}$ –параметрів.

Очевидно, що всі коефіцієнти рівнянь (6.6) мають розмірності провідностей. Відповідно фізична інтерпретація коефіцієнтів наступна:  $\underline{Y}_{11}$  – вхідна провідність при  $U_2 = 0$ ;  $\underline{Y}_{22}$  – вихідна провідність при  $U_1 = 0$ ;  $\underline{Y}_{12}$  – взаємна провідність між входом та виходом при  $U_2 = 0$ ;  $\underline{Y}_{21}$  – взаємна провідність між виходом та входом при  $U_1 = 0$ .

$\mathbf{Z}$ –форма рівнянь чотириполюсника є дуальною до  $\mathbf{Y}$ –форми рівнянь і визначає залежності напруг  $\dot{U}_1$  та  $\dot{U}_2$  від струмів  $\dot{I}_1$  та  $\dot{I}_2$ . Її можна отримати, якщо розв'язати рівняння (6.6) стосовно напруг  $\dot{U}_1$  та  $\dot{U}_2$ .

$$\dot{U}_1 = \underline{Z}_{11}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{12}\dot{I}_2; \quad (6.8)$$

$$\dot{U}_2 = \underline{Z}_{21}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{22}\dot{I}_2$$

або в матричній формі

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Z} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix}, \quad (6.9)$$

де  $\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix}$  – матриця  $\mathbf{Z}$ -параметрів.

Всі коефіцієнти рівнянь (6.8) мають розмірності опорів, а їх фізична інтерпретація, може бути здійснена за аналогією з попередніми формами.

**G-форма рівнянь чотириполюсника** визначає залежності струму  $\dot{I}_1$  та напруги  $\dot{U}_2$  від струму  $\dot{I}_2$  та напруги  $\dot{U}_1$ . Вона має вигляд

$$\dot{I}_1 = \underline{G}_{11}\dot{U}_1 + \underline{G}_{12}\dot{I}_2; \quad (6.10)$$

$$\dot{U}_2 = \underline{G}_{21}\dot{U}_1 + \underline{G}_{22}\dot{I}_2$$

або в матричній формі

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}, \quad (6.11)$$

де  $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}$  – матриця  $\mathbf{G}$ -параметрів.

зовнішніх полюсів чотириполюсника. Вони однозначно характеризують режим роботи кола, стосовно його зовнішніх полюсів. Як видно з рівнянь чотириполюсника, у загальному випадку чотириполюсник однозначно задається чотирма коефіцієнтами однієї із вищенаведених форм рівнянь. Між коефіцієнтами різних форм рівнянь існує однозначний зв'язок. Оскільки усі форми рівнянь є рівнозначними, то надалі властивості чотириполюсників та методи їх аналізу будемо проводити на базі рівнянь **A-форми**.

Аналіз рівнянь взаємного чотириполюсника показує, що визначник системи рівнянь будь-якої форми завжди дорівнює одиниці. Зокрема, для **A-форми**

$$\Delta \mathbf{A} = \underline{A}_{11}\underline{A}_{22} - \underline{A}_{21}\underline{A}_{12} = 1. \quad (6.14)$$

Це означає, що пасивний взаємний чотириполюсник однозначно характеризується тільки трьома незалежними параметрами.

Аналіз рівнянь форм **A** та **B** показує, що при взаємній заміні вхідних та вихідних полюсів  $\underline{A}_{11} = \underline{B}_{22}$ ,  $\underline{A}_{22} = \underline{B}_{11}$ , тобто при використанні **A-форми** рівнянь необхідно коефіцієнти  $\underline{A}_{11}$  та  $\underline{A}_{22}$  у рівняннях поміняти місцями. Якщо при такій заміні режим роботи зовнішньої частини кола не зміниться, то такий чотириполюсник називається *симетричним*. За такої умови  $\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}$ . Таким чином, симетричний чотириполюсник характеризується лише двома незалежними параметрами.

**Основні положення.** Існує шість форм рівнянь чотириполюсника, які характеризують його режими роботи. Між коефіцієнтами цих форм існує однозначний зв'язок. Визначник системи рівнянь взаємного чотириполюсника будь-якої форми завжди дорівнює одиниці.

## **Лекція 43**

**Тема: Кругова діаграма нерозгалуженого кола.**

**Мета: оволодіти знаннями про розрахунок трьохфазних кіл**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### **План**

**1 Кругова діаграма нерозгалуженого кола з постійним реактивним і змінним активним опорами**

**2 Кругова діаграма нерозгалуженого кола з постійним активним і змінним реактивним опорами**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

### **Література:**

11 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

12 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

13 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

14 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

При проектуванні електричних установок, наприклад ліній електропередачі, електричних двигунів та інших пристроїв, представлених схемами заміщення, виникає необхідність дослідження режимів роботи при зміні одного з параметрів.

В таких випадках за даними розрахунків будують графіки зміни ряду електричних величин (струму, активної і реактивної потужностей, коефіцієнта потужності і т. д.) залежно від змінного параметра.

Застосовуючи вже відомі методи розрахунку ланцюгів змінного струму, для побудови графіків потрібно багато раз повторити рішення однієї і тієї ж задачі. Трудомісткість і тривалість такого способу очевидна.

В даному випадку можна застосувати графічний метод дослідження електричних ланцюгів змінного струму за допомогою кругових діаграм.

### **1 Кругова діаграма нерозгалуженого кола з постійним реактивним і змінним активним опорами**

Обґрунтування методу, порядок побудови кругової діаграми і визначення по ній ряду електричних величин розглянемо спочатку для одного з простих ланцюгів.

#### **Обґрунтування методу**

При послідовному з'єднанні індуктивного опору  $X_L$  і активного опору  $R$  (мал.1, а)

$$\dot{U} = RI + jX_L I$$

Якщо діюча величина прикладеного до ланцюга напруги постійна, а

активний опір змінюється, то відповідно змінюватиметься струм в ланцюзі: при  $R = 0$  струм

$$I_K = \frac{\dot{U}}{jX_L}$$

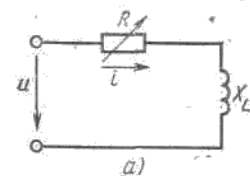
Струм  $I_K$  при короткому замиканні ділянки із змінним опором називається струмом короткого замикання, при  $R = \infty$  (розрив ланцюга)  $I = 0$ . Таким чином, при зміні активного опору від  $R = \infty$  до  $0$  струм в ланцюзі змінюється від  $0$  до  $I_K$ .

Проміжні величини струму можна знайти, розділивши рівняння напруг на  $jX_L$ :

$$\frac{\dot{U}}{jX_L} = \frac{R}{jX_L} \dot{I} + \dot{I},$$

Або

$$I_K = \dot{I} + \left( -j \frac{R}{jX_L} \dot{I} \right)$$



З останнього рівняння видно, що сума двох векторів — вектора струму  $I$  і відстаючого від нього на  $90^\circ$  вектора —  $j \frac{R}{X_L} I$  постійна і рівна струму короткого замикання. Це відповідає випадку, коли кінець вектора струму переміщається по колу, що проходить через

початок вектора струму  $I$

Мал.1. Кругова діаграма нерозгалуженого ланцюга із змінним активним опором

кінець вектора —  $j \frac{R}{X_L} I$ , а вектор струму  $I_K$  є діаметром цього кола

(мал.1, б).

### Побудова кругової діаграми

Для побудови кола, яке називають круговою діаграмою струмів, потрібно визначити струм короткого замикання  $I_K$ , відкласти на кресленні в певному масштабі  $M_i$  відрізок  $OA$ , відповідний цьому струму, і побудувати на ньому, як на діаметрі, півколо. Струм короткого замикання встановлюється в ланцюзі при  $R = 0$ , тому є чисто індуктивним, відстає від напруги на  $90^\circ$ . Виходячи з цього, визначають напрям вектора напруги. Для з'ясування залежності струму і інших величин від активного опору потрібно виконати додаткові побудови — в деякому масштабі  $M_R$  по напрямку вектора струму відкласти індуктивний

опір  $X_L$ .

Можна, зокрема, опір  $X_L$  виразити тим же відрізком  $OA$ ; тоді масштаб опорів  $M_R$  не буде довільним:

$$OA = I_K / M_i = X_L / M_R; M_R = (X_L / I_K) M_i.$$

З точки  $A$  в цьому випадку проводять пряму  $AR$ , перпендикулярну вектору  $I_K$ . На цій прямій від точки  $A$  в тому ж масштабі  $M_R$  відкладають величини активного опору  $R$ . Відклавши опір  $R$  відрізком  $AB$  і провівши пряму  $OB$ , отримаємо трикутник опорів, гіпотенуза якого  $OB$  виражає повний опір ланцюга  $Z$ .

### Визначення величин по круговій діаграмі

В крапці  $C$  перетину прямої  $OB$  з круговою діаграмою лежить кінець вектора струму, проведеного з точки  $O$ . Численне значення струму знаходять множенням довжини відрізка  $OC$  на масштаб струмів  $I = OCM_i$ .

Аналогічно знаходять струми при інших опорах  $R$  від  $0$  до  $\infty$ .

Проекції відрізка  $OC$  на напрями напруги і струму короткого замикання дають активну і реактивну складові струму в тому ж масштабі  $M_i$ :  $I_a = OEM_i U$ ,  $I_L = ODM_i$ .

Відрізок  $OE$  в масштабі потужності виражає активну потужність, а відрізок  $OD$  — реактивну потужність ланцюга:

$$P = I_a U = OEM_i U = OEM_p;$$

$$Q = I_L U = ODM_i U = ODM_p,$$

де  $M_p = M_i U$  - масштаб потужності.

В масштабі потужності  $M_p$  відрізок  $OC$  виражає повну потужність ланцюга. Якщо на відрізку, що виражає в масштабі напруг  $M_u$  повну напругу ланцюга  $U$ , побудувати, як на діаметрі, півколо, то можна визначити активну і реактивну складові напруги і коефіцієнт потужності  $\cos \varphi$ . Півколо  $OGF$  є круговою діаграмою напруг. Відрізок  $OG$ , співпадаючий по напрямку з вектором струму, в масштабі напруг виражає активну напругу  $U_R$ , а відрізок  $GF$ , перпендикулярний вектору струму, — реактивна напруга  $U_L$ . Крапка  $G$ , в якій поєднуються кінець вектора  $U_R$  і початок вектора  $U_L$ , знаходиться в перетині лінії струму  $OC$  з круговою діаграмою напруг.

Цей висновок виходить з подібності трикутників  $OGF$  і  $OCA$ -

$$OG/OF = CA/OA; OG = \frac{CAOF}{OA} \frac{\frac{R}{X_L} IUM_i}{M_i M_u I_k} = \frac{U_R}{M_u}.$$

З відношення

$$GF/OF = OC/OA$$

слідуює, що

$$GF = U_L / M_u.$$

Відрізок  $OG$  одночасно виражає коефіцієнт потужності:

$$OG = \frac{U_R}{M_u} = \frac{U \cos \varphi}{M_u};$$
$$\cos \varphi = \frac{M_u}{U} OG = M_\varphi OG,$$

де  $M_\varphi = M_u / U$  - масштаб коефіцієнта потужності.

При збільшенні  $R$  від 0 до  $\infty$   $\cos \varphi$  збільшується від 0 до 1, причому відрізок  $OF$  в масштабі  $M_\varphi$  відповідає  $\cos \varphi = 1$ . Дійсно, при  $R = \infty$  напрям вектора струму співпадатиме  $G$  напрямом вектора напруги (довжина вектора струму в цьому випадку рівна нулю). Кругова діаграма напруг перетне напрям вектора струму в крапці  $F$  (крапка  $G$  по діаграмі переміститься і співпаде про крапкою  $F$ ).

Якщо відрізок розділити на 100 частин, то, суміщаючи відрізок  $OG$  з прямою, можна знайти значення  $\cos \varphi$  з точністю до 0,01.

В такому ж порядку будується кругова діаграма і визначаються величини, що характеризують нерозгалужений ланцюг із змінним активним опором і постійною місткістю.

Струм в цьому ланцюзі випереджає напругу в загальному випадку на кут  $\varphi$ , а при  $R = 0$  — на кут  $90^\circ$ . Тому кругова діаграма розташовується по іншу сторону від вектора напруги (на мал. 1, б кругову діаграму потрібно повернути навкруги вектора напруги на  $180^\circ$ ).

## **2 Кругова діаграма нерозгалуженого кола з постійним активним і змінним реактивним опорами**

Особливість цього ланцюга в порівнянні з попередньою полягає в тому, що змінним в ній є реактивний опір — індуктивне або місткість. Порядок розгляду питання залишається таким же.

### **Обґрунтування методу**

При послідовному з'єднанні постійного активного і змінного індуктивного опорів (мал. 2, а) виходить рівняння напруг

$$U = RI + jX_L I$$

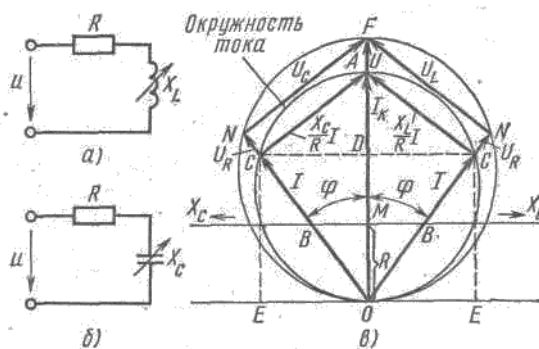
Струм короткого замикання при  $X_L = 0$

$$I_k = U / R.$$

При  $X_L = \infty$  струм в ланцюзі  $I=0$ .

Проміжні величини струмів знайдемо, розділив рівняння на  $R$ :

З останнього рівняння видно, що сума вектора струму і вектора  $j\frac{X_L}{R}I$ , що опереждає струм на  $90^\circ$ , є постійна величина, рівна струму короткого замикання



Мал. 2. Кругова діаграма нерозгалуженого ланцюга із змінним реактивним опором

Якщо на відрізку  $OA$ , виражаючому в масштабі  $M$ , струм короткого замикання  $I_k$ , побудувати, як на діаметрі, коло, то суму  $I + j\frac{X_L}{R}I$  можна виразити двома хордами, котрі перетинаються на колі під прямим кутом (мал. 2, в).

Струм короткого замикання є активним, тому з вектором струму співпадає по напрямку вектор напруги.

### Побудова кругової діаграми

Побудову кругової діаграми доцільно почати, відклавши вектор напруги, а потім вектор струму  $I_k$  (відрізок  $OA$ ).

По лінії струму  $I_k$  відкладають в довільному масштабі  $M_R$  активний опір  $R$  (відрізок  $OM$ ), а з точки  $M$  перпендикулярно  $OM$  проводять лінію реактивного опору  $X_L$ .

Такий же порядок побудови кругової діаграми придатний і для ланцюга з постійними активними й змінним ємнісними опорами (мал. 2, б). Струм у ланцюзі з ємністю випереджає напругу, тому кругова діаграма ланцюга з  $R$  і  $C$  розташовується ліворуч від вектора напруги.

Якщо ланцюга (мал. 2, а, б) будуть мати однакові активні опори й напруги,

то при однакових масштабах кругові діаграми обох ланцюгів є двома половинами однієї окружності. Лінія реактивних опорів в обох випадках та сама, але індуктивні опори відкладаються вправо, а ємнісні - уліво від вектора напруги.

### Визначення величин по круговій діаграмі

Відклавши реактивний опір  $X$  у заданому масштабі відрізком  $MB$  і провівши пряму  $OB$  до перетинання із круговою діаграмою в крапці  $C$ , одержимо вектор струму  $OC$ . Відрізок  $OB$  у масштабі  $M_R$  дорівнює повному опору ланцюга:  $I = OCM_i$ ;  $Z = OBM_R$ .

Проекції відрізка  $OC$  на напрямок напруги (відрізок  $OD$ ) і на перпендикуляр до нього (лінія  $OE$ ) дають активну й реактивну складові токи в тім же масштабі  $M_i$ . Відрізок  $OD$  у масштабі потужності виражає також активну потужність, а відрізок  $OE$  — реактивну потужність. Відрізок  $OC$  у масштабі  $M_p$  дорівнює повній потужності ланцюга.

Масштаб потужності  $M_p = M_i U$

Для визначення активної й реактивної напруг і коефіцієнта потужності на відрізку  $OF$ , що виражає напругу в ланцюзі, як на діаметрі, побудуємо окружність. Відрізок  $ON$  у масштабі  $M_u$  дає активна напруга, а відрізок  $NF$  — реактивна напруга ланцюга. Це слідує з подібності трикутників  $ONF$  і  $OMB$ :

$$\frac{OM}{OB} = \frac{ON}{OF}; ON = \frac{OMOF}{OB} = \frac{RUM_R}{M_R M_u Z} = \frac{U \cos \varphi}{M_u} = \frac{U_R}{M_u};$$

зі співвідношення  $= \frac{MB}{OB} = \frac{NF}{OF}$

$$NF = \frac{MBOF}{OB} = \frac{X_L U M_R}{M_R M_u Z} = \frac{U \sin \varphi}{M_u} = \frac{U_L}{M_u}.$$

де  $M_\varphi = M_u / U$  - масштаб коефіцієнта потужності.

Відрізок  $OF$  у масштабі  $M_\varphi$  відповідає  $\cos \varphi = 1$ . Розділивши цей відрізок на 100 частин і сполучаючи відрізок  $ON$  з напрямком  $OF$ , на шкалі можна читати значення  $\cos \varphi$  з точністю до 0,01.

Якщо масштаб напруги підібрати так, щоб відрізок  $OF$  був дорівнює  $OA$ , то кругова діаграма напруг збігається з діаграмою струмів. У цьому випадку не потрібно проводити двох окружностей. Масштаб напруги при заданому масштабі струмів уже не може бути довільним, а визначається з рівності

$$OA = \frac{I_k}{M_i} = \frac{U}{M_u}; M_u = M_i \frac{U}{I_k} = M_i R.$$

## **Лекція 44**

### **ТЕМА: Розрахунок з'єднання зірка при симетричному навантаженні.**

**Мета: оволодіти знаннями про розрахунок трьохфазних кіл**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### **План**

**1 Основні положення**

**2 Методика розрахунку**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

### **Література:**

15 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

16 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

17 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

18 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

## **1 Основні положення**

З метою заощадження електричної енергії під час її транспортування та ефективності її використання у техніці об'єднують низку кіл з незалежними джерелами живлення в одну систему. Широко використовуються трифазні та шестифазні кола.

Трифазну систему вперше розробив та впровадив наприкінці XIX ст. М.О. Доліво-Добровольський. Джерелом енергії у трифазних системах є три обмотки генератора. Обмотки укладаються таким чином, що вони Індукують змінні ЕРС, які зсунуті на третину періоду.

Трифазне електричне коло - це сукупність трьох електричних кіл, що мають синусоїдну ЕРС однакової амплітуди і частоти. ЕРС зсунуті за фазою на одну третину періоду. Ці ЕРС генеруються в одному (звичайно машинному) джерелі живлення.

Фазами називають незалежні електричні кола з незалежними джерелами живлення, що об'єднуються в одну систему.

Фазами також називаються незалежні джерела живлення кожного кола, що об'єднуються.

Фазами ще називаються приймачі електричної енергії в кожному колі, що об'єднуються.

За визначенням трифазної системи миттєві значення фазних ЕРС є:

$$e_A = E_m \sin \omega t,$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 2\pi/3),$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t - 4\pi/3)$$

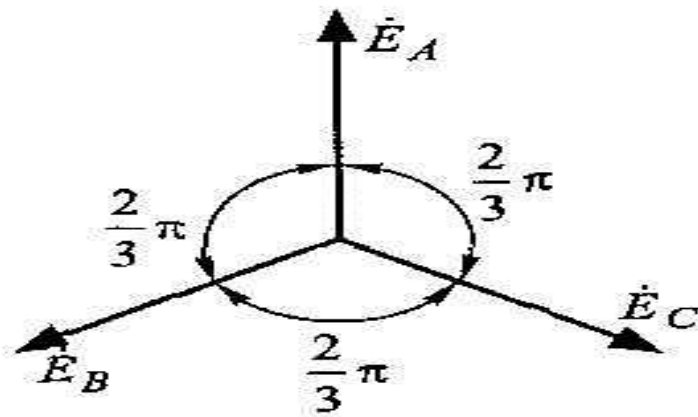


Рис. 5.1

Фази джерел позначаються буквами А, В, С, а фази приймачів - а, в, с. На рис. 5.1 наведено векторну діаграму ЕРС.

Трифазна система, що має однакові умови в усіх фазах (комплексні опори та амплітуди ЕРС рівні), називається симетричною.

## 2 Методика розрахунку

5.2.1. Три незалежних кола можна об'єднати таким чином, що кінці фазних обмоток генератора та фази приймачів утворять два вузли (рис. 5.2). Таке об'єднання називається *з'єднанням зіркою*.

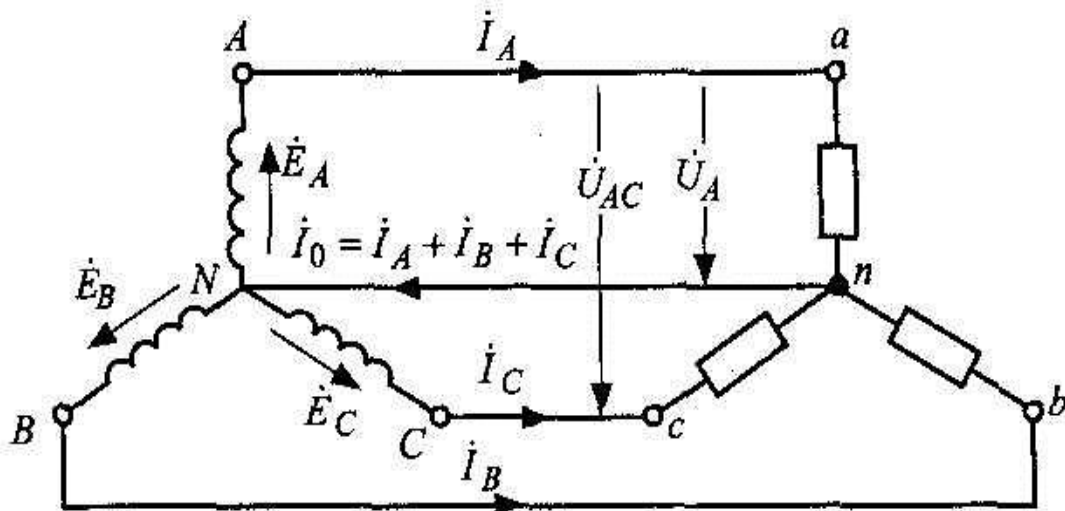


Рис. 5.2

5.2.2. Провід, що з'єднує два вузли, називається *нейтральним*, або *нейтраллю*. Інші проводи (*Aa, Bb, Cc*) називаються *лінійними*. Напряга на затискачах фаз генератора (або навантаження) називається *фазною напругою*. Струм у обмотках фаз або фазних навантаженнях — це *фазний струм*. Напряга між лінійними проводами — *лінійна напруга*. Струм у лінійних проводах називається *лінійним струмом*.

5.2.3. Струм у нейтральному проводі

$$i_0 = i_A + i_B + i_C.$$

Якщо система симетрична, то

$$\begin{aligned} i_A &= I_m \sin \omega t, \\ i_B &= I_m \sin(\omega t - 2\pi/3), \\ i_C &= I_m \sin(\omega t - 4\pi/3). \end{aligned}$$

У цьому разі

$$i_0 = I_m [\sin \omega t + \sin(\omega t - 2\pi/3) + \sin(\omega t - 4\pi/3)] = 0.$$

Отже, якщо навантаження симетричне, струм у нейтральному проводі відсутній.

5.2.4. Із схеми, наведеної на рис. 5.2, випливає

$$\dot{I}_л = \dot{I}_\phi,$$

тобто при з'єднанні зіркою завжди лінійний струм є й фазним струмом. Лінійні напруги є різницею відповідних фазних напруг:

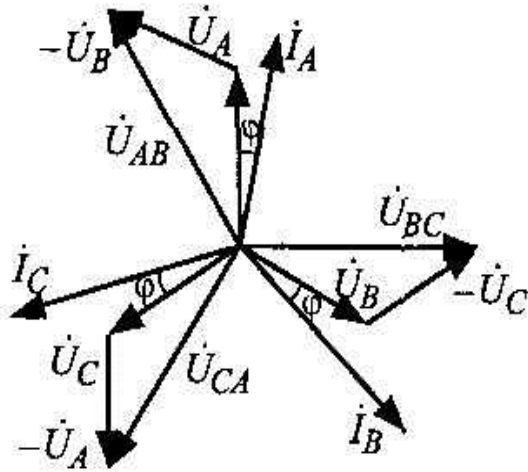


Рис. 5.3

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B,$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C,$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A.$$

Векторна діаграма трифазного кола при з'єднанні у зірку наведена на рис. 5.3.

Вектори фазних напруг  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$ ,  $\dot{U}_C$  зсунуті на третину періоду відносно один одного.

Струми у фазах відстають на кут  $\phi$ , лінійні напруги визначають

як геометричну різницю векторів ( $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$  та ін.).

При симетричному навантаженні із трикутників напруг випливає:

$$U_л = \sqrt{3}U_\phi.$$

При з'єднанні зіркою використовують основні співвідношення:

$$\dot{I}_л = \dot{I}_\phi,$$

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B,$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C,$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A,$$

$$U_л = \sqrt{3}U_\phi \text{ (за умов симетрії).}$$

5.2.5. Застосовують трипровідну та чотиріпровідну схеми з'єднання приймачів зіркою. Трифазні приймачі електричної енергії, що мають гарантоване симетричне навантаження, умикають за **трипровідною схемою** (тобто без нульового проводу). Типовим навантаженням такого типу є трифазні асинхронні двигуни, що мають симетричне навантаження фаз.

Звичайні однофазні приймачі електричної енергії (побутові прилади, лампи, електричні інструменти тощо) умикаються за чотиріпровідною

нії з лінійною напругою 220В приєднано несиметричний приймач, з'єднаний по схемі зірка з нейтральним проводом. Активні й реактивні опори фаз такі:

$$r_a = 11 \text{ Ом}, x_a = 0, r_b = 6 \text{ Ом}, x_b = 8 \text{ Ом}, r_c = 18 \text{ Ом}, x_c = -24 \text{ Ом}$$

Опором нейтрального проводу знехтувати.  
Розв'язання. Визначимо фазну напругу:

$$U_\phi = \frac{U_\Delta}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В}.$$

Фазні струми:

$$i_a = \frac{U_a}{z_a} = \frac{127 e^{j0}}{11 e^{j0}} = 11,5 \text{ А},$$

$$i_b = \frac{U_b}{z_b} = \frac{127 e^{j120^\circ}}{10 e^{j37^\circ}} = 12,7 \cdot e^{j83^\circ} = (1,5 + j12,6) \text{ А},$$

$$i_c = \frac{U_c}{z_c} = \frac{127 e^{j240^\circ}}{30 e^{-j53^\circ}} = 4,2 \cdot e^{j293^\circ} = (1,6 - j3,8) \text{ А}.$$

Модулі струмів у фазах

$$|I_a| = 11,5 \text{ А}, |I_b| = 12,7 \text{ А}, |I_c| = 4,2 \text{ А}.$$

При з'єднанні зіркою лінійні струми дорівнюють фазним.

Струм у нейтральному проводі:

$$I_N = I_a + I_b + I_c = 11,5 + 1,5 + j12,6 + 1,6 - j3,8 = (14,6 + j8,8) \text{ А}$$

або по модулю

$$|I| = \sqrt{(14,5)^2 + (8,8)^2} = 17 \text{ А}.$$

Коефіцієнти потужностей фаз:

$$\cos \varphi_a = 1, \cos \varphi_b = \frac{6}{10} = 0,6, \cos \varphi_c = \frac{18}{30} = 0,6.$$

Активна потужність системи:

$$P = P_a + P_b + P_c = U_a I_a \cos \varphi_a + U_b I_b \cos \varphi_b + U_c I_c \cos \varphi_c = \\ = 127 \cdot 11,5 \cdot 1 + 127 \cdot 12,7 \cdot 0,6 + 127 \cdot 4,2 \cdot 0,6 = 2748,3 \text{ Вт}.$$

## **Лекція 46**

**ТЕМА: З'єднання зірка при симетричному навантаженні.  
Мета: оволодіти знаннями про розрахунок трьохфазних кіл  
Методи: словесний, практичний, наочний**

### **План**

- 1 Основні положення**
- 2 Методика розрахунку**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

### **Література:**

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

### **1 Основні положення**

З метою заощадження електричної енергії під час її транспортування та ефективності її використання у техніці об'єднують низку кіл з незалежними джерелами живлення в одну систему. Широко використовуються трифазні та шестифазні кола.

Трифазну систему вперше розробив та впровадив наприкінці XIX ст. М.О. Доливо-Добровольський. Джерелом енергії у трифазних системах є три обмотки генератора. Обмотки укладаються таким чином, що вони Індукують змінні ЕРС, які зсунуті на третину періоду.

Трифазне електричне коло - це сукупність трьох електричних кіл, що мають синусоїдну ЕРС однакової амплітуди і частоти. ЕРС зсунуті за фазою на одну третину періоду. Ці ЕРС генеруються в одному (звичайно машинному) джерелі живлення.

Фазами називають незалежні електричні кола з незалежними джерелами живлення, що об'єднуються в одну систему.

Фазами також називаються незалежні джерела живлення кожного кола, що об'єднуються.

Фазами ще називаються приймачі електричної енергії в кожному колі, що об'єднуються.

За визначенням трифазної системи миттєві значення фазних ЕРС є:

$$e_A = E_m \sin \omega t,$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 2\pi/3),$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t - 4\pi/3).$$

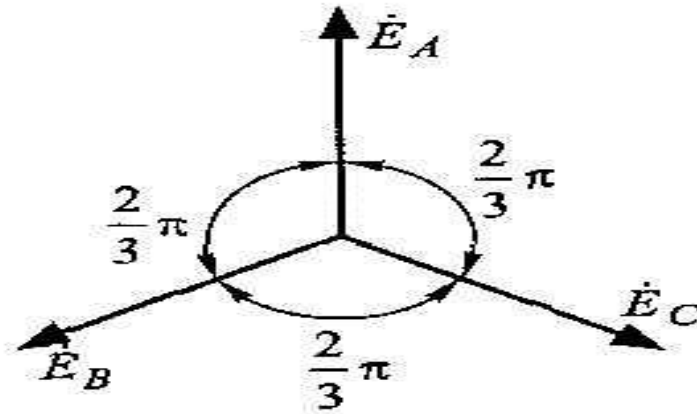


Рис. 5.1

Фази джерел позначаються буквами А, В, С, а фази приймачів - а, в, с. На рис. 5.1 наведено векторну діаграму ЕРС.

Трифазна система, що має однакові умови в усіх фазах (комплексні опори та амплітуди ЕРС рівні), називається симетричною.

### Методика розрахунку

5.2.1. Три незалежних кола можна об'єднати таким чином, що кінці фазних обмоток генератора та фази приймачів утворять два вузли (рис. 5.2). Таке об'єднання називається *з'єднанням зіркою*.

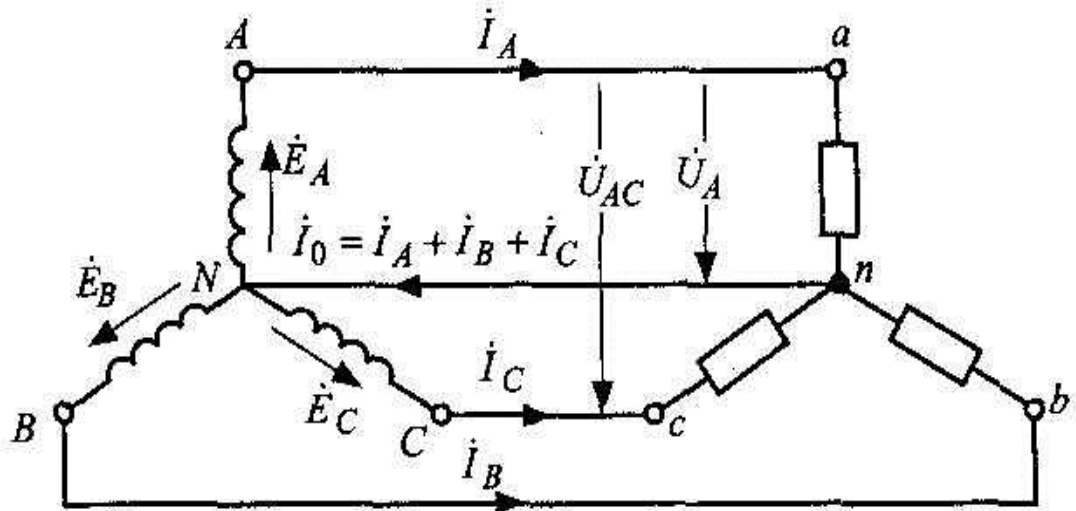


Рис. 5.2

5.2.2. Провід, що з'єднує два вузли, називається *нейтральним*, або *нейтраллю*. Інші проводи (*Aa*, *Bb*, *Cc*) називаються *лінійними*. Напряга на затискачах фаз генератора (або навантаження) називається *фазною напругою*. Струм у обмотках фаз або фазних навантаженнях — це *фазний струм*. Напряга між лінійними проводами — *лінійна напруга*. Струм у лінійних проводах називається *лінійним струмом*.

5.2.3. Струм у нейтральному проводі

$$i_0 = i_A + i_B + i_C.$$

Якщо система симетрична, то

$$\begin{aligned} i_A &= I_m \sin \omega t, \\ i_B &= I_m \sin(\omega t - 2\pi/3), \\ i_C &= I_m \sin(\omega t - 4\pi/3). \end{aligned}$$

У цьому разі

$$i_0 = I_m [\sin \omega t + \sin(\omega t - 2\pi/3) + \sin(\omega t - 4\pi/3)] = 0.$$

Отже, якщо навантаження симетричне, струм у нейтральному проводі відсутній.

5.2.4. Із схеми, наведеної на рис. 5.2, випливає

$$\dot{I}_L = \dot{I}_\phi,$$

тобто при з'єднанні зіркою завжди лінійний струм є й фазним струмом. Лінійні напруги є різницею відповідних фазних напруг:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B,$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C,$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A.$$

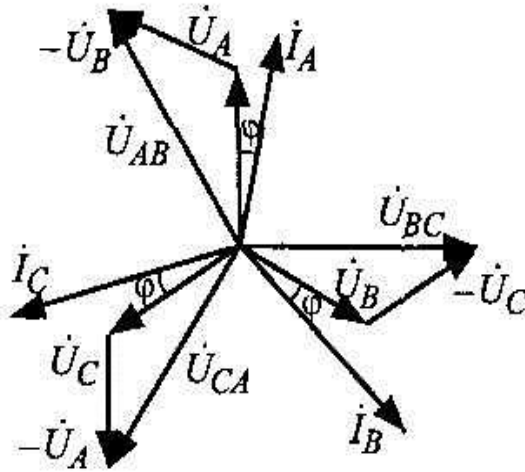


Рис. 5.3

Векторна діаграма трифазного кола при з'єднанні у зірку наведена на рис. 5.3.

Вектори фазних напруг  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$ ,  $\dot{U}_C$  зсунуті на третину періоду відносно один одного.

Струми у фазах відстають на кут  $\varphi$ , лінійні напруги визначають

як геометричну різницю векторів ( $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$  та ін.).

При симетричному навантаженні із трикутників напруг випливає:

$$U_L = \sqrt{3}U_\phi.$$

**При з'єднанні зіркою використовують основні співвідношення:**

$$\dot{I}_L = \dot{I}_\phi,$$

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B,$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C,$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A,$$

$$U_L = \sqrt{3}U_\phi \text{ (за умов симетрії).}$$

5.2.5. Застосовують трипровідну та чотирипровідну схеми з'єднання приймачів зіркою. Трифазні приймачі електричної енергії, що мають гарантоване симетричне навантаження, умикають за **трипровідною схемою** (тобто без нульового проводу). Типовим навантаженням такого типу є трифазні асинхронні двигуни, що мають симетричне навантаження фаз.

Звичайні однофазні приймачі електричної енергії (побутові прилади, лампи, електричні інструменти тощо) умикаються за чотирипровідною

схемою (тобто з нульовим проводом). Нульовий провід забезпечує однакові фазні напруги на приймачах при несиметричному навантаженні. Крім того, можна застосовувати як лінійну, так і фазну напругу на приймачах.

5.2.6. Вмикання споживачів у трифазну систему виконують згідно зі схемою, наведеною на рис. 5.4.

У нейтральний провід запобіжник не ставлять тому, що при неповній симетрії може виникнути явище «перекіс фаз». Це таке явище, коли в деяких фазах буде підвищена, а у декотрих — знижена напруга. Наявність нейтрального проводу дає змогу уникнути цього явища.

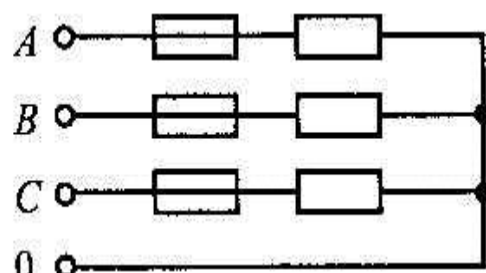


Рис. 5.4

нії з лінійною напругою 220В приєднано несиметричний приймач, з'єднаний по схемі зірка з нейтральним проводом. Активні й реактивні опори фаз такі:

$$r_a = 11 \text{ Ом}, x_a = 0, r_b = 6 \text{ Ом}, x_b = 8 \text{ Ом}, r_c = 18 \text{ Ом}, x_c = -24 \text{ Ом}$$

Опором нейтрального проводу знехтувати.  
Розв'язання. Визначимо фазну напругу:

$$U_\phi = \frac{U_\pi}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В}.$$

Фазні струми:

$$i_a = \frac{U_a}{z_a} = \frac{127 e^{j0}}{11 e^{j0}} = 11,5 \text{ А},$$

$$i_b = \frac{U_b}{z_b} = \frac{127 e^{j120^\circ}}{10 e^{j37^\circ}} = 12,7 \cdot e^{j83^\circ} = (1,5 + j12,6) \text{ А},$$

$$i_c = \frac{U_c}{z_c} = \frac{127 e^{j240^\circ}}{30 e^{-j53^\circ}} = 4,2 \cdot e^{j293^\circ} = (1,6 - j3,8) \text{ А}.$$

Модулі струмів у фазах

$$|I_a| = 11,5 \text{ А}, |I_b| = 12,7 \text{ А}, |I_c| = 4,2 \text{ А}.$$

При з'єднанні зіркою лінійні струми дорівнюють фазним.

Струм у нейтральному проводі:

$$I_N = I_a + I_b + I_c = 11,5 + 1,5 + j12,6 + 1,6 - j3,8 = (14,6 + j8,8) \text{ А}$$

або по модулю

$$|I| = \sqrt{(14,5)^2 + (8,8)^2} = 17 \text{ А}.$$

Коефіцієнти потужностей фаз:

$$\cos \varphi_a = 1, \cos \varphi_b = \frac{6}{10} = 0,6, \cos \varphi_c = \frac{18}{30} = 0,6.$$

Активна потужність системи:

$$P = P_a + P_b + P_c = U_a I_a \cos \varphi_a + U_b I_b \cos \varphi_b + U_c I_c \cos \varphi_c = \\ = 127 \cdot 11,5 \cdot 1 + 127 \cdot 12,7 \cdot 0,6 + 127 \cdot 4,2 \cdot 0,6 = 2748,3 \text{ Вт}.$$

#### Лекція №46

**ТЕМА: З'єднання трикутником при симетричному навантаженні**

**Мета:** оволодіти знаннями про розрахунок  
трифазних кіл

**Методи:** словесний, практичний, наочний

### План

**1 З'єднання трикутником**

**2 Потужність трифазної системи**

**Матеріально-технічне забезпечення та**  
**дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

### Література:

1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы  
електротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд.,  
перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

### 1 З'єднання трикутником

Обмотки генератора та навантаження можна  
об'єднати так, як наведено на рис. 5.5. Це з'єднання  
називається з'єднанням трикутником. У цьому разі  
коло буде трипровідним.

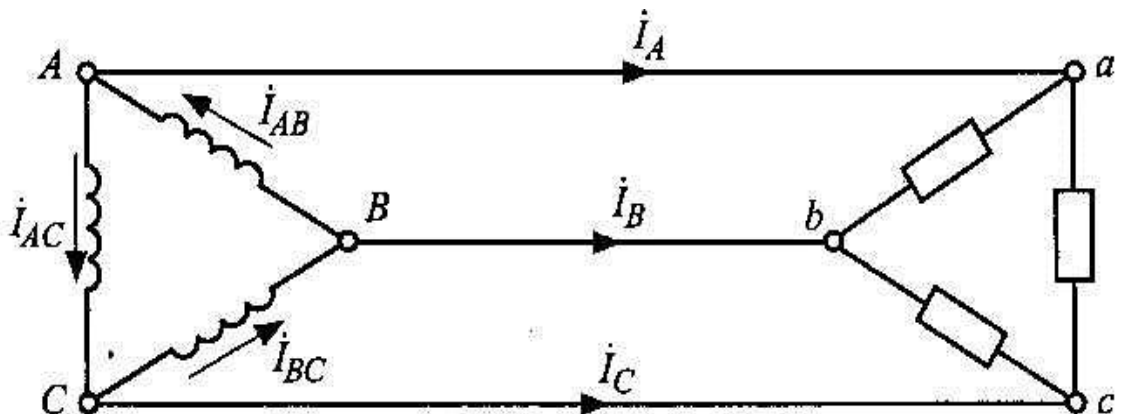


Рис. 5.5

5.3.2. Із схеми з'єднання трикутником випливає

$$\dot{U}_L = \dot{U}_\Phi,$$

тобто при з'єднанні трикутником завжди лінійна напруга є і фазною напругою. За законом Кірхгофа лінійні струми зв'язані із фазними співвідношеннями:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{AC},$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB},$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{AC} - \dot{I}_{BC}.$$

Векторну діаграму (рис. 5.6) зручно починати будувати з векторів лінійних (вони ж і фазні) напруг. Фазні струми відстають від них на кут  $\varphi$  за симетрією.

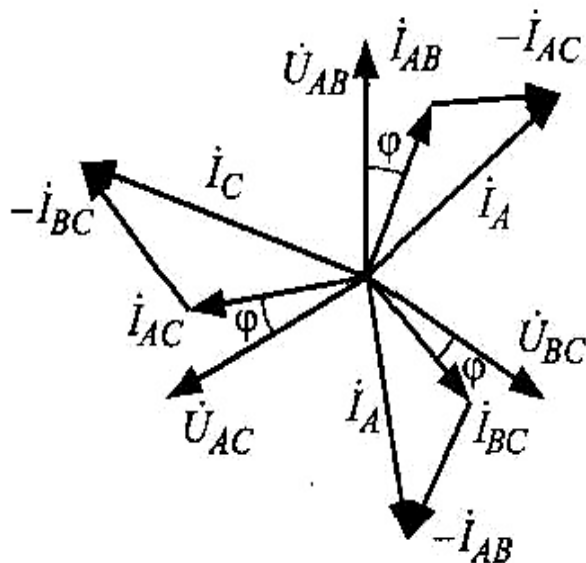


Рис. 5.6

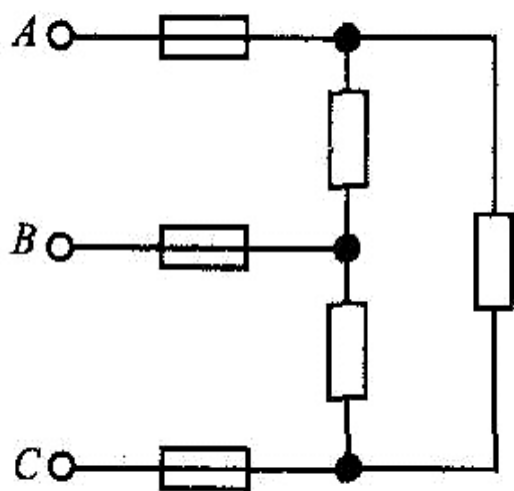


Рис. 5.7

У цьому разі з трикутників струмів можна дістати співвідношення

$$I_{\Pi} = \sqrt{3}I_{\Phi}.$$

5.3.3. Таким чином, якщо коло має з'єднання трикутником, *основні розрахункові співвідношення мають такий вигляд:*

$$\dot{U}_{\Pi} = \dot{U}_{\Phi},$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{AC},$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB},$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{AC} - \dot{I}_{BC},$$

$$I_{\Pi} = \sqrt{3}I_{\Phi} \text{ (за симетричним навантаженням).}$$

5.3.4. До трифазної системи при з'єднанні трикутником навантаження вмикається за схемою, що наведена на рис. 5.7. Перевагою цього з'єднання є відсутність четвертого проводу. Крім того, якщо навантаження з'єднане трикутником, то явище перекосу фаз не виникає.

## 2 Потужність трифазної системи

Потужність трифазного кола можна визначити як суму потужностей усіх фаз та потужності нейтрального проводу, тобто

$$\underline{S} = \underline{S}_A + \underline{S}_B + \underline{S}_C + \underline{S}_N.$$

Але потужністю, що виділяється у нейтральному проводі, можна знехтувати.

Потужність кожної фази у символічному вигляді визначається добутком комплексу напруги на спряжений комплекс струму:

$$\underline{S} = \dot{U}_A \dot{I}_A^* + \dot{U}_B \dot{I}_B^* + \dot{U}_C \dot{I}_C^*.$$

Доданки у цьому рівнянні визначають як звичайні комплекси фазної потужності, тобто

$$\dot{U}_A \dot{I}_A^* = S_A \cos \varphi_A + j S_A \sin \varphi_A,$$

$$\dot{U}_B \dot{I}_B^* = S_B \cos \varphi_B + j S_B \sin \varphi_B,$$

$$\dot{U}_C \dot{I}_C^* = S_C \cos \varphi_C + j S_C \sin \varphi_C.$$

Дійсна частина комплексу фазної потужності називається *активною потужністю фази*, а уявна — *реактивною*:

$$P_A = S_A \cos \varphi_A,$$

$$P_B = S_B \cos \varphi_B,$$

$$P_C = S_C \cos \varphi_C,$$

$$Q_A = S_A \sin \varphi_A,$$

$$Q_B = S_B \sin \varphi_B,$$

$$Q_C = S_C \sin \varphi_C.$$

Отже, потужність трифазної системи

$$\underline{S} = (P_A + P_B + P_C) + j(Q_A + Q_B + Q_C).$$

Дійсна частина комплексу потужності трифазного кола

$$P = P_A + P_B + P_C$$

називається *активною потужністю кола*, а уявна —

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C$$

називається *реактивною*.

Потужність трифазного кола у символічному вигляді має виразити

$$\underline{S} = P + jQ,$$

$$\underline{S} = S \cos \varphi + j S \sin \varphi,$$

$$\underline{S} = S e^{j\varphi}.$$

При цьому завжди

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2},$$
$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{Q}{P}.$$

5.4.2. Активною потужністю називають суму активних потужностей усіх фаз та потужності, що виділяється у колі нейтрального проводу, тобто

$$P = P_A + P_B + P_C + P_N.$$

Часто потужністю  $P_N$  нехтують та вважають, що

$$P = P_A + P_B + P_C.$$

Таким же чином визначають і реактивну потужність:

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C.$$

За симетричною системою

$$P = 3P_\phi,$$
$$Q = 3Q_\phi,$$

якщо фазні потужності

$$P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi,$$
$$Q_\phi = U_\phi I_\phi \sin \varphi,$$

то

$$P = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi,$$
$$Q = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi.$$

Повна потужність

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2},$$
$$S = 3U_\phi I_\phi.$$

5.4.3. Вирази потужності можна записати також за допомогою лінійних величин.

Щодо з'єднання зіркою:

$$I_\pi = I_\phi, \quad U_\pi = \sqrt{3}U_\phi,$$

а також

$$P = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \cos \varphi,$$

$$Q = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \sin \varphi,$$

$$S = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}.$$

Щодо з'єднання трикутником:

$$U_{\text{л}} = U_{\text{ф}}, \quad I_{\text{л}} = \sqrt{3}I_{\text{ф}},$$

ні з лінійною напругою 220В приєднано несиметричний приймач, з'єднаний по схемі зірка з нейтральним проводом. Активні й реактивні опори фаз такі:

$$r_a = 11 \text{ Ом}, \quad x_a = 0, \quad r_b = 6 \text{ Ом}, \quad x_b = 8 \text{ Ом}, \quad r_c = 18 \text{ Ом}, \quad x_c = -24 \text{ Ом}.$$

Опором нейтрального проводу знехтувати.  
Розв'язання. Визначимо фазну напругу:

$$U_{\text{ф}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В}.$$

Фазні струми:

$$\dot{I}_a = \frac{U_a}{z_a} = \frac{127 e^{j0}}{11 e^{j0}} = 11,5 \text{ А},$$

$$\dot{I}_b = \frac{U_b}{z_b} = \frac{127 e^{j120^\circ}}{10 e^{j37^\circ}} = 12,7 \cdot e^{j83^\circ} = (1,5 + j12,6) \text{ А},$$

$$\dot{I}_c = \frac{U_c}{z_c} = \frac{127 e^{j240^\circ}}{30 e^{-j53^\circ}} = 4,2 \cdot e^{j293^\circ} = (1,6 - j3,8) \text{ А}.$$

Модулі струмів у фазах

$$|I_a| = 11,5 \text{ А}, \quad |I_b| = 12,7 \text{ А}, \quad |I_c| = 4,2 \text{ А}.$$

При з'єднанні зіркою лінійні струми дорівнюють фазним.

Струм у нейтральному проводі:

$$I_N = I_a + I_b + I_c = 11,5 + 1,5 + j12,6 + 1,6 - j3,8 = (14,6 + j8,8) \text{ А}$$

або по модулю

$$|I| = \sqrt{(14,5)^2 + (8,8)^2} = 17 \text{ А}.$$

Коефіцієнти потужностей фаз:

$$\cos \varphi_a = 1, \quad \cos \varphi_b = \frac{6}{10} = 0,6, \quad \cos \varphi_c = \frac{18}{30} = 0,6.$$

Активна потужність системи:

$$P = P_a + P_b + P_c = U_a I_a \cos \varphi_a + U_b I_b \cos \varphi_b + U_c I_c \cos \varphi_c = \\ = 127 \cdot 11,5 \cdot 1 + 127 \cdot 12,7 \cdot 0,6 + 127 \cdot 4,2 \cdot 0,6 = 2748,3 \text{ Вт}.$$

## **Лекція 47**

### **ТЕМА: Розрахунок трикутник при симетричному навантаженні трьохфазних кіл**

**Мета: оволодіти знаннями про розрахунок трьохфазних кіл**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

#### **План**

**1**Методика розрахунку

**2** Приклад розрахунку

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

#### **Література:**

- 19 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 20 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 21 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 22 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

## 1 Методика розрахунку

При обчисленні симетричних трифазних систем перш за все треба використовувати еквівалентні перетворення, тобто

$$Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3}.$$

Якщо навантаження з'єднане зіркою, розрахунок здійснюється за однією фазою (рис. 5.9). Звичайно задаються фазні навантаження та лінійні напруги. Треба визначити струм та фазні напруги:

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{U_{л}}{\sqrt{3}Z_{\phi}},$$
$$I_{л} = I_{\phi} = \frac{U_{л}}{\sqrt{3}Z_{\phi}}.$$

Якщо навантаження з'єднане трикутником (рис. 5.10), обчислення також виконується за однією фазою. Звичайно задаються лінійні напруги та фазне навантаження.

Треба визначити фазну напругу та струми, тобто

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{U_{л}}{Z_{\phi}},$$
$$I_{л} = \sqrt{3}I_{\phi} = \sqrt{3} \frac{U_{л}}{Z_{\phi}}.$$

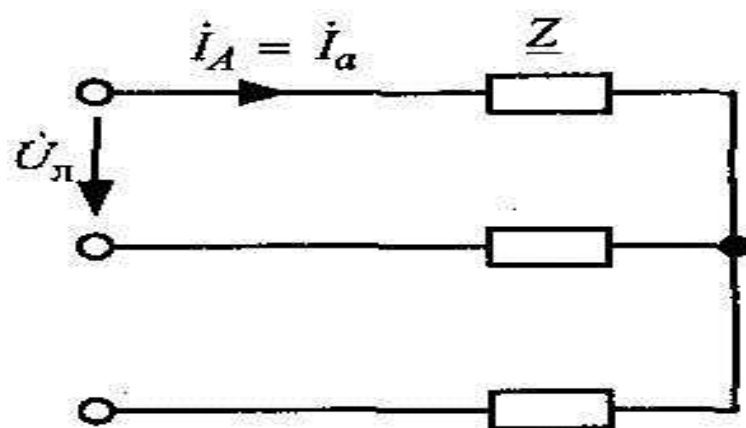


Рис. 5.9

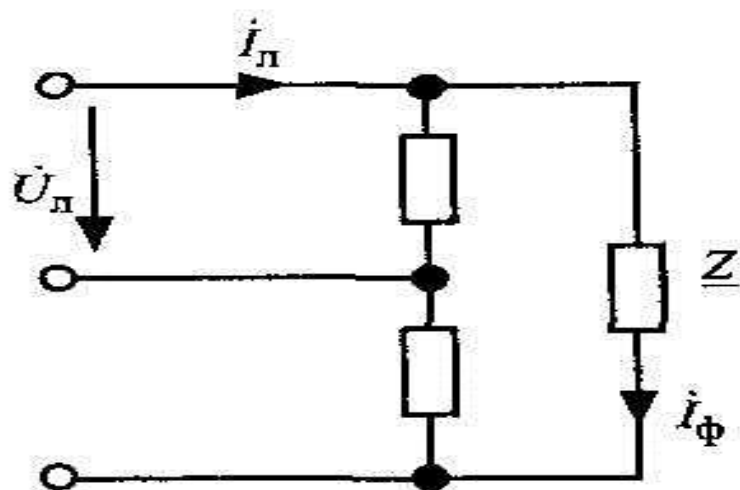


Рис. 5.10

## 2 Приклад розрахунку

**Задача 2.5.1** Навантаження складається з трьох однофазних споживачів (рис. 2.5.1.1), активний опір кожного з яких однаковий і дорівнює 50 Ом ( $\cos \varphi = 1$ ), з'єднаних зіркою і приєднаних до джерела, лінійна напруга якого дорівнює 380 В, за допомогою трьох фазних і нульового проводів.

Визначити фазну напругу і струми, побудувати векторні діаграми для симетричного і несиметричного навантаження, тобто коли всі споживачі ввімкнуті, включено два споживача і один споживач. Опором нульового і фазного проводів нехтувати.

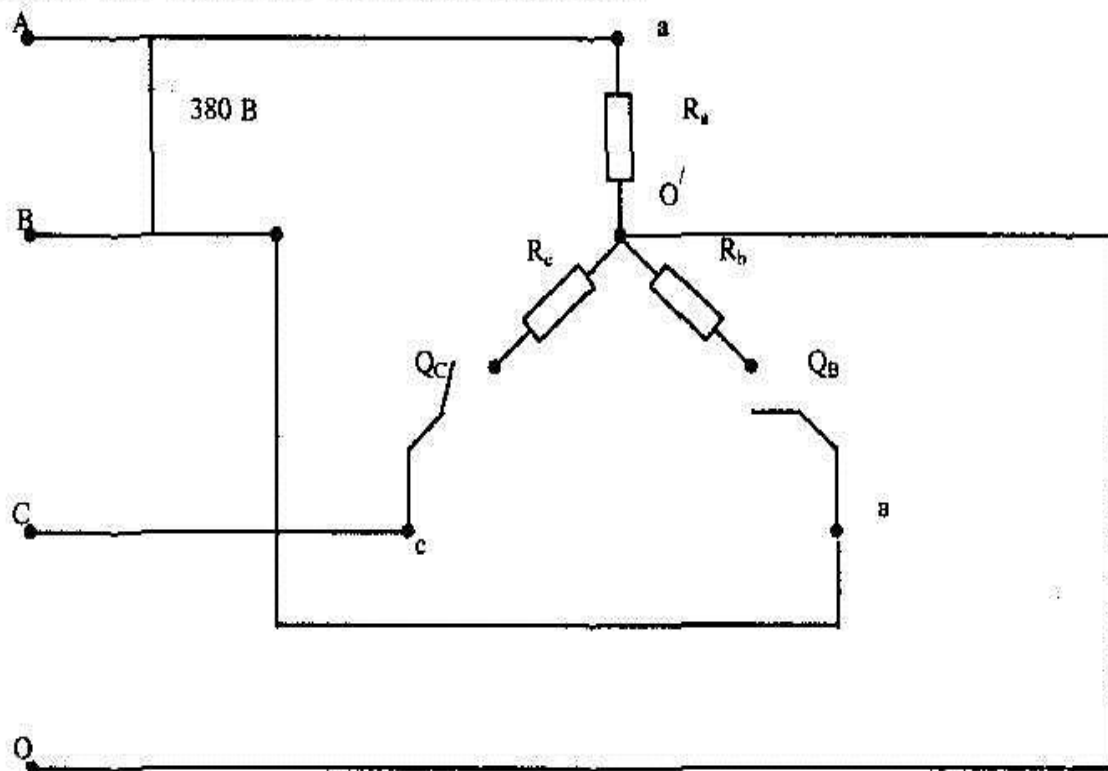


Рис 2.5.1.1

Розв'язання:

1. Визначаємо фазні напруги:

$$\dot{U}_{ao'} = \frac{\dot{U}_s}{\sqrt{3}} = \frac{380}{1,73} = 220 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{bo'} = 220 e^{-j120^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{co'} = 220 e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

2. Визначаємо струми при симетричному навантаженні:

$$\dot{I}_a = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ А};$$

$$\dot{I}_b = \frac{220e^{-j120^\circ}}{50} = 4,4e^{-j120^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_c = \frac{220e^{j120^\circ}}{50} = 4,4e^{j120^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{00'} = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 4,4(1 + e^{-j120^\circ} + e^{j120^\circ}) = 4,4 \times 0 = 0 \text{ А}.$$

Векторна діаграма має вигляд:

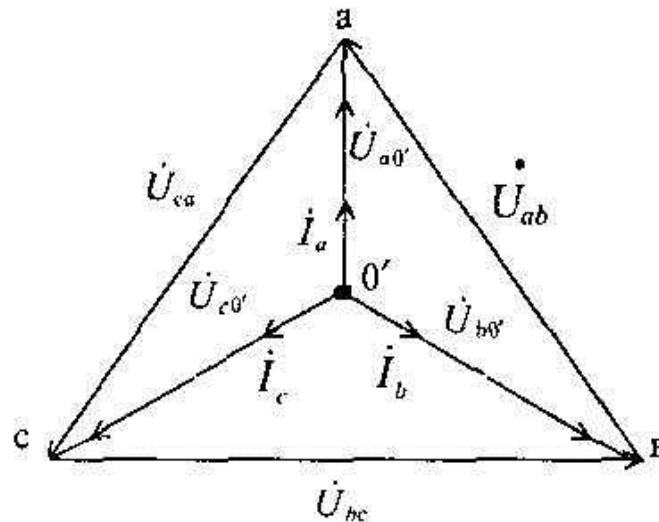


Рис. 2.5.1.2

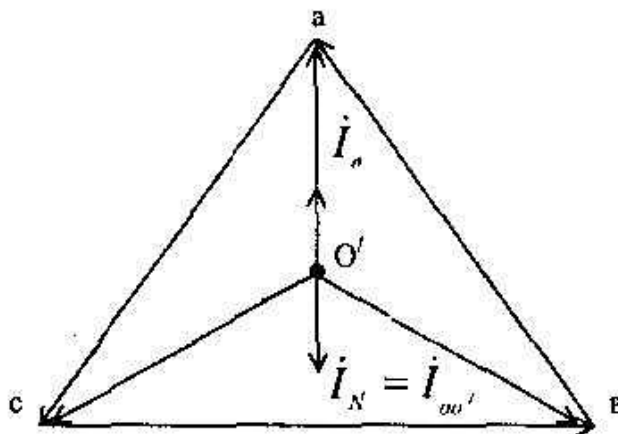


Рис. 2.5.1.3

Якщо увімкнути у мережу тільки один споживач  $R_A$ , вимикачі  $Q_B, Q_C$  розімкнуті, то струми будуть текти тільки в фазі  $A$  і нульовому проводі, тобто  $I_A = I_N$ :

$$I_a = I_N = \frac{U_{a0'}}{R_a} = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ А}.$$

Векторна діаграма для цього випадку матиме вигляд, зображений на рис. 2.5.1.3.

Якщо будуть увімкнуті два споживачі  $R_A$  і  $R_B$  (вимикач  $Q_B$  увімкнений), то струми, що течуть крізь опори споживачів, будуть однакові за величиною, а аргументи будуть відрізнятися на кут  $120^\circ$ .

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_{a\sigma'}}{R_A} = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ А},$$

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{U}_{b\sigma'}}{R_b} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{50} = 4,4e^{-j120^\circ} = 4,4e^{j240^\circ} \text{ А}.$$

Струм у нульовому проводі дорівнюватиме сумі струмів:

$$\begin{aligned} \dot{I}_N = \dot{I}_{\sigma\sigma'} &= \dot{I}_a + \dot{I}_b = \dot{I}_a + \dot{I}_b = \dot{I}_a e^{j0^\circ} + \dot{I}_b e^{j240^\circ} = I_a + I_b \cos 240^\circ + jI_b \sin 240^\circ = \\ &= 4,4 + 4,4 \cos 240^\circ = j4,4 \sin 240^\circ = 4,4(1 + \cos 240^\circ + j \sin 240^\circ) = \\ &= 4,4(1 - 0,5 - j0,86) = 2,2 - j3,8 = 4,4e^{-j60^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

Векторна діаграма для цього випадку має вигляд:

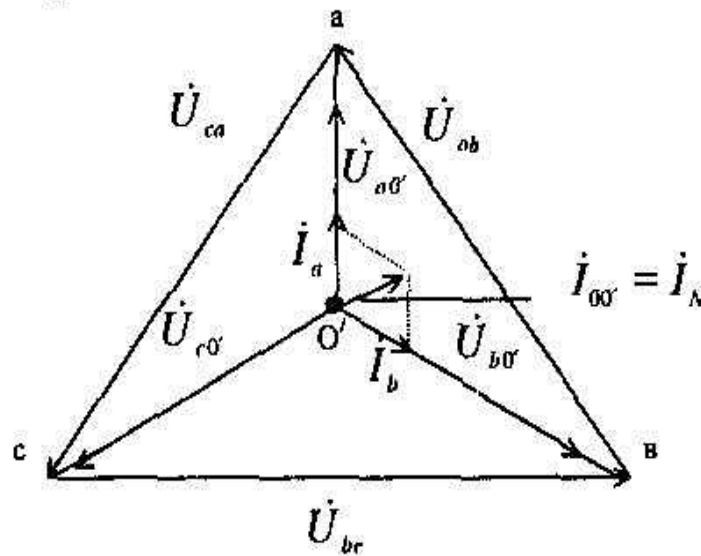


Рис. 2.5.2

**Задача. 2.5.2** Визначити модуль комплексного опору кола з послідовним з'єднанням активного опору  $R = 4$  Ом, індуктивності  $L = 0,03$  Гн і ємності  $C = 0,0005$  Ф. Частота мережі  $f = 50$  Гц.

Розв'язання:

Визначаємо модуль комплексного опору кола:

$$\underline{Z} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \quad \varphi = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с};$$

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0,03 = 9,4 \text{ Ом}, \quad X_C = \frac{1}{0,0005 \cdot 314} = \frac{1}{0,157} = 6,4 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z} = 4 + j(9,4 - 6,4) = 4 + j3 = \sqrt{4^2 + 3^2} e^{j \operatorname{ctg}^{-1} \frac{3}{4}} = 5 \cdot e^{j36,86^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z} = 4 + j3 = 5 \cdot e^{j36,86^\circ} = 5 \cdot \cos 36,86^\circ - j5 \sin 36,86^\circ.$$

**Задача 2.5.3** Три приймачі (рис. 2.5.3), що з'єднані у трикутник, підімкнені до мережі, лінійні напруги якої симетричні, а діючі значення дорівнюють 380 В. Комплексні опори дорівнюють:

$$\underline{Z}_{AB} = 33 + j19 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_{BC} = 33 - j19 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_{CA} = 38 \text{ Ом}.$$

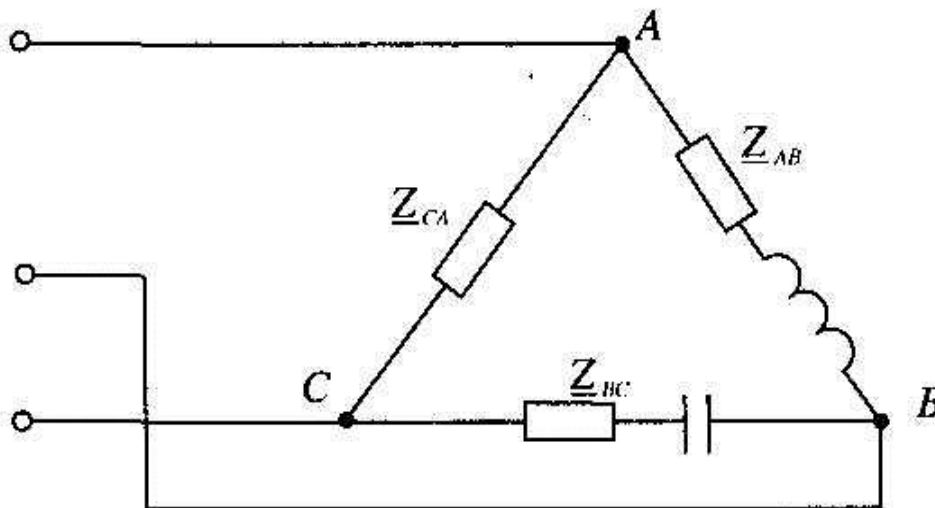


Рис. 2.5.3

Визначити лінійні і фазні струми, побудувати векторну діаграму.

Розв'язання:

1. Для приймачів з'єднаних у трикутник маємо наступні співвідношення між фазними струмами і напругами:

$$I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\text{ф}}; \quad U_{\text{л}} = U_{\text{ф}}.$$

Опір  $\underline{Z}_{AB} = 33 + j19 \text{ Ом}$  має активно-індуктивний характер, так як перед  $j$  стоїть знак плюс.

Опір  $\underline{Z}_{BC} = 33 - j19 \text{ Ом}$  має активно-ємнісний характер, так як перед  $j$  стоїть знак мінус.

Опір  $\underline{Z}_{CA}$  має активний характер так як у виразі  $\underline{Z}_{CA} = 38 \text{ Ом}$  відсутня уявна частина.

2. Визначимо фазні струми:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{380}{33 + j19} = \frac{380}{\sqrt{33^2 + 19^2} e^{j \operatorname{arctg} \frac{19}{33}}} = 10 e^{-j30^\circ} = 10 e^{j330^\circ} = 8,6 - j5 \text{ А};$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{380e^{j240}}{38 \cdot e^{-j30}} = 10e^{j270^\circ} = -j10 \text{ A};$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} = \frac{380e^{j120}}{38} = 10e^{j120} = -5 + j8,6 \text{ A}.$$

Визначимо лінійні струми:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 8,6 - j5 + 5 - j8,6 = 13,6 - j13,6 \text{ A};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = -j10 - 8,6 + j5 = -8,6 - j5 \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = -5 + j8,6 + j10 = -5 + j18,6 \text{ A}.$$

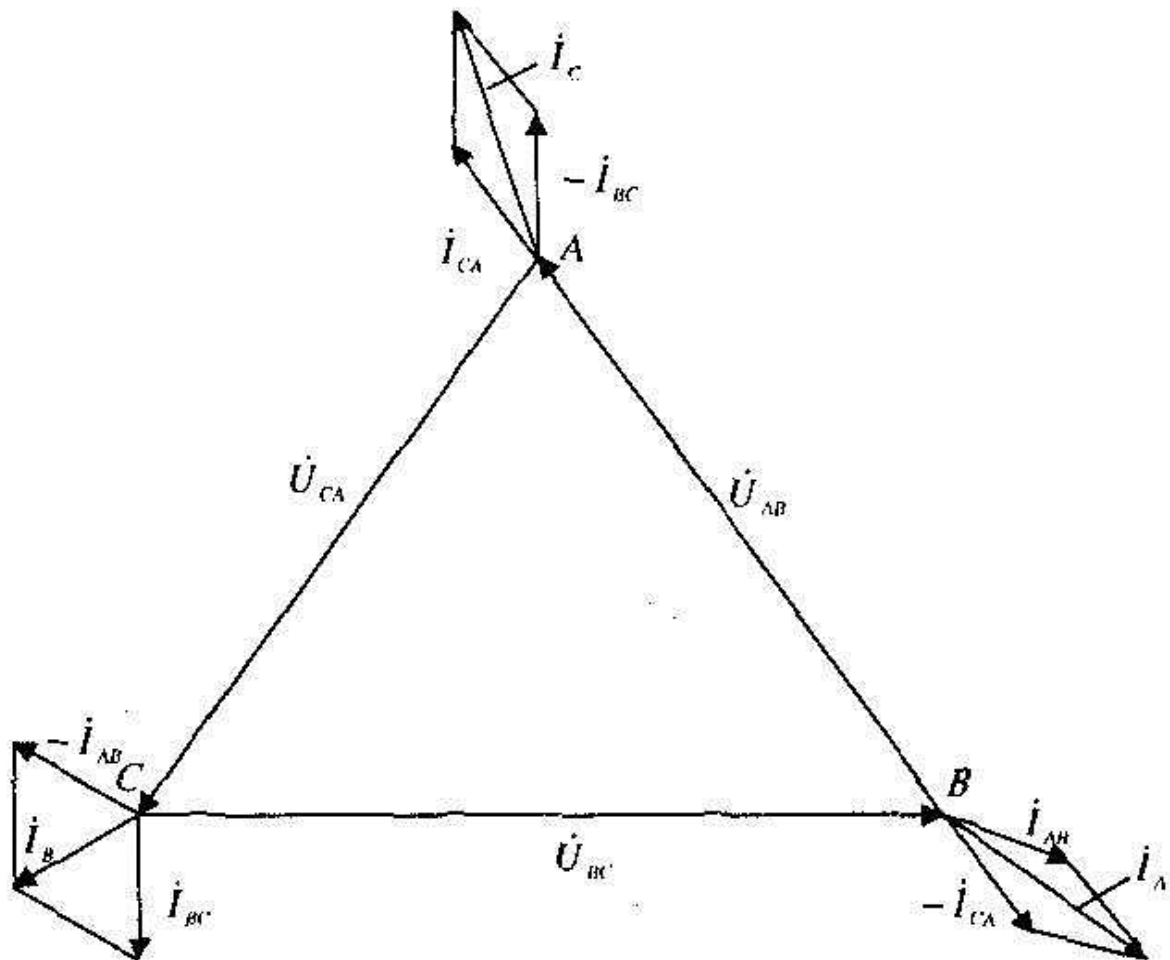


Рис. 2.5.4

нії з лінійною напругою 220В приєднано несиметричний приймач, з'єднаний по схемі зірка з нейтральним проводом. Активні й реактивні опори фаз такі:

$$r_a = 11 \text{ Ом}, x_a = 0, r_b = 6 \text{ Ом}, x_b = 8 \text{ Ом}, r_c = 18 \text{ Ом}, x_c = -24 \text{ Ом}$$

Опором нейтрального проводу знехтувати.

Розв'язання. Визначимо фазну напругу:

$$U_\phi = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В}.$$

Фазні струми:

$$i_a = \frac{U_a}{z_a} = \frac{127 e^{j0}}{11 e^{j0}} = 11,5 \text{ А},$$

$$i_b = \frac{U_b}{z_b} = \frac{127 e^{j120^\circ}}{10 e^{j37^\circ}} = 12,7 \cdot e^{j83^\circ} = (1,5 + j12,6) \text{ А},$$

$$i_c = \frac{U_c}{z_c} = \frac{127 e^{j240^\circ}}{30 e^{-j53^\circ}} = 4,2 \cdot e^{j293^\circ} = (1,6 - j3,8) \text{ А}.$$

Модулі струмів у фазах

$$|I_a| = 11,5 \text{ А}, |I_b| = 12,7 \text{ А}, |I_c| = 4,2 \text{ А}.$$

При з'єднанні зіркою лінійні струми дорівнюють фазним.

Струм у нейтральному проводі:

$$I_N = I_a + I_b + I_c = 11,5 + 1,5 + j12,6 + 1,6 - j3,8 = (14,6 + j8,8) \text{ А}$$

або по модулю

$$|I| = \sqrt{(14,5)^2 + (8,8)^2} = 17 \text{ А}.$$

Коефіцієнти потужностей фаз:

$$\cos \varphi_a = 1, \cos \varphi_b = \frac{6}{10} = 0,6, \cos \varphi_c = \frac{18}{30} = 0,6.$$

Активна потужність системи:

$$P = P_a + P_b + P_c = U_a I_a \cos \varphi_a + U_b I_b \cos \varphi_b + U_c I_c \cos \varphi_c = \\ = 127 \cdot 11,5 \cdot 1 + 127 \cdot 12,7 \cdot 0,6 + 127 \cdot 4,2 \cdot 0,6 = 2748,3 \text{ Вт}.$$

## **Лекція №48**

### **ТЕМА: Розрахунок трьохфазного несиметричного кола при з'єднанні «зірка»**

**Мета:** оволодіти знаннями з розрахунку несиметричних трифазних кіл

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### **План**

**1 Розрахунок напруги та струмів при несиметричному навантаженні.**

**2 Розрахунок напруги та струмів для аварійних режимів роботи.**

**3 Розрахунок потужностей трифазної несиметричної системи.**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор

#### **Література:**

1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

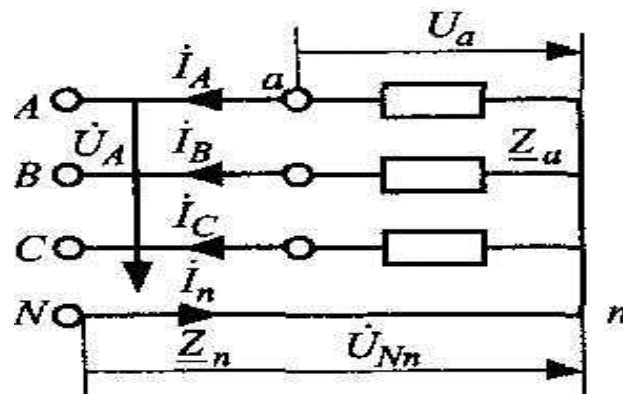
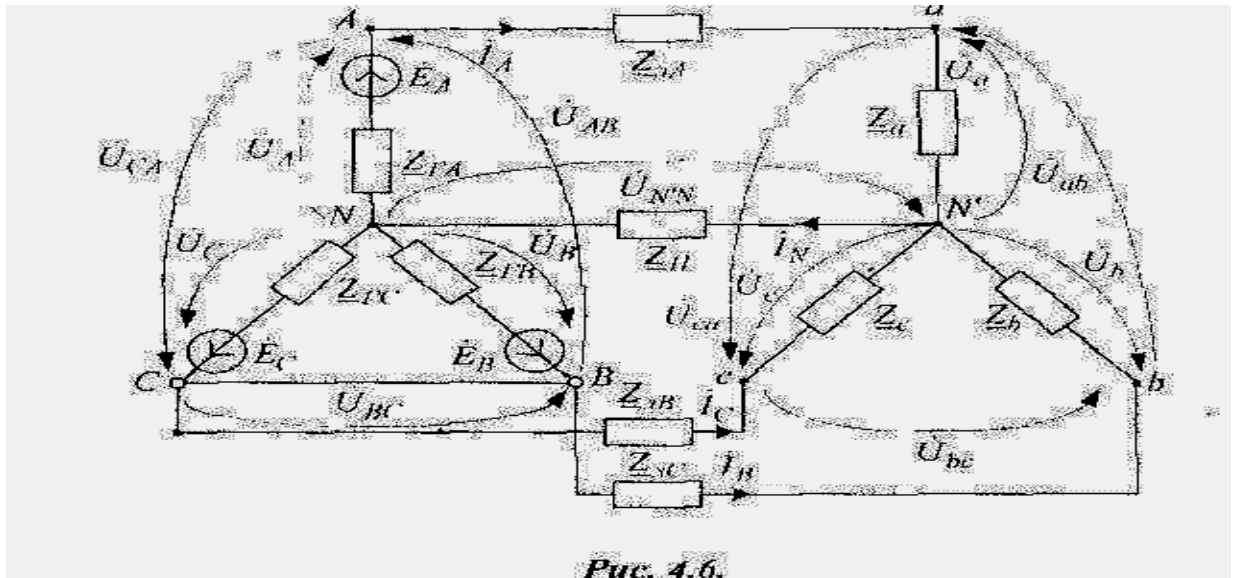
2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

## 1 Розрахунок напруги та струмів при несиметричному навантаженні.

При з'єднанні зіркою звичайно задані фазні напруги, фазні навантаження та опір нейтрального проводу (рис. 5.11), тобто



$$\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C,$$

$$\underline{Z}_a, \underline{Z}_b, \underline{Z}_c, \underline{Z}_n.$$

Треба визначити фазні напруги на навантаженнях, напругу між нейтраліми,

лінійні струми та струм у нейтральному проводі, тобто

$$\begin{aligned} \dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c, \dot{U}_{Nn}, \\ \dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C, \dot{I}_n. \end{aligned}$$

Напругу між нейтральними можна визначити за методом вузлової напруги:

$$\dot{U}_{Nn} = \frac{\underline{Y}_a \dot{U}_A + \underline{Y}_b \dot{U}_B + \underline{Y}_c \dot{U}_C}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_n},$$

де  $\underline{Y}_a = 1/\underline{Z}_a$ ,  $\underline{Y}_b = 1/\underline{Z}_b$ ,  $\underline{Y}_c = 1/\underline{Z}_c$ ,  $\underline{Y}_n = 1/\underline{Z}_n$  – комплекси провідностей відповідних фаз та нейтралі.

Фазні напруги на прийमाках можна визначити у такий спосіб:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \dot{U}_A - \dot{U}_{Nn}; \\ \dot{U}_b &= \dot{U}_B - \dot{U}_{Nn}; \\ \dot{U}_c &= \dot{U}_C - \dot{U}_{Nn}. \end{aligned}$$

Лінійні (вони ж і фазні) струми та струм у нейтральному проводі визначають так:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a} = \underline{Y}_a \dot{U}_a; \\ \dot{I}_B &= \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b} = \underline{Y}_b \dot{U}_b; \\ \dot{I}_C &= \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c} = \underline{Y}_c \dot{U}_c; \\ \dot{I}_n &= \frac{\dot{U}_{Nn}}{\underline{Z}_n} = \underline{Y}_n \dot{U}_{Nn}. \end{aligned}$$

Щоб перевірити, можна порівняти:

$$\dot{I}_n = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

5.7.2. Векторну діаграму несиметричної зірки будують, так як показано на рис. 5.3. Але можна побудувати діаграму тільки для напруг також у інший спосіб. Взагалі векторні діаграми можна будувати по-різному.

Це не принципово, треба тільки дотримуватись основних співвідношень та правил векторного аналізу. Вектори фазних напруг генератора ( $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ ) зсунуті на кут  $120^\circ$ . Точка  $N$  відповідає потенціалу нейтральної точки генератора, зручно потенціал точки  $N$  дорівняти нулеві (рис. 5.12). Лінійні напруги визначаються і будуються відповідно правилам векторного аналізу:

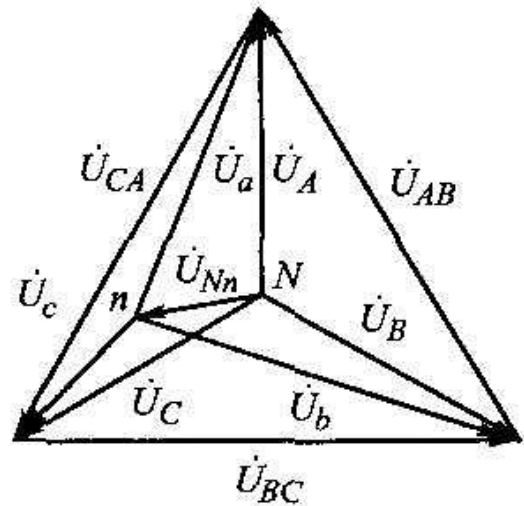


Рис. 5.12

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A - \dot{U}_B; \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_B - \dot{U}_C; \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_C - \dot{U}_A.\end{aligned}$$

Визначена за методом вузлової напруги  $\dot{U}_{Nn}$  відповідає вектору, а точка  $n$  характеризує потенціал нейтральної точки приймача. У такій спосіб можна побудувати вектори фазних напруг приймача:

$$\begin{aligned}\dot{U}_a &= \dot{U}_A - \dot{U}_{Nn}; \\ \dot{U}_b &= \dot{U}_B - \dot{U}_{Nn}; \\ \dot{U}_c &= \dot{U}_C - \dot{U}_{Nn}.\end{aligned}$$

Якщо опір нейтрального провoda дорівнює нулеві, то точки  $N$  та  $n$  збігаються.

і .

## 2 Розрахунок напруги та струмів для аварійних режимів роботи.

### *Обрив лінійного провoda в колі "зірка-зірка" з нейтральним провodom*

У цьому випадку (рис.4.14)  $\underline{I}_A = 0$ , а фазні струми  $\underline{I}_B, \underline{I}_C$  залишаються тими ж, що і в колі "зірка-зірка", тобто:

$$\underline{I}_B = \frac{U_{BO}}{\underline{Z}_B}, \quad \underline{I}_C = \frac{U_{CO}}{\underline{Z}_C}. \quad (4.22)$$

$$\text{Струм в нульовому провodi: } \underline{I}_N = \underline{I}_B + \underline{I}_C. \quad (4.23)$$

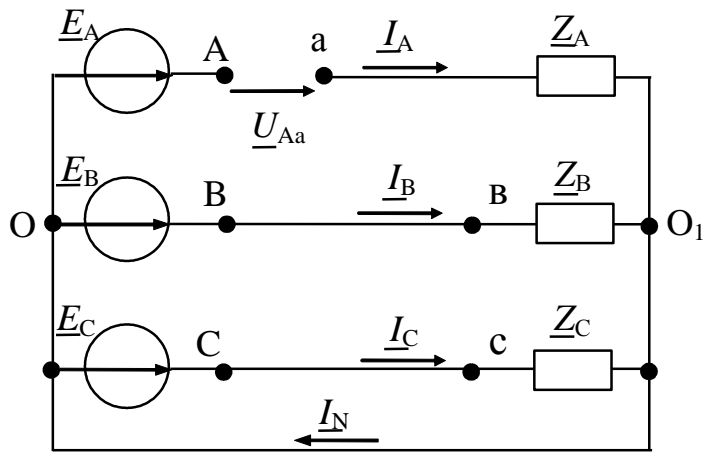


Рис.4.14

Фазні напруги на навантаженні:

$$\underline{U}_{aO_1} = 0, \underline{U}_{bO_1} = \underline{U}_{BO}, \quad \underline{U}_{cO_1} = \underline{U}_{CO}.$$

$$(4.24)$$

Напруга на затискачах розриву дорівнює фазній напрузі:

$$\underline{U}_{Aa} = \underline{U}_{AO}. \quad (4.25)$$

*Обрив лінійного проводу в схемі*

*"зірка-зірка" без нейтрального проводу*

(у схемі рис.4.14 треба вимкнути нейтральний провід)

У цьому випадку лінійна напруга  $\underline{U}_{BC}$  прикладається до послідовного з'єднання двох опорів  $\underline{Z}_B$  і  $\underline{Z}_C$ ; і якщо  $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C$  вона (напруга) рівномірно розподіляється між цими опорами. Струми:

$$\underline{I}_B = -\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_B + \underline{Z}_C}. \quad (4.26)$$

Напруга на затискачах розриву дорівнює:

$$\underline{U}_{Aa} = \underline{I}_B \cdot \underline{Z}_B - \underline{E}_B + \underline{E}_A = \underline{U}_{AB} + \underline{I}_B \cdot \underline{Z}_B, \quad (4.27)$$

і якщо  $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C$ , то  $\underline{U}_{Aa} = 1,5 \cdot \underline{U}_{AO}$ .  
(4.28)

Напруга зміщення нейтралі:  $\underline{U}_{O_1O} = \underline{U}_{BO} - \underline{I}_B \cdot \underline{Z}_B$ . (4.29)

*Коротке замикання у фазі*

(схема "зірка-зірка" без нульового проводу - рис.4.15)

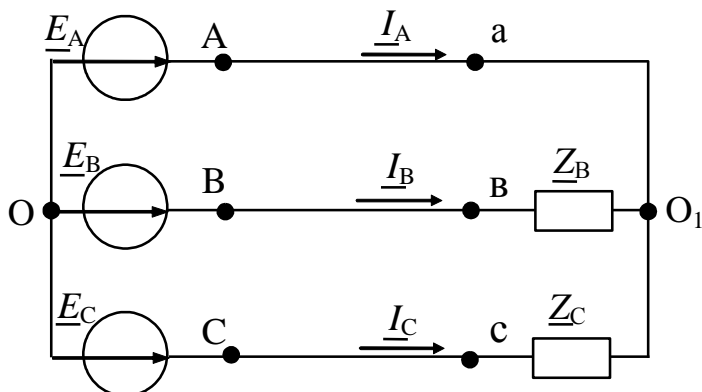


Рис.4.15

Напруга зміщення нейтралі:

$$\underline{U}_{O_1O} = \underline{E}_A.$$

$$(4.30)$$

Напруги на навантаженнях:

$$\underline{U}_{aO_1} = 0, \underline{U}_{bO_1} = \underline{U}_{BO} - \underline{U}_{O_1O},$$

$$\underline{U}_{CO_1} = \underline{U}_{CO} - \underline{U}_{O_1O}. \quad (4.31)$$

Фазні струми:

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_{BO_1}}{\underline{Z}_B}, \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_{CO_1}}{\underline{Z}_B}, \quad \underline{I}_A = -(\underline{I}_B + \underline{I}_C).$$

(4.32)

### 3 Розрахунок потужностей трифазної несиметричної системи.

Потужність:

$P = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi$ $Q = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi$ $S = 3U_\phi I_\phi$
--

Враховуючи, що  $U_\Lambda = \sqrt{3} \cdot U_\phi$ :  $U_\Lambda = U_\phi$ :

$P = \sqrt{3} \cdot U_\Lambda I_\Lambda \cos \varphi$ $Q = \sqrt{3} \cdot U_\Lambda I_\Lambda \sin \varphi$ $S = \sqrt{3} \cdot U_\Lambda I_\Lambda$	(381)
--	-------

Комплекс потужності:

$$\tilde{S} = \sqrt{3} \cdot \dot{U}_\Lambda \dot{I}_\Lambda \quad (382)$$

$$\tilde{S}_{\phi A} = \dot{U}_{\phi A}^* I_{\phi A} = 266.1e^{j34^\circ} \cdot 26.61e^{-j34^\circ} = 7081 \text{ ВА};$$

$$P_A = 7081 \text{ Вт};$$

$$Q_A = 0 \text{ Вар};$$

$$S_A = 7081 \text{ ВА};$$

$$\tilde{S}_{\phi B} = \dot{U}_{\phi B}^* I_{\phi B} = 297.3e^{-j72^\circ} \cdot 22.04e^{j117^\circ} = 6552e^{j45^\circ} = 4633 + j4633 \text{ ВА};$$

$$P_B = 4633 \text{ Вт};$$

$$Q_B = 4633 \text{ Вар};$$

$$S_B = 6552 \text{ ВА};$$

$$\tilde{S}_{\phi C} = \dot{U}_{\phi C}^* I_{\phi C} = 209.6e^{-j268^\circ} \cdot 20.8e^{j178^\circ} = 4393e^{-j90^\circ} \text{ ВА};$$

$$P_C = 0 \text{ Вт};$$

$$Q_C = -4393 \text{ Вар};$$

$$S_C = 4393 \text{ ВА};$$

$$P = P_A + P_B + P_C = 7081 + 4633 + 0 = 11714 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = 0 + 4633 - 4393 = 240 \text{ Вар};$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{11714^2 + 240^2} = 11716 \text{ ВА};$$

## **Лекція №49**

### **ТЕМА: Розрахунок комплексних потужностей трифазної мережі**

**Мета:** оволодіти знаннями про розрахунок трьохфазних кіл

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### **План**

**1** Методика розрахунку

**2** Приклади розрахунку

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

#### **Література:**

- 23 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 24 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 25 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 26 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

# 1 Методика розрахунку трьохфазного несиметричного кола при з'єднанні зіркою

При з'єднанні зіркою звичайно задані фазні напруги, фазні навантаження та опір нейтрального проводу (рис. 5.11), тобто

$$\begin{aligned} & \dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C, \\ & \underline{Z}_a, \underline{Z}_b, \underline{Z}_c, \underline{Z}_n. \end{aligned}$$

Треба визначити фазні напруги на навантаженнях, напругу між нейтралями,

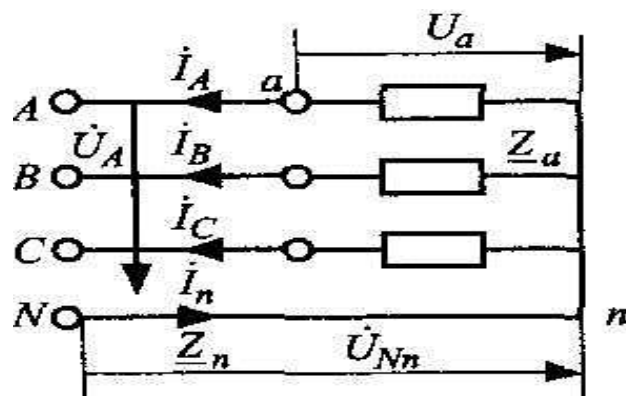


Рис. 5.11

лінійні струми та струм у нейтральному проводі, тобто

$$\begin{aligned} \dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c, \dot{U}_{Nn}, \\ \dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C, \dot{I}_n. \end{aligned}$$

Напругу між нейтральними можна визначити за методом вузлової напруги:

$$\dot{U}_{Nn} = \frac{\underline{Y}_a \dot{U}_A + \underline{Y}_b \dot{U}_B + \underline{Y}_c \dot{U}_C}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_n},$$

де  $\underline{Y}_a = 1/\underline{Z}_a$ ,  $\underline{Y}_b = 1/\underline{Z}_b$ ,  $\underline{Y}_c = 1/\underline{Z}_c$ ,  $\underline{Y}_n = 1/\underline{Z}_n$  – комплекси провідностей відповідних фаз та нейтралі.

Фазні напруги на прийमाках можна визначити у такий спосіб:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \dot{U}_A - \dot{U}_{Nn}; \\ \dot{U}_b &= \dot{U}_B - \dot{U}_{Nn}; \\ \dot{U}_c &= \dot{U}_C - \dot{U}_{Nn}. \end{aligned}$$

Лінійні (вони ж і фазні) струми та струм у нейтральному проводі визначають так:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a} = \underline{Y}_a \dot{U}_a; \\ \dot{I}_B &= \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b} = \underline{Y}_b \dot{U}_b; \\ \dot{I}_C &= \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c} = \underline{Y}_c \dot{U}_c; \\ \dot{I}_n &= \frac{\dot{U}_{Nn}}{\underline{Z}_n} = \underline{Y}_n \dot{U}_{Nn}. \end{aligned}$$

Щоб перевірити, можна порівняти:

$$\dot{I}_n = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

5.7.2. Векторну діаграму несиметричної зірки будують, так як показано на рис. 5.3. Але можна побудувати діаграму тільки для напруг також у інший спосіб. Взагалі векторні діаграми можна будувати по-різному.

Це не принципово, треба тільки дотримуватись основних співвідношень та правил векторного аналізу. Вектори фазних напруг генератора ( $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ ) зсунуті на кут  $120^\circ$ . Точка  $N$  відповідає потенціалу нейтральної точки генератора, зручно потенціал точки  $N$  дорівняти нулеві (рис. 5.12). Лінійні напруги визначаються і будуються відповідно правилам векторного аналізу:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A - \dot{U}_B; \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_B - \dot{U}_C; \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_C - \dot{U}_A.\end{aligned}$$

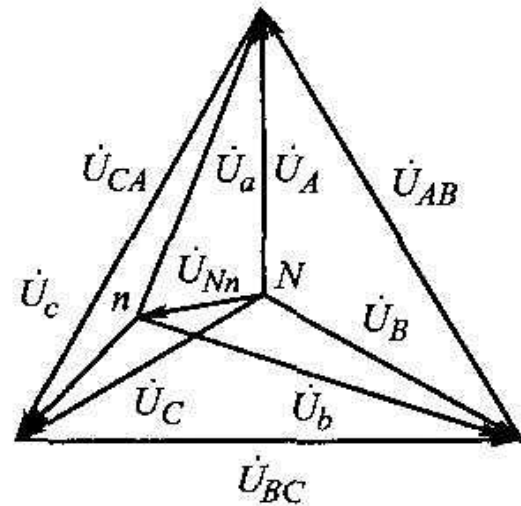


Рис. 5.12

Визначена за методом вузлової напруги  $\dot{U}_{Nn}$  відповідає вектору, а точка  $n$  характеризує потенціал нейтральної точки приймача. У такий спосіб можна побудувати вектори фазних напруг приймача:

$$\begin{aligned}\dot{U}_a &= \dot{U}_A - \dot{U}_{Nn}; \\ \dot{U}_b &= \dot{U}_B - \dot{U}_{Nn}; \\ \dot{U}_c &= \dot{U}_C - \dot{U}_{Nn}.\end{aligned}$$

Якщо опір нейтрального провада дорівнює нулеві, то точки  $N$  та  $n$  збігаються.

і

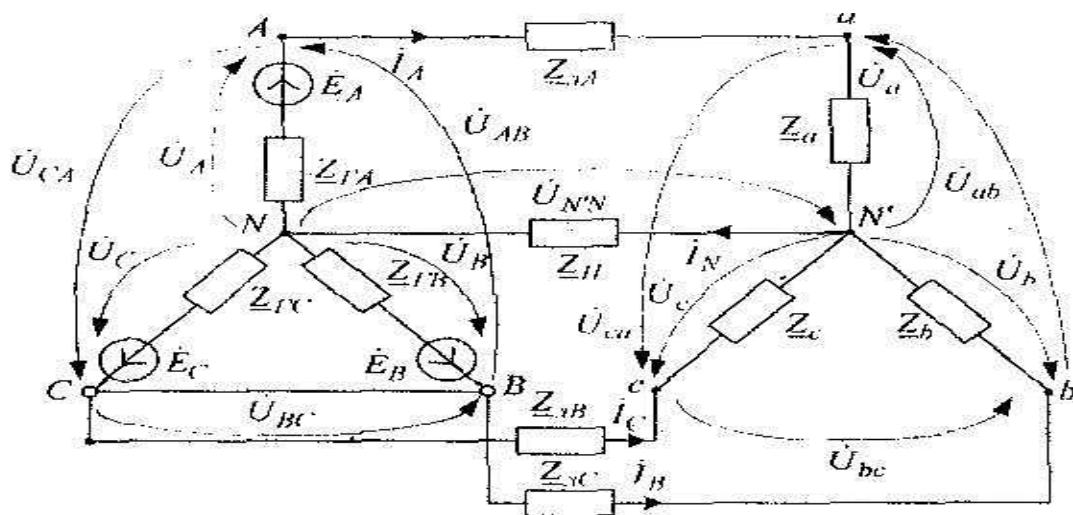


Рис. 4.6.

## 2 Приклади розрахунку

**Приклад 4.1.** Визначити лінійні й фазні струми кола, з'єднаного зіркою, в фази якого ввімкнені активно-індуктивні опори із параметрами  $r=7$  Ом,  $X_L=24$  Ом, при нормальній роботі схеми, а також при обриві фази  $a$  та короткому замиканні фази  $b$ . Фазна напруга дорівнює  $U_a = U_b = U_c = U_\phi = 127$  В. У системі нейтральний провід відсутній.

Розв'язання. Визначимо повний опір фази, враховуючи рівномірне навантаження,

$$z_\phi = z_a = z_b = z_c = 25 \text{ Ом.}$$

Фазні струми згідно з (4.3) дорівнюють лінійним:

$$I_a = I_b = I_c = \frac{U_\phi}{z_\phi} = 5,08 \text{ А}$$

$$\text{Кути зсуву фаз } \varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \arctg \frac{x_L}{r} = 73^\circ 45'.$$

При обриві фази  $a$  струм  $I_a = 0$ , а фази  $b$  і  $c$  з'єднані послідовно, тоді:

$$z_{bc} = 2z_\phi = 2 \cdot 25 = 50 \text{ Ом,}$$

а струм:

$$I_{bc} = \frac{U_{bc}}{z_{bc}} = \frac{\sqrt{3}U_\phi}{z_{bc}} = 4,4 \text{ А.}$$

При короткому замиканні фази  $b$  потенціали точок  $b$  і  $N$  однакові. Це означає, що нейтральна точка  $N$  на векторній діаграмі зсується у вершину  $b$ . В цьому випадку фази  $a$  і  $c$  будуть ввімкнені на лінійні напруги, струми в них будуть:

$$I_a = I_c = \frac{U_{ca}}{z_c} = 8,8 \text{ А.}$$

Струм у провіднику, який закорочує фазу  $a$ , визначають згідно з першим законом Кірхгофа:

$$I_a = -(I_b + I_c).$$

Цей струм дорівнює 14 А.

**Приклад 4.2.** Визначити струми в фазах, лінійних проводах і нейтральному проводі; активну потужність, якщо до трифазної лі-

нії з лінійною напругою 220В приєднано несиметричний приймач, з'єднаний по схемі зірка з нейтральним проводом. Активні й реактивні опори фаз такі:

$$r_a = 11 \text{ Ом}, x_a = 0, r_b = 6 \text{ Ом}, x_b = 8 \text{ Ом}, r_c = 18 \text{ Ом}, x_c = -24 \text{ Ом}$$

Опором нейтрального проводу знехтувати.

Розв'язання. Визначимо фазну напругу:

$$U_\phi = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В}.$$

Фазні струми:

$$\dot{I}_a = \frac{U_a}{z_a} = \frac{127 e^{j0}}{11 e^{j0}} = 11,5 \text{ А},$$

$$\dot{I}_b = \frac{U_b}{z_b} = \frac{127 e^{j120^\circ}}{10 e^{j37^\circ}} = 12,7 \cdot e^{j83^\circ} = (1,5 + j12,6) \text{ А},$$

$$\dot{I}_c = \frac{U_c}{z_c} = \frac{127 e^{j240^\circ}}{30 e^{-j53^\circ}} = 4,2 \cdot e^{j293^\circ} = (1,6 - j3,8) \text{ А}.$$

Модулі струмів у фазах

$$|I_a| = 11,5 \text{ А}, |I_b| = 12,7 \text{ А}, |I_c| = 4,2 \text{ А}.$$

При з'єднанні зіркою лінійні струми дорівнюють фазним.

Струм у нейтральному проводі:

$$I_N = I_a + I_b + I_c = 11,5 + 1,5 + j12,6 + 1,6 - j3,8 = (14,6 + j8,8) \text{ А}$$

або по модулю

$$|I| = \sqrt{(14,5)^2 + (8,8)^2} = 17 \text{ А}.$$

Коефіцієнти потужностей фаз:

$$\cos \varphi_a = 1, \cos \varphi_b = \frac{6}{10} = 0,6, \cos \varphi_c = \frac{18}{30} = 0,6.$$

Активна потужність системи:

$$P = P_a + P_b + P_c = U_a I_a \cos \varphi_a + U_b I_b \cos \varphi_b + U_c I_c \cos \varphi_c = \\ = 127 \cdot 11,5 \cdot 1 + 127 \cdot 12,7 \cdot 0,6 + 127 \cdot 4,2 \cdot 0,6 = 2748,3 \text{ Вт}.$$

## **Лекція №50**

**ТЕМА: Розрахунок трьохфазного несиметричного кола при з'єднанні трикутником.**

**Мета: оволодіти знаннями про розрахунок трьохфазних кіл**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### **План**

**1 Методика розрахунку трьохфазного несиметричного кола при з'єднанні трикутником.**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

### **Література:**

- 27 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 28 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 29 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 30 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

Розглянемо особливості розрахунку трифазних кіл при сполученні фаз джерела та приймача трикутником (рис.4.8).

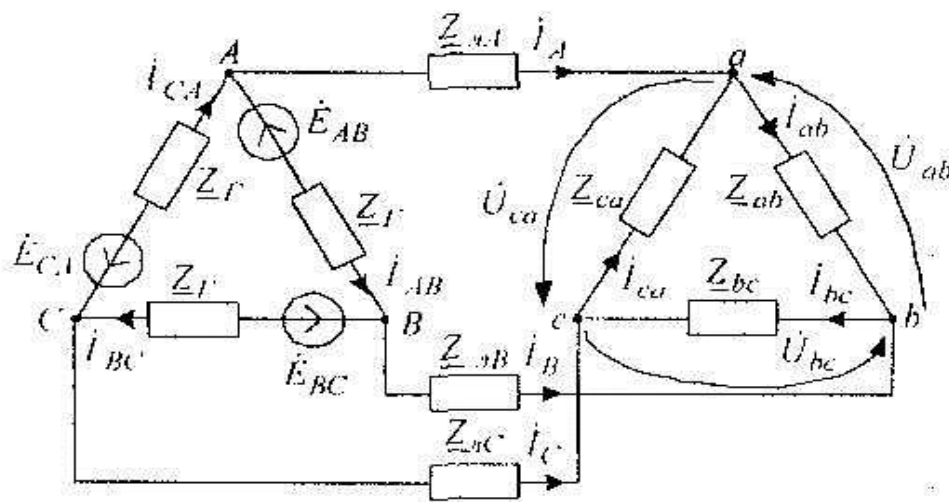
При з'єднанні трикутником фазна напруга дорівнює лінійній. Фазні струми приймача визначаються за формулами

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}; \quad \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}}; \quad \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}}.$$

залежність між лінійними та фазними струмами у загальному випадку визначається за першим законом Кірхгофа для кожного вузла

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

У симетричному трифазному колі при з'єднанні приймача трикутником діючі значення струмів фаз навантаження можна знайти, поділивши на  $\sqrt{3}$  діючі значення лінійних струмів, тобто  $I_\phi = \frac{I_\lambda}{\sqrt{3}}$ .



Фазні струми визначаються за допомогою фазних напруг, тобто

$$\dot{I}_{ac} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab}},$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_{bc}},$$

$$\dot{I}_{ac} = \frac{\dot{U}_{ac}}{Z_{ac}}.$$

Лінійні струми обчислюють за допомогою основних співвідношень струмів щодо з'єднання трикутником:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ac},$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab},$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ac} - \dot{I}_{bc}.$$

Незалежно від характеру навантаження завжди

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

Якщо навантаження несиметричне (змінюється, наприклад, опір однієї фази), режим роботи інших двох фаз не змінюється. Змінюється лише струм цієї фази та лінійні струми у проводах, що з'єднані з цією фазою. Тому схему з'єднання трикутником дуже зручно використовувати при несиметричному навантаженні. Явище «перекосу фаз» принципово не може виникати.

5.7.4. Інколи векторну діаграму несиметричного трикутника будують не так, як наведено на рис. 5.6. Згідно з правилами векторного аналізу будують вектори лінійних напруг, що зсунуті під кутом  $120^\circ$  не з однієї точки, а у вигляді трикутника. Фазні струми відстають від них на фазні кути зсуву. За співвідношеннями

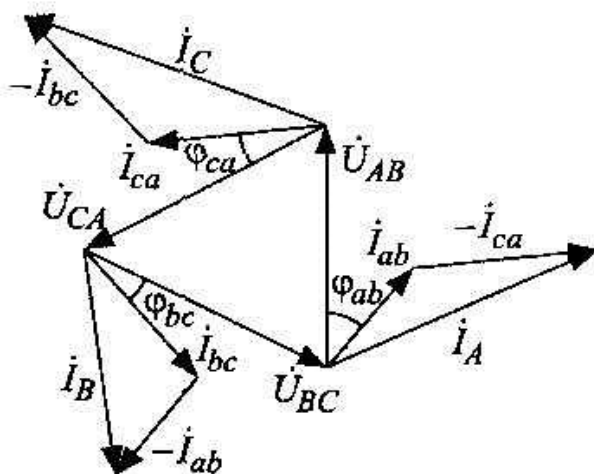


Рис. 5.14

аналізу будують вектори лінійних напруг, що зсунуті під кутом  $120^\circ$  не з однієї точки, а у вигляді трикутника. Фазні струми відстають від них на фазні кути зсуву. За співвідношеннями

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca},$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab},$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}$$

геометрично визначаються вектори лінійних струмів (рис. 5.14).

## **Лекція №51**

**Тема: Отримання обертаючого магнітного поля.**

**Мета: оволодіти знаннями про отримання обертаючого магнітного поля**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### **План**

- 1 Отримання магнітного поля, що обертається**
- 2 Системи обмоток для отримання магнітного поля**
- 3 Графіки магнітної індукції магнітного поля**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

### **Література:**

- 31 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 32 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 33 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 34 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

У гл. 20 було відмічено, що розвиток трифазних систем пов'язаний з широким застосуванням електродвигунів змінного струму.

Принципи роботи електричних машин змінного струму засновані на використанні магнітних полів, що обертаються, які виходять за допомогою багатофазних (найчастіше трифазних) систем.

Відносно проста можливість отримання магнітного поля, що обертається, є одним з основних достоїнств багатофазної системи.

### 1 Отримання магнітного поля, що обертається

Загальне поняття про магнітне поле, що обертається, можна одержати, розглядаючи мал. 12.3.

При нерухомому роторі генератора змінного струму магнітна індукція в повітряному зазорі під полюсом постійна в часі, оскільки в обмотці збудження є постійний струм. Проте в просторі уздовж повітряного зазора магнітна індукція розподілена по синусоїдальному закону [див. формулу (12.3) і графік мал. 12.2, би]. Коли ротор обертається з постійною швидкістю, магнітне поле в полюсі, що обертається, як і раніше постійно в часі і нерухомо щодо полюса, але в кожній точці повітряного зазора магнітна індукція змінюється в часі також по синусоїдальному закону.

При цьому найбільшій величині  $B_T$  магнітна індукція досягає послідовно в кожній точці повітряного зазора, коли ця крапка виявляється проти середини полюса.

Щодо нерухомого статора магнітне поле обертається разом з полюсами.

### 2 Системи обмоток для отримання магнітного поля

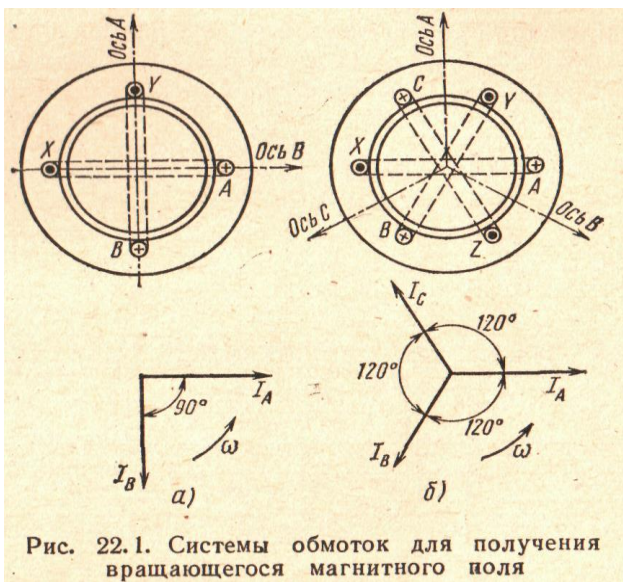


Рис. 22.1. Системи обмоток для получения вращающегося магнитного поля

Вращающееся магнитное поле можно получить также с помощью неподвижной системы обмоток, если в них имеются синусоидальные токи, не совпадающие по фазе. На рис. 22.1 схематично показаны две такие системы простейших обмоток: двухфазная (а) и трехфазная (б), имеющие по одной катушке на фазу. Оси катушек двухфазной системы

взаємно перпендикулярні, осі катушок трехфазної системи пересікаються під кутом  $120^\circ$  друг к другу. Синусоїдальні токи в катушках мають однакові амплітуди і частоту, но по фазі сдвинуті відносно друг друга в першому випадку на  $90^\circ$ , а во другому — на  $120^\circ$ .

Сторони **катушок**, де **почала** витків, позначені *A, B, C*. *Протівоположні* сторони, де кінці витків *X, Y, Z*, відстоять від відповідних початків по колу статора на  $180^\circ$ .

Умовно-позитивний **напря́м стру́мів** в обмотках відмічений хрестиками на початку витків і **крапками в кінці**. Цим умовно-позитивним **напря́мам стру́мів** за правилом буравчика відповідають умовно-позитивні **напря́ми осей** магнітних потоків, співпадаючих з осями однойменних **катушок**.

Магнітне поле такої системи обмоток **із струмами** утворюється накладенням полів окремих фаз.

### **3 Графіки магнітної індукції магнітного поля**

**Наочне** уявлення про обертання магнітного поля дає мал. 22.2, де визначено **напря́м** осі полюсів в різні моменти часу і показані графіки магнітної індукції в повітряному зазорі поля кожної фази і результуючого поля.

При  $\omega t = 0$  **стру́м** у фазі А рівний нулю, **стру́м** у фазі В **негативний**, а **стру́м** у фазі **З** позитивний. Це витікає з рівнянь **стру́мів** і підтверджується векторною діаграмою мал. 22.2, *a*.

Відповідно до знаків струмів відмічені їх **напря́ми** в провідниках в даний момент часу.

Вся система провідників по **напря́му стру́му** ділиться на дві частини: у одній з них **напря́м стру́му** відмічений хрестиком, а в іншій — крапкою.

За правилом буравчика визначені **напря́ми** магнітних потоків кожної катушки окремо і результуючого потоку.

Результуюче магнітне поле умовно зображене двома лініями магнітної індукції (штрихові лінії).

По **напря́му** цих ліній визначається положення полюсів. Зліва від нейтралі знаходяться північний полюс ротора і південний полюс статора (лінії магнітної індукції виходять з поверхні ротора в повітряний зазор і входять в поверхню статора). Праворуч від нейтралі знаходяться південний полюс ротора і північний полюс статора.

Для моменту часу, відповідного фазовому **куту**, такі ж **побудови** показані на мал. 22.2, *b*. **Стру́м** у фазі А позитивний, а у фазах В і **З** — **негативний**. Так само як і у попередньому випадку, система провідників ділиться на дві **частини**, в кожній з яких **стру́м** у всіх провідниках **направлений** однаково. Результуюче магнітне поле **направлене** по кресленню **вгору**.

**Неважко відмітити**, що за час, відповідний фазовому **куту**, вісь полюсів в

просторі обернулася, тобто північний і південний магнітні полюси перемістилися **щодо** нерухомих обмоток на такий же **кут**.

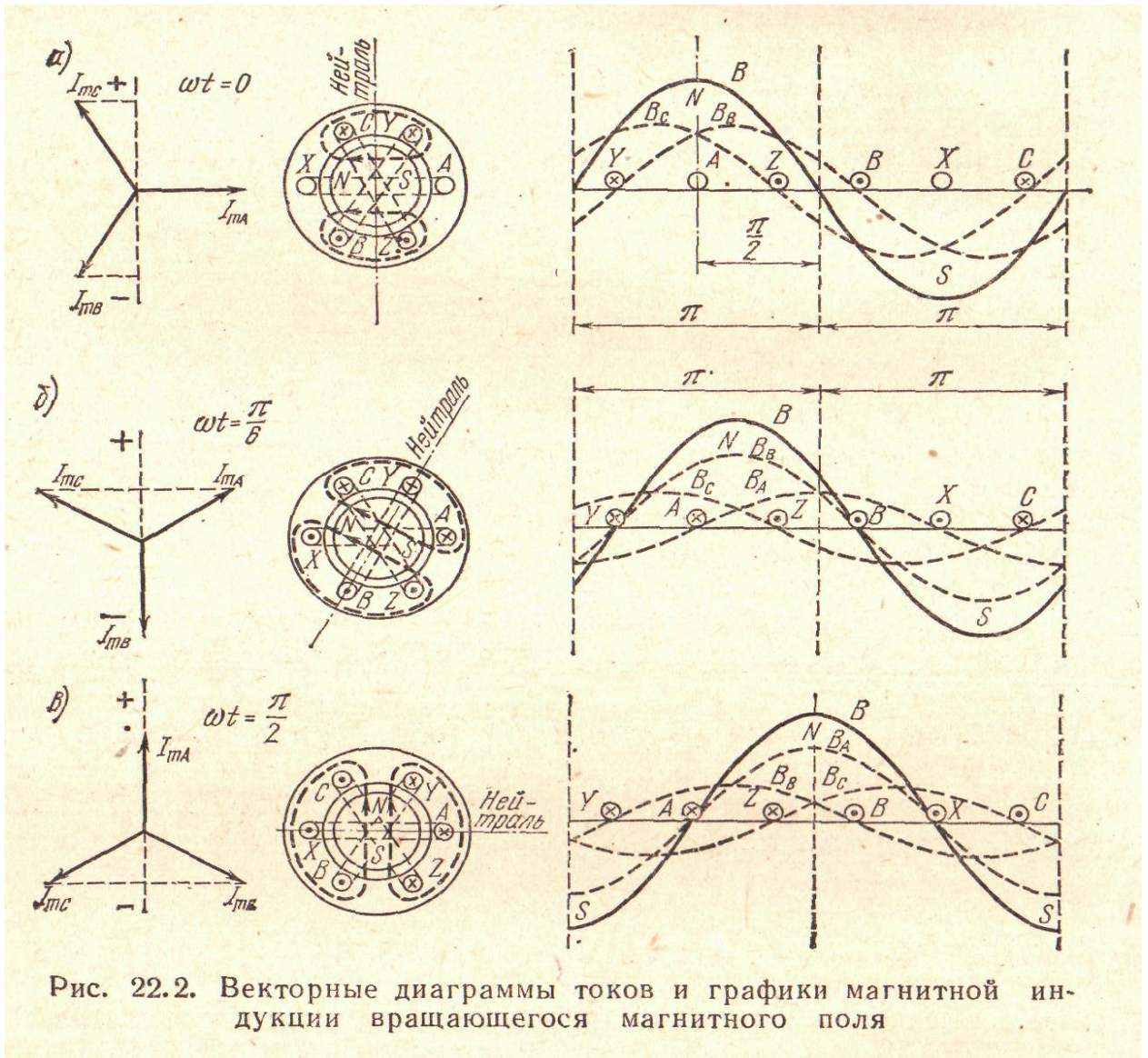


Рис. 22.2. Векторные диаграммы токов и графики магнитной индукции вращающегося магнитного поля

Провівши аналогічні міркування для **подальших** моментів часу, наприклад відповідних фазовим **кутам**  $\pi$ ,  $2\pi$ , можна переконатися в тому, що **напрямок** осі полюсів у кожному випадку змінюється на  $90^\circ$ .

Зміна **струмів** у фазах **відбувається** не стрибком, а плавно, по синусоїдальному закону (вектори **струмів** обертаються рівномірно з кутовою швидкістю  $\omega$ ), тому і магнітне поле **мінє** свій **напрямок** не стрибком, а рівномірно, **повертаючись** при даній системі обмоток за один період **струму** на один **оборот**.

Підтвердженням цьому служить мал. 22.2, *б*, де визначено **напрямок** осі полюсів при  $\pi/6$ , тобто при проміжній величині фазового **кута** між  $0$  і  $90^\circ$ .

Цікаво відзначити, що **в той момент**, коли **струм** в одній з фаз досягає найбільшої величини, вісь полюсів результуючого магнітного поля **співпадає** з віссю полюсів поля цієї фази (на мал. 22.2, *в* результуюче поле **направлено** так само, як поле фази *A*, при цьому **струм** у фазі *A* максимальний:  $i_A = I_m$ ).

На підставі цього легко визначити **напря́м** обертання магнітного поля.

При прямій послідовності **струмів** у фазах максимума їх **наступають в порядку**  $A \rightarrow B \rightarrow C$ .

Якщо на статорі обмотки фаз **розташовані** так, що обхід їх у вказаному **порядку здійснюється** у напрямі руху годинникової стрілки, то і поле обертається в ту ж сторону.

При зворотній послідовності **струмів** у фазах  $A \rightarrow C \rightarrow B$ , **але** при колишньому розташуванні обмоток поле обертається **проти** руху годинникової стрілки.

## **Лекція №52**

**ТЕМА: Розрахунок електричних кіл з несинусоїдальними**

**ЕРС і струмами**

**Мета: оволодіти знаннями про методи розрахунку електричних кіл з несинусоїдальними ерс**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

**План**

**1 Основні положення.**

**2 Діюче та середнє значення періодичних несинусоїдальних струмів**

**3 Потужність у колі**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

**Література:**

1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

В попередніх розділах ми розглядали електричні кола, які знаходяться під дією постійних або синусоїдних напруг чи ЕРС. При цьому, якщо електричне коло лінійне, то і струми, які в ньому виникають, були відповідно постійними або змінювались в часі за синусоїдним законом. Проте на практиці в багатьох випадках в ustalених режимах в електричних колах має місце несинусоїдність струмів. Несинусоїдними періодичними ЕРС, напругами, струмами називають такі, які змінюються за періодичним законом (рис. 5.1), тобто

$$e(t) = e(t+T), \quad u(t) = u(t+T), \quad i(t) = i(t+T), \quad (5.1)$$

де  $T$  - період. Закон зміни періодичної функції в межах періоду  $T$  може бути довільним.

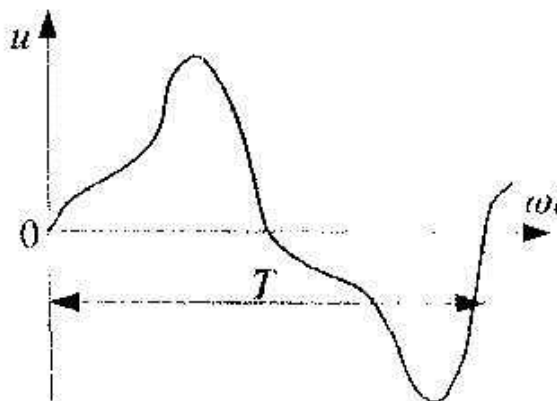


Рис.5.1.

Джерел з ідеально постійною чи синусоїдною ЕРС не існує, однак під час аналізу електричних кіл незначні їх відхилення від синусоїдних можна не враховувати. В той же час нерідко несинусоїдність напруги живлення суттєво впливає на роботу електротехнічних пристроїв і її врахування стає необхідним. Синхронні генератори, які є основними джерелами електричної енергії, проектують так, що ЕРС, які в них індукуються, практично синусоїдні. Тут несинусоїдність є, як правило, результатом різних замикань чи інших відхилень від нормальної роботи. Однак в різноманітних пристроях автоматики, зв'язку, електроніки несинусоїдність напруг та струмів є необхідною умовою їх нормального функціонування. Прикладами джерел несинусоїдної напруги є різні випрямлячі, генератори

лінійно-змінної напруги, генератори імпульсів тощо. Так, при однопівперіодному випрямленні змінного струму форма напруги після випрямлення має форму, показану на рис. 5.2.

В лінійному електричному колі при дії несинусоїдних ЕРС струми будуть також несинусоїдними. На відміну від лінійних електричних кіл, в нелінійних електричних колах несинусоїдні періодичні струми можуть мати місце і при синусоїдних джерелах живлення. Надалі у цьому розділі обмежимося розглядом періодичних процесів у лінійних електричних колах.

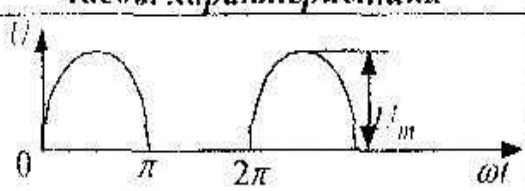
Синусоїдна електрична величина (ЕРС, напруга, струм) описується за допомогою трьох величин: періоду, амплітуди та початкової фази. Для несинусоїдної періодичної величини останні два поняття не мають сенсу, тому вона може бути задана аналітично, графіком миттєвих значень або таблицею чисел, що є незручним для аналізу процесів в електричних колах. Тому під час розрахунків лінійних електричних кіл несинусоїдного струму використовують розклад періодичних функцій у тригонометричний ряд Фур'є.

Як відомо з математики, періодичну функцію, яка задовольняє умовам Дирихле (функція має скінченну кількість розривів першого роду та максимумів і мінімумів на розглядуваному інтервалі), можна розкласти у ряд Фур'є. Струми, напруги та ЕРС, які мають місце в реальних електричних колах, цим умовам задовольняють, тому розклад їх у ряд Фур'є можливий завжди, а тригонометричні ряди, які їх апроксимують, є швидкозбіжні. Гармонічний ряд, який апроксимує періодичну функцію  $f(t) = f(t+T)$ , має вигляд

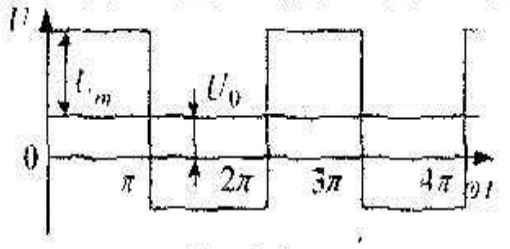
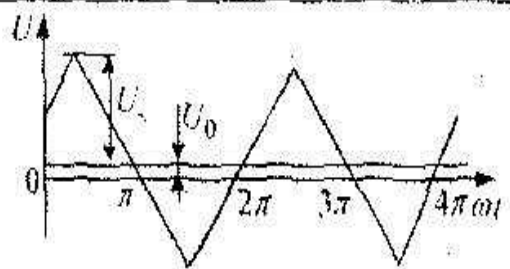
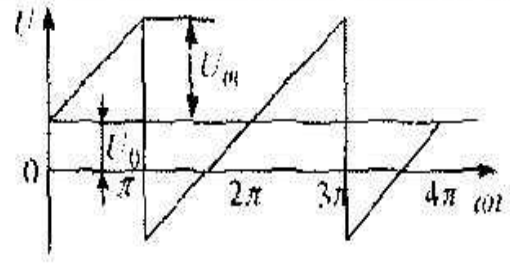
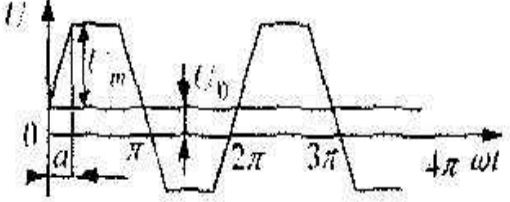
$$f(t) = f(t+T) = A_0 + A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \\ + A_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots = \sum_{k=0,1,2,\dots} A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) \quad (5.2)$$

Тригонометричний ряд (5.2) складається з постійної складової  $A_0$  і синусоїдних  $A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)$ , які називають гармоніками. Синусоїду найнижчої ( $k=1$ ) частоти  $\omega = 2\pi/T$  називають *основною* гармонікою, а всі інші ( $k>1$ ) – *вищими*. Сукупність гармонічних складових (синусоїд) несинусоїдної періодичної функції називається її *дискретним частотним спектром*:  $A_{km}(\omega)$  – амплітудний спектр,  $\psi_k(\omega)$  – фазовий спектр.

Параметри ряду Фур'є  $A_{km}$ ,  $\psi_k$  можуть бути обчислені аналітично, якщо  $f(t)$  задана аналітично, або чисельними методами. Для кривих, які найчастіше зустрічаються в електротехніці, розклад у ряд можна знайти в довідниках з математики чи електротехніки. Для прикладу, частина таких функцій наведена в таблиці 5.1.

Часові характеристики	Гармонічний склад напруги
	$u(t) \cong \frac{U_m}{\pi} - \frac{U_m}{2} \cos \omega t - \frac{2U_m}{3\pi} \cos 2\omega t -$ $- \frac{2U_m}{15\pi} \cos 4\omega t - \frac{2U_m}{35\pi} \cos 6\omega t - \dots$

продовження таблиці 5.1

	$u(t) \cong U_0 + \frac{4U_m}{\pi} \sin \omega t +$ $+ \frac{4U_m}{3\pi} \sin 3\omega t + \frac{4U_m}{5\pi} \sin 5\omega t + \dots$
	$u(t) \cong U_0 + \frac{8U_m}{\pi} \sin \omega t -$ $- \frac{8U_m}{9\pi} \sin 3\omega t + \frac{8U_m}{25\pi} \sin 5\omega t - \dots$
	$u(t) \cong U_0 + \frac{2U_m}{\pi} \sin \omega t -$ $- \frac{U_m}{\pi} \sin 2\omega t + \frac{2U_m}{3\pi} \sin 3\omega t - \dots$
	$u(t) \cong U_0 + \frac{4U_m}{\alpha\pi} \sin \alpha \sin \omega t +$ $+ \frac{4U_m}{9\alpha\pi} \sin 3\alpha \sin 3\omega t + \dots$

Під час розкладу в ряд обмежуються певною кількістю  $n$  гармонік. Для прикладу, на рис. 5.12 наведено першу і третю гармоніки напруги та результат їх додавання.

Для обчислення коефіцієнтів ряду Фур'є його доцільно представити у вигляді постійної та синусних і косинусних складових

$$f(t) \cong A_0 + \sum_{k=1}^n (B_{kmx} \sin k\omega t + B_{kmc} \cos k\omega t). \quad (5.3)$$

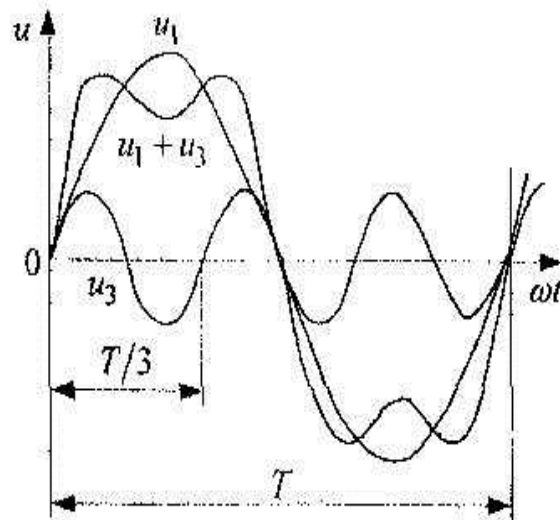


Рис. 5.12.

Коефіцієнти  $A_0$ ,  $B_{kms}$ ,  $B_{kmc}$  обчислюються за формулами

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt;$$

$$B_{kms} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin k\omega t dt;$$

$$B_{kmc} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos k\omega t dt.$$

Перехід від коефіцієнтів ряду (5.3) до коефіцієнтів ряду (5.2) здійснюється за формулами

$$A_{km} = \sqrt{B_{kms}^2 + B_{kmc}^2}; \quad \psi_k = \arctg(B_{kmc} / B_{kms}).$$

Під час розкладу періодичних напруг, ЕРС та струмів у ряд Фур'є об'єм обчислень можна суттєво скоротити, якщо скористатися властивостями функцій, що мають певну форму симетрії.

Одним із поширених видів симетрії кривих, які зустрічаються в електротехніці, є симетрія відносно осі абсцис. Такі функції задовольняють умовам  $f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$ , тобто від'ємна частина кривої є дзеркальним відображенням додатної частини, зсуненої уздовж осі абсцис на півперіоду. У цьому випадку ряд не містить постійної складової та парних гармонік, тому що для них ця умова не задовольняється. Отже ряд складається лише з непарних гармонік

$$f(\omega t) = A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots + A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k), \quad (5.4)$$

$$(k = 1, 3, 5 \dots).$$

В схемах випрямлення змінного струму, мають місце функції, симетричні відносно осі ординат, які задовольняють умовам  $f(\omega t) = f(-\omega t)$ . У цьому випадку тригонометричний ряд не містить синусних складових

$$f(\omega t) = A_0 + A_{1m} \cos \omega t + A_{2m} \cos 2\omega t + \dots + A_{km} \cos k\omega t, \quad (5.5)$$

$(k = 1, 2, 3 \dots)$ .

В схемах множення частоти мають місце функції симетричні стосовно початку координат, які задовольняють умовам  $f(\omega t) = -f(-\omega t)$ . У цьому випадку ряд не містить постійної і косинусної складових

$$f(\omega t) = A_{1m} \sin \omega t + A_{2m} \sin 2\omega t + \dots + A_{km} \sin k\omega t. \quad (5.6)$$

**Основні положення.** Для аналізу лінійних електричних кіл несинусоїдного струму використовують математичний апарат рядів Фур'є. При цьому несинусоїдні періодичні ЕРС, напруги та струми представляють усіченими тригонометричними рядами. У загальному випадку до складу останнього входить постійна складова, основна (перша) гармоніка і вищі. Постійну складову часто називають нульовою гармонікою. В окремих випадках деякі члени ряду можуть бути відсутні, що зумовлено властивістю несинусоїдної кривої, для якої здійснено розклад у ряд.

## **5.2. Діюче та середнє значення періодичних несинусоїдних струмів. Коефіцієнти, що характеризують форму несинусоїдних струмів**

Для несинусоїдного струму за аналогією з синусоїдним вводять різні розрахункові значення. Діюче (середньоквадратичне) значення несинусоїдного струму визначається за формулою

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}, \quad (5.7)$$

де  $i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + \dots + I_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)$ .

Оскільки квадрат суми дорівнює сумі квадратів миттєвих значень усіх гармонік і сумі добутків миттєвих значень окремих гармонік різних частот, середнє значення яких за період дорівнює нулю, то (5.7) прийме вигляд

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sum i_{kdt}^2} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2} = \sqrt{\sum_{k=0,1,\dots,\infty} I_k^2}. \quad (5.8)$$

Отже, діюче значення несинусоїдного струму дорівнює кореню квадратному з суми квадратів діючих значень окремих гармонік. Це стосується напруг та ЕРС

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_k^2}; \quad E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + \dots + E_k^2}. \quad (5.9a, б)$$

Середнє значення несинусоїдного струму визначається за формулою

$$I_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T i dt = I_0, \quad (5.10)$$

тобто середнє за період значення несинусоїдного струму дорівнює його постійній складовій. Зауважимо, що середнє значення синусоїдного струму дорівнює нулю.

Середнє за модулем значення несинусоїдного струму визначається за формулою

$$I_{срм} = \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt. \quad (5.11)$$

В електроенергетичних мережах здебільшого криві напруг та струмів симетричні відносно осі абсцис. Для їх характеристики користуються відповідними коефіцієнтами.

Коефіцієнтом форми  $k_\phi$  називається відношення діючого до середнього за модулем значення

$$k_\phi = \frac{A}{A_{срм}}. \quad (5.12)$$

Для синусоїди  $k_\phi = \pi / (2\sqrt{2}) = 1,11$ .

Коефіцієнт амплітуди  $k_a$  дорівнює відношенню максимального значення до діючого

$$k_a = \frac{A_{макс}}{A}. \quad (5.13)$$

Для синусоїди  $k_a = \sqrt{2} = 1,41$ .

Коефіцієнт спотворення  $k_c$  визначається як відношення діючого значення основної гармоніки до діючого значення несинусоїдної величини

$$k_c = \frac{A_1}{A}. \quad (5.14)$$

Для синусоїди  $k_c = 1$  (для несинусоїдного струму  $k_c < 1$ ).

Коефіцієнт гармонік визначається як відношення діючого значення вищих гармонік до діючого значення першої гармоніки

$$k_r = \frac{1}{A_1} \sqrt{\sum_{k=2,3,\dots,\infty} A_k^2} \quad (5.15)$$

Для синусоїди  $k_r = 0$  (для несинусоїдного струму  $k_r > 0$ ).

**Основні положення.** Діюче значення несинусоїдного струму (напруги, ЕРС) дорівнює кореню квадратному із суми квадратів діючих значень усіх гармонік (включаючи нульову). Середнє значення дорівнює постійній складовій.

Для характеристики відхилення несинусоїдної величини від синусоїди користуються різними коефіцієнтами.

### 5.3. Потужності в колі періодичного несинусоїдного струму

Миттєва потужність як величина, що характеризує швидкість зміни енергії за одиницю часу визначається незалежно від форми напруги та струму за формулою (1.28), а активна потужність будь-якого періодичного струму дорівнює середньому за період значенню миттєвої потужності

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt \quad (5.16)$$

Представимо несинусоїдні напругу та струм двополюсника рядами Фур'є

$$u = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ku}); \quad (5.17)$$

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ki}).$$

і підставимо в (5.16). При цьому зауважимо, що інтеграл (5.16) буде представлений сумою інтегралів, серед яких відмінними від нуля будуть тільки ті інтеграли, підінтегральні функції яких – це добуток постійних складових напруги та струму або їх гармонік однакових порядків. Решта інтегралів будуть рівними нулю. У результаті отримаємо

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + \dots \quad (5.18)$$

де  $U_k, I_k$  – діючі значення напруги та струму  $k$ -ї гармоніки;

$\varphi_k = \psi_{ku} - \psi_{ki}$  – зсув фаз між  $k$ -ою гармонікою напруги та струму.

Як видно з (5.18), активна потужність періодичного несинусоїдного струму дорівнює сумі активних потужностей окремих гармонік,

включаючи нульову.

За аналогією з поняттям реактивної потужності для синусоїдних функцій в електричному колі з періодичними несинусоїдними напругами та струмами вводиться поняття реактивної потужності

$$Q = \sum_{k=1,2,\dots,\infty} Q_k = \sum_{k=1,2,\dots,\infty} U_k I_k \sin \varphi_k = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots \quad (5.19)$$

а також повної потужності як добутку діючих значень несинусоїдної напруги та струму

$$S = UI, \quad (5.20)$$

де  $U, I$  визначаються за формулами (5.8), (5.9a).

На відміну від електричних кіл синусоїдного струму, сума квадратів активної і реактивної потужностей в колі з періодичними несинусоїдними напругами та струмами не дорівнює квадрату повної потужності

$$S^2 \geq P^2 + Q^2. \quad (5.21)$$

З метою оцінки нерівності (5.21) вводиться розрахункова величина, яка визначається за формулою

$$T_c = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}. \quad (5.22)$$

Величина  $T_c$  називається потужністю спотворення несинусоїдного струму, яка фізичного тлумачення немає і характеризує досконалість процесу одностороннього перетворення електричної енергії в інші види, зумовлену спотворенням форми кривої струму відносно форми кривої напруги. Так, при зміні гармонічного складу несинусоїдного струму та напруги, за умови незмінних їх діючих значень, повна потужність несинусоїдного струму залишається сталою, проте активна й реактивна потужності зменшуються, а значить, як це видно із (5.22), потужність спотворення зростає. Таким чином потужність спотворення характеризує вплив відносного спотворення форм кривих струмів та напруг на процес одностороннього перетворення електричної енергії.

Як і при синусоїдних струмах, в колах періодичного несинусоїдного струму вводять поняття коефіцієнта потужності, який визначають за формулою

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI}, \quad (5.23)$$

де  $U, I$  — діючі значення напруги та струму, які визначаються за формулами (5.8), (5.9a).

Відзначимо, що  $\lambda=1$  лише за умови, що до кола входять тільки резистивні елементи, опір яких не залежить ні від частоти, ні від величини струмів у них. У всіх інших випадках  $\lambda < 1$ . У колах синусоїдного струму

коефіцієнт потужності дорівнює  $\cos\varphi$  ( $\lambda = \cos\varphi$ ). Поява вищих гармонік в кривих напруги та струму призводить до зниження коефіцієнта потужності споживача в порівнянні з такими ж діючими значеннями синусоїдних напруг та струмів.

Для спрощення аналізу електричних кіл несинусоїдного струму за відсутності постійних складових несинусоїдні струми та напруги замінюють еквівалентними синусоїдами основної частоти. При цьому виходять з рівності їх діючих значень, а кут зсуву фаз між еквівалентними синусоїдами беруть, виходячи з рівності  $\cos\varphi = \lambda$ .

*Основні положення.* Активна потужність при несинусоїдних струмах обчислюється як сума активних потужностей постійної складової та усіх гармонік. Реактивна потужність дорівнює сумі реактивних потужностей усіх гармонічних складових. Повну потужність визначають як добуток діючих значень напруги та струму. Однак у загальному випадку повна потужність не дорівнює кореню квадратному із суми квадратів активної і реактивної потужностей. Тому вводиться поняття потужності спотворень.

Відношення активної потужності до повної при несинусоїдних струмах називаються коефіцієнтом потужності, яким користуються для наближеного аналізу електричного кола несинусоїдного струму методом еквівалентних синусоїд.

## Лекція №53

**Тема: Струми в колах з нелінійними елементами.**

**Повна векторна діаграма з нелінійними елементами.**

**Мета: оволодіти знаннями про методи розрахунку електричних кіл з нелінійними елементами**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### План

**1 Основні положення**

**2 Струм у колі з вентелем**

**3 Векторна діаграма ідеальної катушки**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

## Література:

- 35 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 36 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 37 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966
- 38 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

### 1 Основні положення

У колах постійного і перемінного струмів широко застосовують елементи з нелінійною вольт-амперною характеристикою  $u(t)$ . Їхній активний опір  $R$  залежить від струму і напруги.

При перемінному струмі можна використовувати і нелінійні реактивні елементи. До таких елементів відносяться котушки і трансформатори з феромагнітними сердечниками, що мають нелінійну залежність магнітного потоку від струму  $\Phi(i)$ , конденсатори із сегнето-діелектриками, у яких заряд нелінійно зв'язаний з напругою  $Q(u)$ .

За допомогою нелінійних активних опорів з несиметричною вольт-амперною характеристикою можна здійснювати випрямлення напруги і струму, тому що в кривих напруг і струмів ланцюги з'являються постійні складові, котрі можна виділити.

У ланцюзі із синусоїдальним джерелом харчування нелінійні реактивні елементи, що мають, як правило, симетричну вольт-амперну характеристику, вносять перекручування у форму кривих напруг і струмів, тобто викликають появу вищих гармонік, з яких найбільше різко виділяється третя. Можна отфільтрувати одну з вищих гармонік і в такий спосіб здійснити множення частоти.

Спільне застосування активних і реактивних нелінійних елементів, а також неоднорідних джерел харчування (з.д. с. різної частоти, постійних з.д. с. разом з перемінними) значно збільшує число практичних задач, успішно розв'язуваних у різних галузях техніки (радіоелектроніці, автоматиці й ін.).

Крім уже відзначених задач вирішуються, наприклад, такі, як посилення напруги і потужності, генерування коливань різної форми, модулювання коливань і т.д..

## 2 Струм у колі з вентилем

Вентилем називають елемент кола, що володіє однобічною провідністю (напівпровідникові діоди, ртутні вентиля, газотрони, тиратрони і електровакуумні лампи).

### *Вольт-амперні характеристики і схеми заміщення вентиля*

В ідеального вентиля при одній полярності напруги опір дорівнює нулеві, а при іншій (зворотній) - нескінченності. Його вольт-амперна характеристика складається з двох ділянок (мал. 24.1, а). Один з них збігається з негативною віссю  $u$ , іншої - з позитивною віссю  $i$ .

Характеристика реального вентиля (мал. 24.1, б) указує на те, що його опір в одному напрямку мало, а в іншому велико, але в обох випадках оцінюється скінченними величинами.

Реальну характеристику вентиляльного опору можна, приблизно представити у виді ламаної лінії, як на мал. 24.1, в або м.

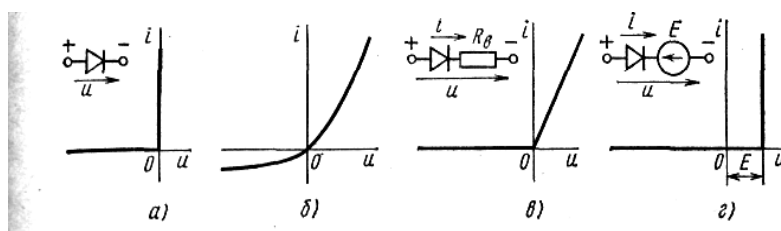


Рис. 24.1. Вольт-амперные характеристики и схемы замещения вентиля

Для полупроводниковых диодов и электронных ламп более подходит характеристика рис. 24.1, в, а для ртутных вентилях и газотронов— характеристика рис. 24.1, г. Такая замена реальных вольт-амперных характеристик позволяет составить простую электрическую схему замещения вентиля.

Цепь из последовательно соединенных идеального вентиля и элемента с активным сопротивлением имеет вольт-амперную характеристику рис. 21.1, в, характеристика рис. 24.1, г соответствует цепи из идеального вентиля и источника постоянной Э. д. с.

### *Ток в цепи с вентилем*

На рис. 24.2 показана кривая тока в цепи с нелинейной вольт-амперной характеристикой (для примера взята цепь с полупроводниковым диодом) при синусоидальной форме действующего в ней напряжения.

Каждому мгновенному напряжению  $u$  соответствует по характеристике  $i(u)$  ток  $i$ . Определяя эти величины, как показано на рисунке, и откладывая их в координатах ( $i, t$  можно построить кривую тока в функции времени  $i(t)$ ).

В данном случае кривая тока имеет положительные и отрицательные полуволны, но положительные во много раз больше отрицательных.

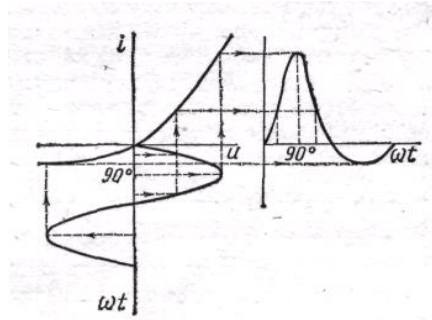


Рис. 24.2. Построение кривой тока в цепи с полупроводниковым диодом

Построим кривую тока в цепи последовательно соединенных реального вентиля и элемента с линейным сопротивлением  $R$  при синусоидальном напряжении источника питания  $u = U_m \sin \omega t$ .

На рис. 24.3 изображены вольт-амперные характеристики вентиля и элемента цепи с сопротивлением  $R$ .

Для этой схемы справедливо уравнение напряжений

$$u = U_m \sin \omega t = u_B + u_R = u_B + iR.$$

На основании этого уравнения построена вольт-амперная характеристика всей цепи  $i(u)$  путем суммирования падений напряжения на вентиле ( $U_B$ ) и постоянном сопротивлении ( $UR = iR$ ) при различных величинах тока.

На том же чертеже в координатах  $u, t$  построена кривая напряжения в функции времени  $u(t)$ . Чем больше амплитуда напряжения источника, тем сильнее отличаются положительная и отрицательная полуволны тока в цепи с вентилем.

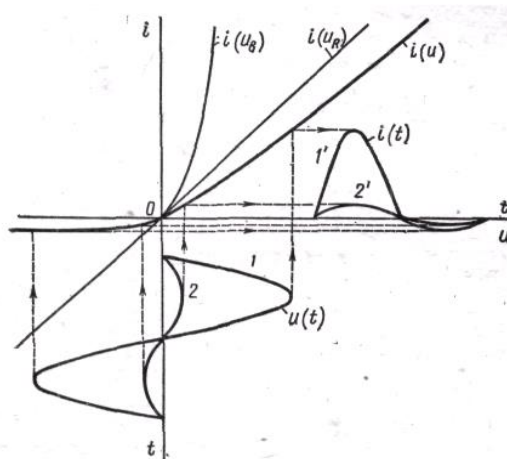


Рис. 24.3. Построение кривой тока неразветвленной цепи с вентилем

При достаточно больших значениях  $u$  отрицательную полуволну тока можно не принимать во внимание и считать, что кривая тока состоит только из положительных полуолн (кривые 1 и 1' на рис. 24.3).

Кривая тока такого вида наряду с гармоническими имеет постоянную составляющую (см. гл. 23) тем большей величины, чем больше напряжение источника и чем больше вольт-амперная характеристика приближается к идеальной.

При малой амплитуде напряжения источника прямая и обратная полуволны тока могут оказаться близкими по величине (кривые 2 и 2'). В этом случае выпрямляющее действие вентильного сопротивления незначительно.

## 2 Векторна діаграма ідеальної катушки

Действующий ток  $I$  определяется формулой

$$I = \frac{i_{\max}}{k_n \sqrt{2}},$$

Где  $i_{\max}$  — амплитуда основной кривой тока.

Для катушек с сердечником из электротехнической (трансформаторной) стали коэффициент  $R_n$  находится по кривой рис. 24.10, на котором показана его зависимость от максимальной величины магнитной индукции; при  $B < 1$  Тл коэффициент  $R_n$  близок к единице, а при  $B > 1,4$  Тл быстро увеличивается.

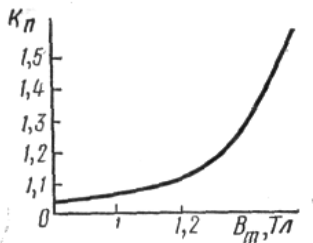


Рис. 24.10. Зависимость поправочного коэффициента от магнитной индукции

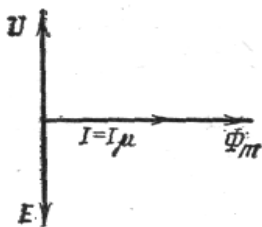


Рис. 24.11. Векторная диаграмма идеализированной катушки с ферромагнитным сердечником

Таким чином, не з огляду на магнітних втрат у сердечнику і втрат в обмотці, одержимо збіг початкових фаз синусоїдального магнітного потоку і несинусоїдального струму. Замінивши реальний струм котушки його першою гармонікою  $i_1$  (або еквівалентним синусоїдальним струмом  $i_1$  з такою же діючою величиною, як і несинусоїдальний струм), можна побудувати векторну діаграму котушки з феромагнітним сердечником (мал. 24.11). Вектори струму  $I_1$  і потоку  $\Phi_1$  збігаються по фазі; э.д. с. самоіндукції  $E$  відстає, а напруга  $U$  на котушці випереджає магнітний потік на  $90^\circ$ . Тік в ідеалізованій котушці є реактивним. Він не супроводжується перетворенням електричної енергії в інший вид енергії (активна складова струму  $I_1 \cos \alpha = 0$ ), але створює магнітне поле в сердечнику. Тому його називають струмом, що намагнічує,  $I_1 = I_m$

## **Лекція №56**

### **ТЕМА: Перехідні процеси в колі з котушкою індуктивності**

**Мета:** оволодіти знаннями про перехідні процеси електричних кіл

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### **ПЛАН**

**1** Загальні положення

**2** Перехідні процеси у колах постійного струму з індуктивністю

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

#### **Література:**

1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

2 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4 Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

## 1. Загальні положення

Перехідними називають процеси, що проходять при змінах режиму роботи в електричних колах. Ці процеси проходять в електричних колах при вмиканні на напругу, вимиканні джерела живлення, зміні параметрів елементів, що вміщує коло. У електротехніці перехідні процеси мають велике значення.

Для розгляду особливостей перехідних процесів використовують два закони комутації. За допомогою законів комутації виявляють початкові умови перехідних процесів.

*Перший закон комутації формулюється так: сила струму у колі з індуктивністю не може змінитися стрибком. Якщо припустити стрибкову зміну сили струму, то це вимагатиме нескінченної величини ЕРС самоіндукції, оскільки*

$$e_L = -\frac{d}{dt}(Li).$$

*За другим законом комутації напруга на обкладинках конденсатора та заряд ємності не можуть змінюватися стрибком. В іншому разі струм у колі буде нескінченно великим:*

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt},$$

де  $q$  — заряд ємності,

$u_c$  — напруга на обкладинках конденсатора.

## 2. Перехідні процеси у колах постійного струму з індуктивністю

Розглянемо вмикання індуктивності на постійну напругу (рис. 6.1). За другим законом Кірхгофа

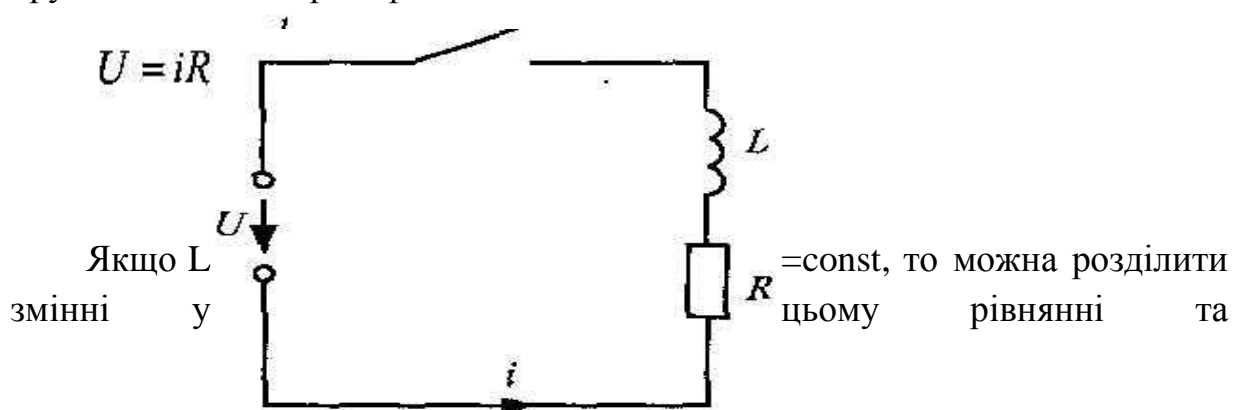


Рис. 6.1

розв'язати Його відносно струму, тобто

$$U - iR = L \frac{di}{dt};$$

$$\frac{U}{R} - i = \frac{L}{R} \frac{di}{dt}.$$

Звичайно  $U/R = I$  називають усталеним струмом, тобто таку силу має струм після закінчення перехідного явища.

Це струм, що встановлюється у колі, коли перехідних явищ немає. Змінні розділяються:

$$(I - i)dt = \frac{L}{R} di;$$

$$\frac{R}{L} dt = \frac{di}{I - i}.$$

Можна про інтегрувати ліву та праву частини рівняння:

$$\frac{R}{L} t = -\ln \frac{I - i}{A},$$

Де  $A$  — стала інтегрування, що визначається за початковими умовами. Після потенціювання можна дістати

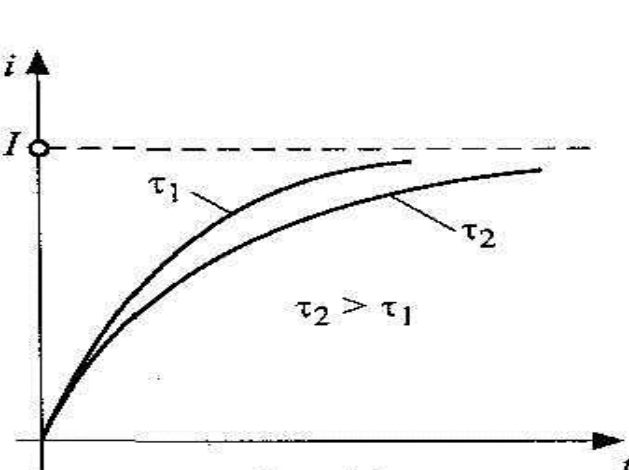
$$e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{I - i}{A}.$$

Щоб визначити початкові умови, треба використати перший закон комутації. При  $t = 0$   $i = 0$  тому, що струм не може змінюватися стрибком. За допомогою підстановки початкових умов у останній вираз визначаємо  $A = I$ .

Таким чином, струм у колі змінюється за експонентою:

$$i = I(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

Величина  $\tau = \frac{L}{R}$  називається часом сталого часу та швидкість процесу. Вважають, що при перехідний процес закінчується.



має розмірність часу, називається характеризує (рис. 6.2).  $t = (3...5)\tau$  практично

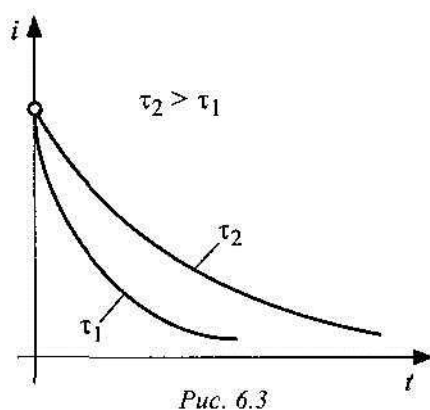
Рис. 6.2

Припустимо, що індуктивність з усталеним струмом миттєво вмикають від джерела та вмикають на резисторне навантаження. Рівняння кола (за другим законом Кірхгофа) має вигляд

$$0 = iR + L \frac{di}{dt}.$$

Проінтегрувавши це рівняння розподілом змінних, маємо:

$$\begin{aligned} -\frac{R}{L} dt &= \frac{di}{i}, & -\frac{R}{L} t &= \ln \frac{i}{A}; \\ e^{-\frac{R}{L} t} &= \frac{i}{A}, & i &= A e^{-\frac{R}{L} t}, \end{aligned}$$



де  $A$  — стала інтегрування, що визначається за початковими умовами:  $t=0, i=I$  (за першим законом комутації), тобто  $A=1$ .

Таким чином, струм у колі змінюється за експонентою (рис. 6.3):

$$i = I e^{-\frac{R}{L} t}.$$

Стала часу у колах з індуктивністю залежить тільки від співвідношення індуктивності та активного опору. Термін процесу не залежить від електричних величин.

## **Лекція №55**

**ТЕМА: Перехідні процеси в колі з конденсатором**

**Мета: оволодіти знаннями про перехідні процеси електричних кіл**

**Методи: словесний, практичний, наочний**

### **План**

**1. Загальні положення**

**2. Перехідні процеси у колах постійного струму з конденсатором**

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

### **Література:**

1Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981

2Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.

3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

4Каплянский А.Е. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1972

На рис. 6.4 наведено коло заряду конденсатора. Визначимо залежність зміни напруги на обкладинках конденсатора від часу. Рівняння кола має вигляд;

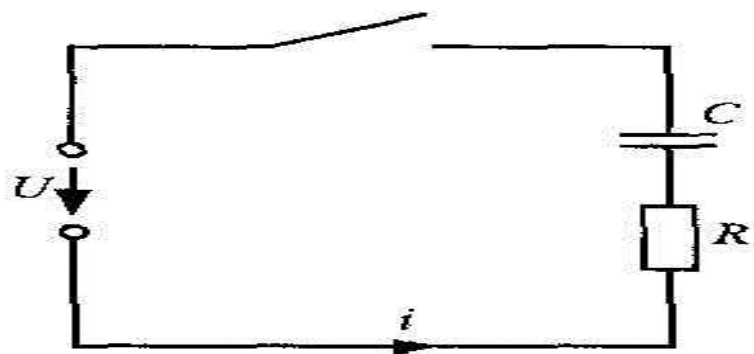


Рис. 6.4

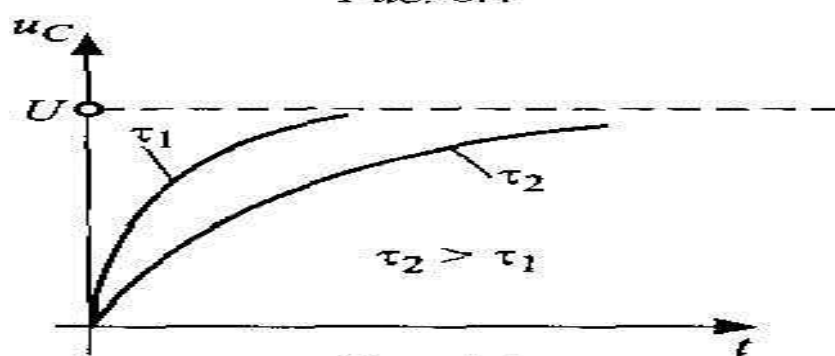


Рис. 6.5

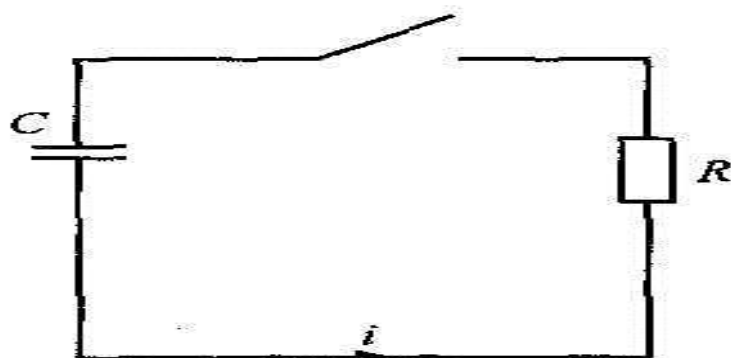


Рис. 6.6

$$\begin{aligned} & \text{Якщо} \quad U = iR + u_C, \\ & \quad \quad i = C \frac{du_C}{dt}, \\ & \text{то} \quad U = RC \frac{du_C}{dt} + u_C. \end{aligned}$$

Це диференціальне рівняння розв'язується розділенням змінних:

$$\begin{aligned} \frac{dt}{RC} &= \frac{du_C}{U - u_C}; \\ -\frac{t}{RC} &= \ln \frac{U - u_C}{A}, \end{aligned}$$

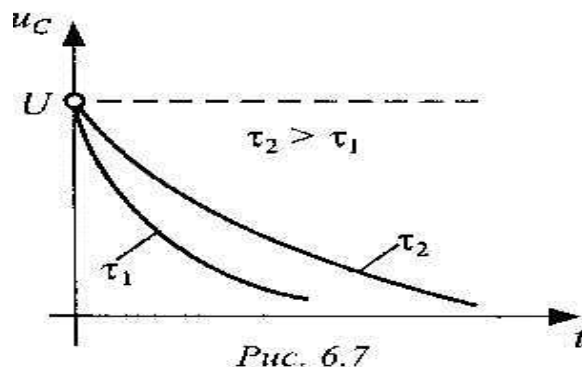
де  $A$  — стала інтегрування, що визначається за початковими умовами. За другим законом комутації  $t=0$ ,  $u_C=0$ ,  $A=U$ . Напруга на обкладинках конденсатора змінюється за законом

$$u_C = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}}).$$

Ця залежність зображена на рис. 6.5. Стала часу  $\tau=RC$  характеризує швидкість процесу.

Розрядку конденсатора можна розглядати за схемою, що наведена на рис. 6.6. Рівняння кола у цьому разі має вигляд:

$$0 = u_C + iR.$$



Якщо поділити змінні та проінтегрувати, можна визначити закон зміни напруги на обкладинках конденсатора:

$$u_C = A e^{-\frac{t}{RC}},$$

де  $A$  — стала  
чином,

$$u_C = U e^{-\frac{t}{RC}},$$

інтегрування ( $A = U$ ). Таким

Стала часу  $\tau=RC$  визначає швидкість перебігу процесу. Вважають, що перехідний процес закінчується у термін, який дорівнює  $(3\dots5)\tau$

## Лекція №56

### ТЕМА: Перехідні процеси в колі з котушкою та конденсатором

**Мета:** оволодіти знаннями про перехідні процеси електричних кіл

**Методи:** словесний, практичний, наочний

#### План

- 1 Разряд конденсатора на коло з резистором та котушкою
- 2 Аперіодичний разряд конденсатора на котушку і резистор
- 3 Предельный аperiодический разряд конденсатора на катушку и резистор
- 4 Коливальний разряд конденсатора на коло с резистором и котушкою

**Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби, ТЗН:**

Плакати, картки, проектор.

#### Література:

- 1 Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: Учебник для техникумов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М: Высш. школа, 1981
- 3 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1978.
- 3 Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.- М: Высш. школа, 1966

1) Рівняння перехідного процесу при вмиканні конденсатора на сталу напругу має вигляд:

$$U = u_C + RC \frac{du_C}{dt} \quad (461)$$

Розв'яжемо дане диференційне рівняння, для чого розділимо змінні і проінтегруємо вираз :

$$\frac{U - u_C}{du_C} = \frac{RC}{dt}$$

$$\int \frac{du_C}{U - u_C} = \int \frac{dt}{RC}; \quad \int \frac{du_C}{u_C - U} = -\int \frac{dt}{RC};$$

В результаті інтегрування отримаємо:

$$\ln(u_C - U) - \ln C = -\frac{t}{RC}$$

або 
$$\ln\left(\frac{u_C - U}{C}\right) = -\frac{t}{RC}$$

Потенціюючи знаходимо:

$$u_C - U = C \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (462)$$

$$\text{Звідси: } u_C = U + C e^{-\frac{t}{RC}} \quad (463)$$

Знайдемо сталу інтегрування, виходячи з початкових умов ( $t = 0, u_{C0} = 0$ ).

$$0 = U + C \cdot e^0, \quad \text{звідси } C = -U$$

$$\text{Тоді } u_C = U + (-U) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = U \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$u_C = U \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$RC = \tau - \text{постійна часу} \quad (464)$$

$$\text{Отримаємо: } u_C = U \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (465)$$

В останньому рівнянні можна виділити вимушену і вільну складові напруги:

$$u_C = u_{C_{вим}} + u_{C_{св}} \quad (466)$$

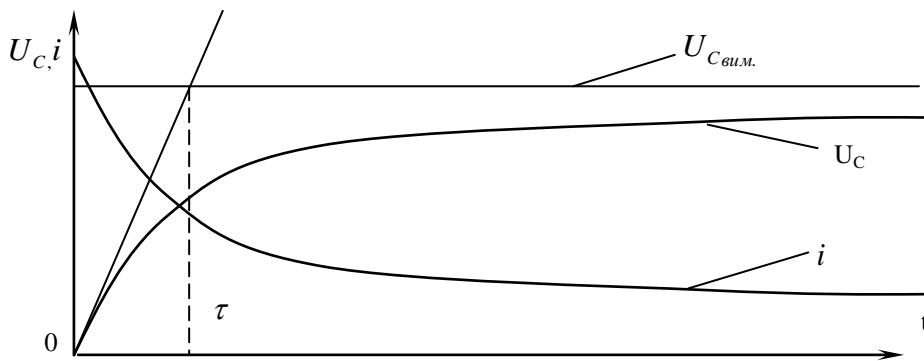
$$u_{C_{вим}} = u_{C_{св}} = U$$

$$u_{C_{св}} = -U e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (467)$$

Зарядний струм складається тільки з вільної складової:

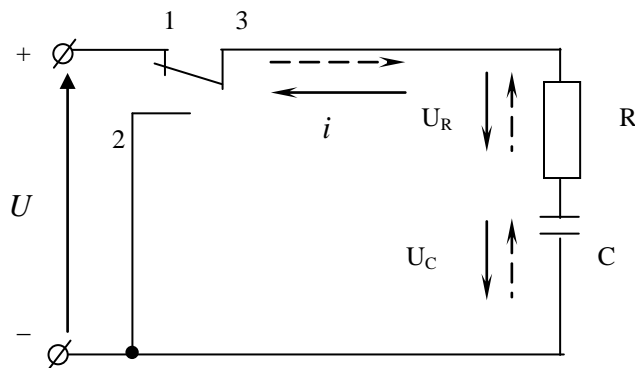
$$i = i_{св} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (468)$$

$$\text{а вимушена складова: } i_{вим} = i_y = 0 \quad (469)$$



Малюнок 179. Графіки перехідного режиму при заряджанні конденсатора.

2) Розглянемо електричну схему.



Малюнок 179. Схема розрядження конденсатора.

Вважаємо, що конденсатор заряджений до напруги  $u_{cy} = U$  має ємність  $C$  і перемикається в положення 3-2, тобто від'єднується від джерела живлення і замикається на опір  $R$ .

При цьому конденсатор не може розрядитися миттєво.

Розглянемо рівняння перехідного процесу:

$$U = u_c + RC \frac{du_c}{dt}$$

В даному випадку  $U = 0$ , тоді отримаємо:

$$0 = u_c + RC \frac{du_c}{dt}$$

$$u_c = -RC \frac{du_c}{dt}$$

Розділимо змінні і проінтегруємо вираз:

$$\frac{u_c}{du_c} = -\frac{RC}{dt};$$

$$\int \frac{du_c}{u_c} = -\int \frac{dt}{RC}; \quad \ln u_c - \ln C = -\frac{t}{RC}$$

$$\ln\left(\frac{u_c}{C}\right) = -\frac{t}{RC}$$

Потенціюємо вираз і отримаємо:

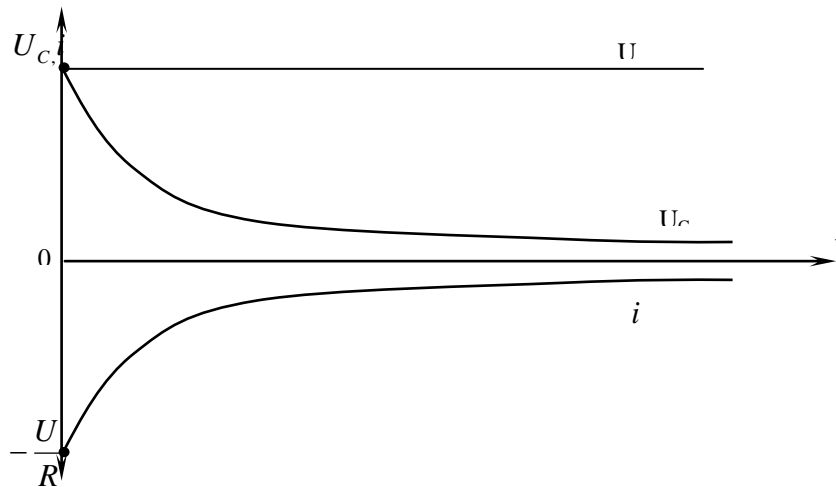
$$\frac{u_c}{C} = e^{-\frac{t}{RC}}; \quad u_c = C \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (470)$$

З початкових умов ( $t=0; u_c=U$ ) знайдемо сталу інтегрування  $C$ :

$$U = C \cdot e^{-\frac{0}{RC}}; \quad C = U$$

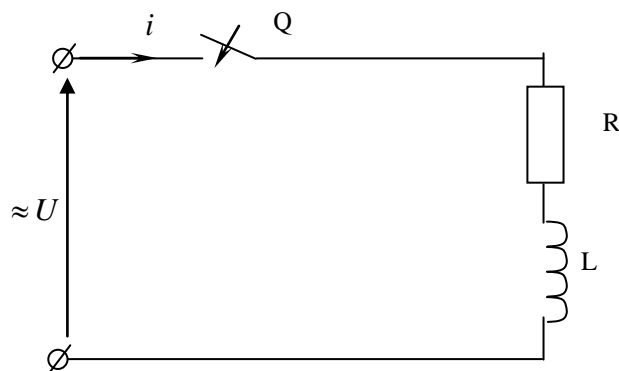
Значить:

$$\boxed{u_c = U \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}; \quad \text{або} \quad \boxed{u_c = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}} \quad (471)$$



Малюнок 180. Графіки перехідних напруги і струму при розряджанні конденсатора.

3) Розглянемо електричну схему



Малюнок 181. Вмикання котушки індуктивності на синусоїдну напругу.

Нехай прикладена напруга рівна:

$$u = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$$

де  $\varphi$  – початкова фаза

В момент вмикання кола ( $t = 0$ ) напруга має значення:

$$u_0 = U_m \cdot \sin \varphi_1$$

Струм у колі після вмикання можна подати сумою вимушеної і вільної складової:

$$i = i_{\text{вим}} + i_{\text{в}}.$$

В усталеному режимі синусоїдний струм у котушці зсунутий за фазою відносно напруги на кут  $\varphi$ :

$$i_{\text{вим}} = i_{\text{уст}} = I_m \sin(\omega t + \varphi_1 - \varphi)$$

$$\text{де } I_m = \frac{U_m}{Z}; \quad Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}; \quad \text{tg } \varphi = \frac{X_L}{R}$$

Вільна складова перехідного струму не залежить від форми прикладеної напруги, а залежить від значення миттєвої напруги  $u_0$  в момент вмикання кола ( $t = 0$ ):

$$i_{\text{в}} = C e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (472)$$

де  $C$  – стала інтегрування, що дорівнює вільній складовій струму, при  $t = 0$ , тобто  $C = i_{\text{в}0}$ .

Отже перехідний струм:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_1 - \varphi) + C e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (423)$$

Сталу  $C$  знаходимо за допомогою першого закону комутації: в початковий момент часу ( $t = 0$ ) струм в колі дорівнює нулю, оскільки раніше коло було розімкнуте і струм в котушці не може змінитися стрибкоподібно.

$$\text{Тому } i_0 = i_{\text{вим}0} + i_{\text{в}0} = 0$$

$$\text{Звідси } i_{\text{в}0} = -i_{\text{вим}0}$$

$$i_{\text{вим}0} = I_m \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi)$$

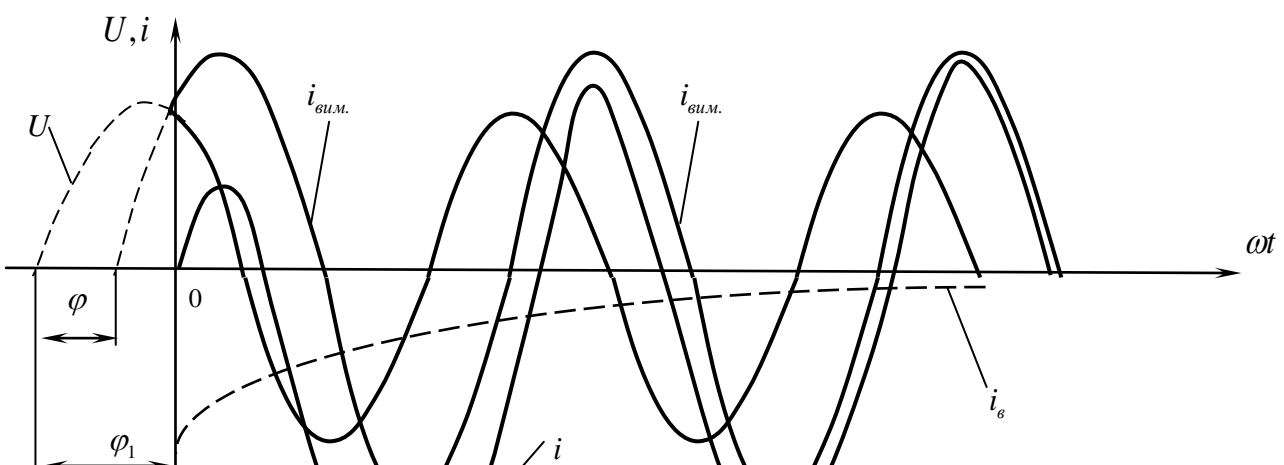
$$\text{Отже } i_{\text{в}0} = C = -I_m \sin(\varphi_1 - \varphi) \quad (474)$$

Рівняння вільної складової:

$$i_{\text{в}} = -I_m \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (475)$$

Перехідний струм:

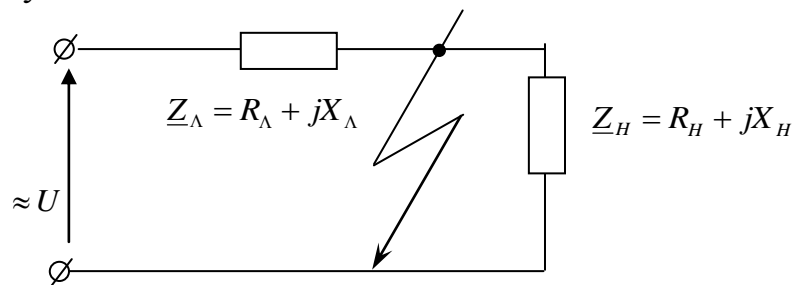
$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi - \varphi_1) - I_m \cdot \sin(\varphi - \varphi_1) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (476)$$



Малюнок 182. Графіки перехідного процесу після вмикання котушки індуктивності на синусоїдну напругу.

4) В разі раптового короткого замикання стрибкоподібно зменшується опір кола  $Z$ .

Розглянемо схему



Малюнок 183. Схема короткого замикання.

Припустимо, що опір кола змінився внаслідок короткого замикання в кінці лінії (мал. 183).

До короткого замикання усталений режим характеризується напругою  $U$  і струмом:

$$I_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_\Lambda + \underline{Z}_H} \quad (477)$$

Рівняння напруги прикладеної до кола:

$$u = U_m (\sin \omega t + \varphi_1)$$

Усталений струм до короткого замикання відстає від напруги на кут  $\varphi_2$ , який залежить від параметрів лінії і навантаження:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{X_\Lambda + X_H}{R_\Lambda + R_H} \quad (478)$$

У цьому випадку рівняння струму:

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1 - \varphi_2) \quad (479)$$

Усталений режим після короткого замикання характеризується тією ж самою напругою  $U$  і струмом:

$$i_2 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_l}$$

Рівняння усталеного струму:

$$i_2 = I_{2m} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1 - \varphi_3) \quad (480)$$

де  $\varphi_3$  – кут зсуву фаз напруги й усталеного струму короткого замикання.

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{X_l}{R_l}$$

Перехідний струм у короткозамкненій лінії:

$$i_k = i_{\text{вум}} + i_e \quad (i_{\text{вум}} = i_2 - \text{усталений струм короткого замикання}) \quad (481)$$

Вільна складова струму змінюється за тим же законом, за яким вона змінюється при зменшенні опору і при постійній напрузі:

$$i_e = -C e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (482)$$

де  $\tau_2 = \frac{L_l}{R_l}$  – стала часу короткозамкнутого кола.

З початкових умов визначимо сталу інтегрування  $C$ .

У початковий момент перехідного періоду, згідно з першим законом комутації:

$$i_{k0} = i_{\text{вум}0} + i_{e0} = I_{2m} \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_3) - C = I_{1m} \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (483)$$

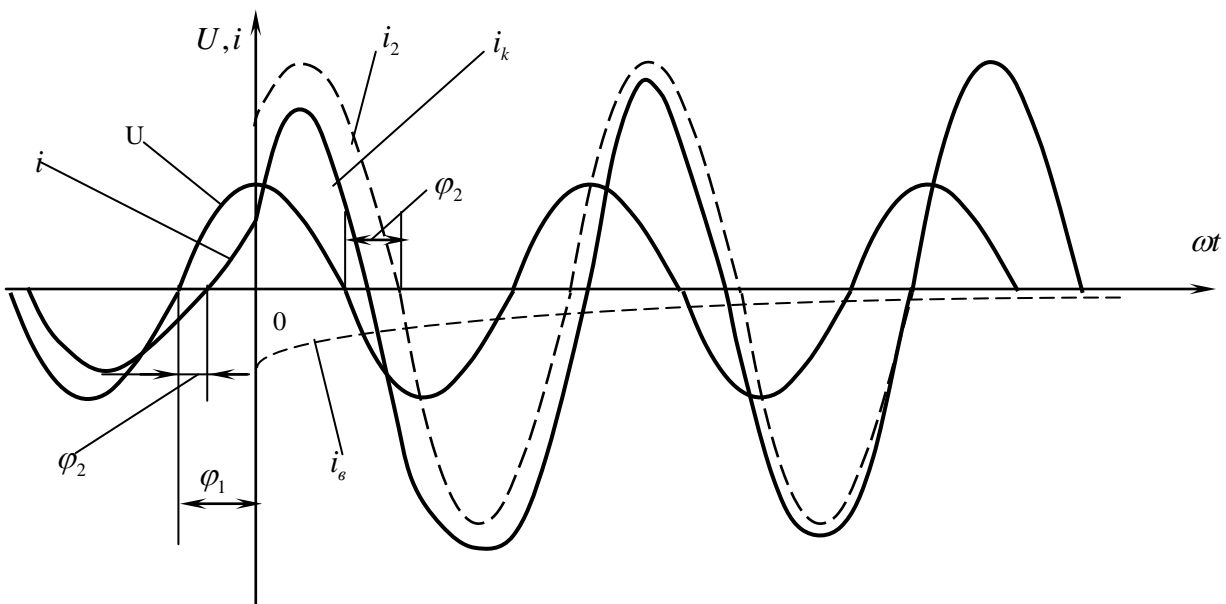
Звідси  $C = I_{2m} \sin(\varphi_1 - \varphi_3) - I_{1m} \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2)$

Вільна складова перехідного струму:

$$i_e = [I_{1m} \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - I_{2m} \sin(\varphi_1 - \varphi_3)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (484)$$

Перехідний струм короткого замикання буде виражатись рівнянням:

$$i_k = I_{2m} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1 - \varphi_3) + [I_{1m} \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - I_{2m} \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_3)] e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (485)$$



Малюнок 184. Графік перехідного процесу при короткому замиканні в колі змінного струму.

Найбільший миттєвий струм короткого замикання називають ударним струмом